あるクラスの前最小位相系に対するモデル駆動制御を
援用した修正 PI 制御*山田 功^{*1}, 茂木孝之^{*2}, 鄭 海 榮^{*3}Modified PI Control using Model Driven Control
for Certain Class of Non-minimum Phase SystemsKou YAMADA^{*4}, Takayuki MOKI and Hai-rong ZHENG^{**}Department of Mechanical System Engineering, Gunma University,
1-5-1 Tenjincho, Kiryu-shi, Gunma, 376-8515 Japan

In this paper, we examine PI (Proportional-Integral) control using model driven control for certain class of non-minimum phase systems. PI control systems work as one of powerful methods for controlling several plants. However, PI control remains two difficulties. One is that there exist plants which cannot be stabilized by PI controller. The other is that when P-parameter and I-parameter in the PI controller is adjusted using previously proposed methods, the sets of P-parameter and I-parameter, which guarantee the stability of PI control system, are related to each other. Therefore if P-parameter is changed, the set of I-parameter which make the feedback control system stable is also changed. If the sets of P-parameter and I-parameter are independent each other, then we can easily settle P-parameter and I-parameter in the PI controller to achieve desirable control specifications. However, no paper gives the sets of P-parameter and I-parameter which are independent each other. The purpose of this paper is to overcome these problems and propose a modified PI control systems such that the stability of control system is guaranteed and the sets of P-parameter and I-parameter, which guarantee the stability of PI control system, are independent. The modified PI control systems is built based on fusion of the idea of the model driven control and the parametrization of all stabilizing controllers for certain class of non-minimum phase systems. A numerical example is illustrated to show the effectiveness of the proposed method.

Key Words: PI Control, Model Driven Control, Parametrization, Non-minimum Phase Systems

1. ま え が き

本稿ではモデル駆動制御を援用した PI 制御系の設計法について検討する。PI 制御は、PID 制御において、調整がしにくい D パラメータを 0 にした制御系設計法である。PI 制御は H_∞ 制御、最適制御などの現代制御理論が発展し整備されているにもかかわらず、実際の化学プラントの 50% 以上で用いられているなど、古くから広く普及し現在も変わらずに活用されている^{(1)~(5)}。P パラメータ、I パラメータの役割が、直感的に理解しやすいことが、PI 制御が今なお多くの実際の制御対象に適用されている理由であろう⁽³⁾。

PI 制御パラメータの調整法は、古くは Ziegler and Nichols の限界感度法⁽⁶⁾、1/4 減衰法⁽⁷⁾、高橋の調整

法⁽⁸⁾、Hazebroek and Waerden の調整法⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾、Wolf の調整法⁽¹¹⁾、Chien, Hrones and Reswick の調整法⁽¹²⁾、Cohen and Coon の調整法⁽¹³⁾、Lopez, Miller, Smith and Murrill の調整法⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾、北森の調整法⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾、限界感度法⁽⁶⁾と北森の調整法⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾を併用しきめ細やかな調整をしようとする改良型限界感度法⁽¹⁸⁾などが発表されている。ただし、参考文献^{(6)~(18)}は、あくまで PI パラメータの調整法を与えているにすぎず、調整過程ではフィードバック制御系の安定性を保証するものではない。もし、フィードバック制御系の安定性を保証する PI パラメータの許容集合が得られているならば、許容集合の中で PI パラメータを探索すると、安定性が保証されているため、短時間で（安定性以外の）希望の制御仕様を満足する PI 制御系が設計できる可能性がある。また、制御対象によっては、安全性の問題から、パラメータ調整時においてもフィードバック制御系の安定性が要求される場合がある。このような制御対象に PI 制御を用いるときには、フィードバック制御系

* 原稿受付 2004 年 2 月 10 日。

^{*1} 正員、群馬大学工学部(〒376-8515 桐生市天神町 1-5-1)。^{*2} 学生員、群馬大学大学院工学研究科。^{*3} 群馬大学大学院工学研究科。

E-mail: yamada@me.gunma-u.ac.jp

の安定性を保証する PI パラメータの許容集合を求めおく必要がある。

フィードバック制御系の安定性を保証する PI パラメータの許容集合を求める問題は、参考文献⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾で検討されている。また、参考文献⁽²⁰⁾では、PI 制御で安定化可能な制御対象のクラスを明らかにしている。参考文献⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾の方法を用いると、フィードバック制御系の安定性を保証する PI 補償器が存在すれば、フィードバック制御系の安定性を保証する PI パラメータの許容集合の中から（安定性以外の）希望する制御仕様を満足する PI パラメータを選択でき、有用である。ところで、PI パラメータを調整する際には、設計のしやすさの観点からは、P パラメータと I パラメータの許容集合が互いに独立であるほうが望ましい。ところが、参考文献⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾で求められるフィードバック制御系の安定性を保証する P パラメータと I パラメータの許容集合は互いに影響しあうため、P パラメータを変更すると I パラメータの許容集合は変化し、逆に I パラメータを変更すると P パラメータの許容集合は変化する。そのため、フィードバック制御系の安定性を保証するためには、P パラメータまたは I パラメータを変更するたびに、許容集合を求めなおさなくてはならず、PI パラメータの調整が煩雑になるという問題点がある。これまで、フィードバック制御系の安定性を保証し、P パラメータと I パラメータの許容集合が互いに独立である許容集合は求められていない。さらに、これまで提案された PI 制御で安定化不可能な制御対象に対しても、PI 制御と同様の簡便さ、特徴を有する制御系を構築できれば、PI 制御で蓄えられた知見が活用できるので、PI 制御を活用する領域が広がり、有用であろう。

本稿の目的は、上記の問題点を解決する、PI 制御では安定化不可能な制御対象に対しても適用できる、フィードバック制御系の安定性を保証し、フィードバック制御系を安定にする PI パラメータの許容集合が互いに独立である修正 PI 制御系を提案することである。修正 PI 制御系は、山田、茂木の並列補償法を用いた制御系の安定化補償器のパラメトリゼーション⁽²¹⁾と Kimura により提案されたモデル駆動制御⁽²²⁾のアイデアを融合することで得られる。参考文献⁽²¹⁾から、並列補償法を用いた安定化補償器のパラメトリゼーションは、制御対象の並列補償モデルと自由パラメータから構成される。並列補償モデルを参考文献⁽²²⁾のモデル駆動制御のモデルととらえ、安定化補償器のパラメトリゼーションの自由パラメータに、従来の PI パラメータと同様の役割をする PI パラメータをうまく含ませること

で、安定性が保証された修正 PI 制御系設計が可能となる。本稿は、以下のように構成される。まず、本稿で検討する問題を述べる。つぎに、参考文献⁽²¹⁾の並列補償法を用いた安定化補償器のパラメトリゼーションを簡単にまとめる。つぎに、参考文献⁽²¹⁾と Kimura のモデル駆動制御⁽²²⁾を融合した修正 PI 制御系を提案する。修正 PI 制御系を安定にする PI パラメータの許容集合を示すことで、P パラメータと I パラメータの許容集合が互いに独立であることを明らかにする。つぎに、提案する修正 PI 制御の PI パラメータが従来の PI パラメータと同様の役割をすることを示す。このことから、提案する修正 PI 制御の PI パラメータを参考文献^{(6)~(18)}の方法を用いて調整できるので、提案する修正 PI 制御は、PI 制御で蓄えられた知見を活用して調整できるという利点がある。最後に、数値例を与え本稿で提案する修正 PI 制御系の有用性を検証する。なお、並列補償法を用いてフィードバック制御系を安定化するには、制御対象の逆システムが強安定化可能という条件が必要となるため⁽²¹⁾、従来の PI 制御では安定化可能であるが、本稿の修正 PI 制御を適用できないという制御対象も存在する。しかしながら、従来の PI 制御では安定化不可能な、たとえば $1/s^3$ のような、制御対象に対しても適用できるという特徴がある。

本稿で使用する記号を以下にまとめる。

$\mathcal{R}$ 実数の集合

$\mathcal{C}$ 複素数の集合

$R(s)$ s の実有理関数の集合

RH_{∞} 安定プロパーな実有理関数の集合

$\mathcal{U}$ RH_{∞} 上のユニモジュラ行列。すなわち、 $U(s) \in \mathcal{U}$ は、 $U(s) \in RH_{\infty}$ 、 $U^{-1}(s) \in RH_{\infty}$ を意味する。

2. 問題の記述

図 1 で表されるフィードバック制御系を考える。た

Fig. 1 Feedback control system

だし、 $G(s) \in R(s)$ は真にプロパーな一入力一出力の制御対象であり、原点に零点を持たず、 $1/G(s)$ が強安定化可能、すなわち $1/G(s)$ を安定化する安定な補償器が存在することを仮定する。 $C(s) \in R(s)$ は補償器、

$r \in \mathcal{R}$ は目標入力, $y \in \mathcal{R}$ は観測出力, $e \in \mathcal{R}$ は偏差, $u \in \mathcal{R}$ は制御入力である. $1/G(s)$ が強安定化可能であるという仮定は, 参考文献⁽²¹⁾で検討された並列補償法を用いた制御系において安定化補償器が存在するため必要となる条件である. また, 制御対象 $G(s)$ が原点に零点を持たないという仮定は, PI 補償器が原点に極を持つ補償器であるために必要となる仮定である. なお, $1/G(s)$ が強安定化可能な $G(s)$ の集合は, $G(s)$ が最小位相系であるものをすべて含み, 多くの非最小位相な $G(s)$ も含んでいるので, それほど厳しい仮定ではないことに注意する.

PI 制御は図 1 の補償器 $C(s)$ を

$$C(s) = ap + \frac{a_I}{s} \quad (1)$$

と選び, P パラメータ $ap \in \mathcal{R}$, I パラメータ $a_I \in \mathcal{R}$ を調節することにより定常特性, 過渡特性を改善することができる制御系設計法である. (1) 式で表される補償器 $C(s)$ を用いたとき, 図 1 の r から y までの伝達関数は,

$$y = \frac{G(s)(ap + \frac{a_I}{s})}{1 + G(s)(ap + \frac{a_I}{s})} r \quad (2)$$

となる. (2) 式から, P パラメータ ap , I パラメータ a_I を適当に選んだ場合には, 図 1 の制御系の安定性は保証されない. 参考文献⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾の方法を用いると, 図 1 の制御系の安定性が保証された P パラメータ ap と I パラメータ a_I の許容集合が求められるが, P パラメータ ap と I パラメータ a_I の許容集合は互いに影響しあうため, 設計しにくいという問題点がある. また, (1) 式の補償器では安定化が不可能な制御対象も存在する⁽²⁰⁾.

本稿では, 並列補償法を用いた制御系の安定化補償器のパラメトリゼーション⁽²¹⁾と Kimura により提案されたモデル駆動制御⁽²²⁾のアイデアを融合し, つぎの特徴を持つ修正 PI 制御系を提案する.

1. PI 制御では安定化不可能な制御対象に対しても適用できる.
2. 図 1 のフィードバック制御系の安定性を保証する.
3. 安定性を保証する P パラメータと I パラメータの許容集合が互いに独立である.
4. 修正 PI 補償器の P パラメータ ap , I パラメータ a_I が, 従来の (1) 式で表される PI 補償器の P パラメータ ap , I パラメータ a_I と同様の役割をする.

3. 修正 PI 制御

ここでは, 並列補償法を用いた制御系の安定化補償器のパラメトリゼーション⁽²¹⁾と Kimura により提案さ

れたモデル駆動制御⁽²²⁾のアイデアを融合し, 2. で述べた特徴を持つ修正 PI 制御系を提案する.

参考文献⁽²¹⁾によると, $1/G(s)$ が強安定化可能であるような制御対象 $G(s)$ に対して, 図 1 の制御系を安定化する補償器のパラメトリゼーションは,

$$C(s) = \frac{C_f(s)}{1 + C_f(s)K(s)} \quad (3)$$

$$\left(\lim_{\omega \rightarrow \infty} (1 + C_f(j\omega)K(j\omega)) \neq 0 \right)$$

で与えられる. ただし, $K(s)$ は $G(s) + K(s)$ を最小位相系とするパイプロパーで漸近安定な実有理関数, $C_f(s)$ は

$$C_f(s) = \frac{1}{Q(s)} - \frac{1}{G(s) + K(s)} \quad (4)$$

であり, $Q(s) \in RH_\infty$ は 0 でない任意のパイプロパーな実有理関数である.

$K(s)$ は $G(s) + K(s)$ を最小位相系とし, パイプロパーで漸近安定なものの中から

$$K(0) = 0 \quad (5)$$

を満足するものを選ぶことにする. なお, (5) 式を満足し, $G(s) + K(s)$ を最小位相系とするパイプロパーで漸近安定な $K(s)$ が存在することは, つぎの定理から保証されている.

定理 1 $1/G(s)$ が強安定化可能であるような制御対象 $G(s)$ に対して, つぎの条件を満足する $K(s)$ が存在する.

1. $G(s) + K(s)$ が最小位相系である.
2. $K(s)$ はパイプロパーで漸近安定な実有理関数である.
3. $K(0) = 0$

(証明) 証明は, まず, $A(s)$ を

$$A(s) = \frac{s}{s + \alpha} \quad (6)$$

$$\alpha > 0$$

とおいたとき, $G(s)/A(s) + \bar{K}(s)$ を最小位相系とするパイプロパーで漸近安定な $\bar{K}(s)$ が存在することを示す. つぎに, $\bar{K}(s)$ を用いて, $G(s) + K(s)$ を最小位相系とし, $K(0) = 0$ を満足するパイプロパーで漸近安定な $K(s)$ が求められることを示す.

まず, $G(s)/A(s) + \bar{K}(s)$ を最小位相系とするパイプロパーで漸近安定な $\bar{K}(s)$ が存在することを示す. $G(s)/A(s) + \bar{K}(s)$ は

$$\frac{G(s)}{A(s)} + \bar{K}(s) = \frac{N(s) + \bar{K}(s)A(s)D(s)}{A(s)D(s)} \quad (7)$$

と書き換えられる。ただし、 $N(s) \in RH_\infty$, $D(s) \in RH_\infty$ は、 $G(s)$ の RH_∞ 上の既約因子であり、

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (8)$$

を満足するものとする。したがって、 $G(s)/A(s) + \bar{K}(s)$ を最小位相系とするパイプロパーで漸近安定な $\bar{K}(s)$ が存在することは、 $U(s)$ を

$$U(s) = N(s) + \bar{K}(s)A(s)D(s) \quad (9)$$

とおいたとき、 $U(s) \in \mathcal{U}$ を満足する $\bar{K}(s) \in RH_\infty$ が存在することと等価である。(9) 式を満足する $U(s) \in \mathcal{U}$ が存在するための条件は、

$$\frac{d^j}{ds^j} U(s_i) = \frac{d^j}{ds^j} N(s_i) \quad (10)$$

$$(j = 0, \dots, m_i - 1; i = 1, \dots, l)$$

を満足する補間問題の可解条件と等しい。ただし、 $s_1, \dots, s_l$ は、 $A(s)D(s)$ の不安定零点であり、重複度をそれぞれ $m_1, \dots, m_l$ とする。このことは、つぎのことから証明できる。すなわち、 $U(s) \in \mathcal{U}$, $\bar{K}(s) \in RH_\infty$ であるならば、(10) 式が必要なことは明らかである。逆に (10) 式が成り立つならば、 $U(s) \in \mathcal{U}$ で $N(s), D(s) \in RH_\infty$ であることから

$$\bar{K}(s) = \frac{U(s) - N(s)}{A(s)D(s)} \quad (11)$$

の不安定極となり得るのは、 $A(s)D(s)$ の不安定零点のみである。(10) 式から、 $A(s)D(s)$ の不安定零点は、 $\bar{K}(s)$ の不安定極にはなりえず、 $\bar{K}(s) \in RH_\infty$ である。

つぎに、(10) 式の補間問題が可解であることを示す。 $1/G(s) = D(s)/N(s)$ が強安定化可能であることから、 $s_i (i = 1, \dots, l)$ のうち実軸上に存在する任意の s_i に対して、 $N(s_i)$ は、常に同符号となる。参考文献⁽²³⁾の Theorem 2.3.3 から、(10) 式を満足する $U(s) \in \mathcal{U}$ が存在する。つぎに、ある $U(s) \in \mathcal{U}$ が (10) 式を満足しているとする。このとき、(11) 式の $\bar{K}(s)$ がパイプロパーであることを示す。 $U(s)$, $A(s)$, $D(s)$ がすべてパイプロパーであることから、 $U(s)/(A(s)D(s))$ は、パイプロパーである。また、 $G(s) = N(s)/D(s)$ が真にプロパーであるので、 $N(s)/(A(s)D(s))$ は、真にプロパーである。したがって、(11) 式の $\bar{K}(s)$ はパイプロパーである。以上のことから、 $G(s)/A(s) + \bar{K}(s)$ を最小位相系とするパイプロパーで漸近安定な $\bar{K}(s)$ が存在することが証明された。

つぎに、 $G(s)/A(s) + \bar{K}(s)$ を最小位相系とするパイプロパーで漸近安定な $\bar{K}(s)$ を用いて、 $G(s) + K(s)$ を

最小位相系とし、 $K(0) = 0$ を満足するパイプロパーで漸近安定な $K(s)$ が求められることを示す。 $K(s)$ を

$$K(s) = A(s)\bar{K}(s) \quad (12)$$

で与える。このとき、

$$\begin{aligned} \frac{G(s)}{A(s)} + \bar{K}(s) &= \frac{G(s) + A(s)\bar{K}(s)}{A(s)} \\ &= \frac{G(s) + K(s)}{A(s)} \end{aligned} \quad (13)$$

が成り立つ。 $G(s)/A(s) + \bar{K}(s)$ が最小位相系であることから、 $G(s) + K(s)$ は最小位相系である。また、 $\bar{K}(s) \in RH_\infty$ であることと (6) 式から、明らかに (12) 式の $K(s)$ は、

$$K(0) = 0 \quad (14)$$

を満足する。(6) 式から $A(s)$ がパイプロパー、 $\bar{K}(s)$ がパイプロパーであるので、(12) 式の $K(s)$ はパイプロパーである。さらに、(6) 式から $A(s) \in RH_\infty$, $\bar{K}(s) \in RH_\infty$ であるので、(12) 式の $K(s)$ は、 $K(s) \in RH_\infty$ である。

以上のことから証明された。

なお、定理 1 を満足する $K(s)$ を求めるには、参考文献⁽²³⁾の Theorem 2.3.3 の証明に記述されている方法と同様の方法を用いて $\bar{K}(s)$ を求め、(12) 式で与えればよい。

(4) 式の $G(s) + K(s)$ は、制御対象 $G(s)$ を並列補償したときのモデルであるので、(3) 式の補償器 $C(s)$ は制御対象の並列補償モデルを内部に含んだ補償器であると考えることができる。制御対象のモデルを補償器内部に用いて制御性能を上げようとする制御系設計の考え方にモデル駆動制御がある⁽²²⁾。モデル駆動制御の考え方を用いて、安定性が保証された PI 補償器を設計するには、(3) 式の安定化補償器のパラメトリゼーションに含まれる自由パラメータ $Q(s)$ を

$$\frac{1}{Q(s)} = ap + \frac{a_l}{s} \quad (15)$$

とすればよい。

3. の議論から、(15) 式の $Q(s)$ はパイプロパーで漸近安定でなければならない。 $Q(s)$ がパイプロパーであるための条件は

$$ap \neq 0 \quad (16)$$

であり、 $Q(s)$ が漸近安定であるための条件は、簡単な計算から

$$\begin{cases} ap > 0 \\ a_l > 0 \end{cases} \quad (17)$$

または,

$$\begin{cases} a_P < 0 \\ a_I < 0 \end{cases} \quad (18)$$

を満足することである。したがって, (17) または (18) 式を満足するように P パラメータ a_P , I パラメータ a_I を定めることにより, 安定性が保証された図 1 の制御系が構築できる。また, (17), (18) 式から, P パラメータ a_P と I パラメータ a_I の許容集合は, a_P, a_I が同符号であるという制約があるが, 互いに独立であることに注意する。以上述べたように, (17) または (18) 式の範囲内で a_P, a_I パラメータを設定, $Q(s)$ を (15) 式, $C_f(s)$ を (4) 式とし, (3) 式で設計した補償器 $C(s)$ のことを, 修正 PI 補償器と呼ぶことにする。

以上のことから, 提案した修正 PI 補償器が,

1. PI 制御では安定化不可能な制御対象に対しても適用できる。
2. 図 1 のフィードバック制御系の安定性を保証する。
3. 安定性を保証する P パラメータと I パラメータの許容集合が互いに独立である。

という特徴を持つことが示された。しかしながら, (3) 式で表される修正 PI 補償器 $C(s)$ に含まれる P パラメータ a_P , I パラメータ a_I が, (1) 式で表される従来の PI 補償器 $C(s)$ に含まれる P パラメータ a_P , I パラメータ a_I の役割と同様の役割をするかどうか疑問が残る。そこで, 4. では, (3) 式で表される修正 PI 補償器 $C(s)$ に含まれる P パラメータ a_P , I パラメータ a_I が, (1) 式で表される従来の PI 補償器 $C(s)$ に含まれる P パラメータ a_P , I パラメータ a_I と同様の役割をすることを示す。

4. 修正 PI 補償器の P パラメータ a_P , I パラメータ a_I の役割

ここでは, 3. で提案した (3) 式で表される修正 PI 補償器 $C(s)$ に含まれる P パラメータ a_P , I パラメータ a_I が, (1) 式で表される従来の PI 補償器 $C(s)$ に含まれる P パラメータ a_P , I パラメータ a_I と同様の役割をすることを示す。

まず, (1) 式で表される従来の PI 補償器 $C(s)$ と (3) 式で表される修正 PI 補償器 $C(s)$ に含まれる I パラメータ a_I の役割を検討する。(1) 式の $C(s)$ は

$$sC(s)|_{s=0} = a_I \quad (19)$$

を満足するので, $a_I > 0$ のとき, I パラメータ a_I を大きくすると積分器の影響が大きくなり, 逆に小さくすると積分器の影響が小さくなることがわかる。すなわ

ち, (1) 式の I パラメータ a_I は, 積分器の影響を指定する役割を担っている。一方, (3) 式の $C(s)$ は

$$\begin{aligned} sC(s)|_{s=0} &= s \frac{G(s) + K(s) - Q(s)}{G(s)Q(s) + K(s)(G(s) + K(s))} \Big|_{s=0} \\ &= \frac{G(s) + K(s) - Q(s)}{\frac{G(s)Q(s)}{s} + \frac{K(s)}{s}(G(s) + K(s))} \Big|_{s=0} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{a_I} + k} \end{aligned} \quad (20)$$

を満足する。ただし,

$$\frac{K(s)}{s} \Big|_{s=0} = k = \text{const.} \quad (21)$$

である。(20) 式から, $a_I > 0$ のとき, (3) 式で表される修正 PI 補償器 $C(s)$ に含まれる I パラメータ a_I を大きくすると積分器の影響が大きくなり, 逆に小さくすると積分器の影響が小さくなることがわかる。これらのことから, 提案した (3) 式で表される修正 PI 補償器 $C(s)$ に含まれる I パラメータ a_I が, (1) 式の補償器 $C(s)$ のそれと同様の役割を果たしていることが確認された。

つぎに, (1) 式で表される従来の PI 補償器 $C(s)$ と (3) 式で表される修正 PI 補償器 $C(s)$ に含まれる P パラメータ a_P の役割を検討する。P パラメータ a_P の役割を明確にするために $a_I = 0$ とする。このとき, (1) 式の $C(s)$ は,

$$C(s)|_{s=0} = a_P \quad (22)$$

を満足する。すなわち, $a_P > 0$ のとき, P パラメータ a_P を大きくすると (1) 式で表される従来の PI 補償器 $C(s)$ のゲインが大きくなり, 逆に小さくするとゲインが小さくなることがわかる。一方, (3) 式の $C(s)$ は

$$C(s)|_{s=0} = a_P - \frac{1}{G(0)} \quad (23)$$

を満足する。 $a_P > 0$ のとき, P パラメータ a_P を大きくすると (3) 式で表される修正 PI 補償器 $C(s)$ のゲインが大きくなり, 逆に小さくするとゲインを小さくすることがわかる。したがって, (3) 式で表される修正 PI 補償器 $C(s)$ に含まれる P パラメータ a_P が, (1) 式で表される従来の PI 補償器 $C(s)$ のそれと同様の役割を果たしていることが示された。

以上のことから, 修正 PI 補償器 $C(s)$ に含まれる P パラメータ a_P , I パラメータ a_I が, 従来の PI 補償器 $C(s)$ に含まれるそれと同様の役割をすることが確認できた。

修正 PI 補償器 $C(s)$ に含まれる P パラメータ a_P , I パラメータ a_I が, 従来の PI 補償器 $C(s)$ に含まれるそれと同様の役割をすることから, 提案した修正 PI 補償器 $C(s)$ に含まれる P パラメータ a_P , I パラメータ a_I を, 参考文献^{(6)~(18)}の方法を用いて調整できるので, 提案する修正 PI 制御には, PI 制御で蓄えられた知見を活用できるという利点がある.

5. 数 値 例

ここでは数値例を与え, 本稿の有用性を検証する. 不安定で非最小位相な制御対象 $G(s)$

$$G(s) = \frac{s-50}{s^3-s^2-10s-8} \quad (24)$$

に対し, 図 1 の修正 PI 制御系を設計することを考える. (24) 式の制御対象 $G(s)$ は, 従来の PI 補償器を用いては安定化できないことに注意する. このことは, 従来の PI 補償器 $C(s)$ が (1) 式で表されることを用い, 図 1 の制御系の特性方程式 $1+C(s)G(s)=0$ にラウスの安定判別法を適用することにより, 容易に確認できる.

$G(s)+K(s)$ を最小位相系とし, $K(0)=0$ を満足する漸近安定でバイプロバーな $K(s)$ の一つは,

$$K(s) = \frac{-0.0086s^3 - 0.8499s^2 - 9.8684s}{s^3 + 3.1209s^2 + 2.3626s + 0.2418} \quad (25)$$

で与えられる. (17) 式を満足するように a_P , a_I を

$$\begin{cases} a_P = 100 \\ a_I = 100 \end{cases} \quad (26)$$

とする.

上記のパラメータを用いて (3) 式の修正 PI 補償器 $C(s)$ を設計し, 図 1 の制御系を構築したとき, ステップ目標入力 $r(t)$ に対する図 1 の観測出力 $y(t)$ の応答を図 2 に示す. 図 2 から, 従来の PI 補償器においては安定化できない制御対象に対しても, 提案した修正 PI 補償器を用いると安定化できていることが確認される.

つぎに, (24) 式の制御対象 $G(s)$ に対し, (25) 式の $K(s)$ を用いて, 修正 PI 補償器を設計し, 修正 PI 補償器 $C(s)$ に含まれる P パラメータ a_P , I パラメータ a_I を変化させた場合に, 応答がどのように変化するかについて述べる. まず, P パラメータ a_P を変化させた場合の応答の変化を述べる. I パラメータ $a_I = 1$ 一定とし, P パラメータを $a_P = 1, 10, 20$ と変化させた場合の, ステップ目標入力 $r(t)$ に対する図 1 の観測出力 $y(t)$ の応答を図 3 に示す. ただし, 実線, 点線, 破線がそれぞれ $a_P = 1, a_P = 10, a_P = 20$ の時の応答を

Fig. 2 Step response

Fig. 3 Step response using modified PI controller with $a_P = 1, 10, 20$ and $a_I = 1$

表す. 図 3 から, a_P を大きくしていくと, オーバershoot が大きくなるが, 収束速度は速くなることが確認できる. つぎに, I パラメータ a_I を変化させた場合の応答の変化を述べる. P パラメータ $a_P = 0.1$ 一定とし, I パラメータを $a_I = 5, 10, 20$ と変化させた場合の, ステップ目標入力 $r(t)$ に対する図 1 の観測出力 $y(t)$ の応答を図 4 に示す. ただし, 実線, 点線, 破線がそれぞれ $a_I = 5, a_I = 10, a_I = 20$ の時の応答を表す. 図 4 から, a_I を大きくしていくと, オーバershoot が小さくなり, 収束速度が速くなることが確認できる. 以上のことから, 修正 PI 補償器 $C(s)$ に含まれる P パラメータ a_P , I パラメータ a_I が, 従来の PI 補償器 $C(s)$ に含まれるそれと同様の役割をすることが確認された.

6. あ と が き

本稿では, $1/G(s)$ が強安定化可能であるような制御対象 $G(s)$ に対して, 山田, 茂木の並列補償法を用

Fig. 4 Step response using modified PI controller with $a_I = 5, 10, 20$ and $a_P = 0.1$

いた制御系の安定化補償器のパラメトリゼーション⁽²¹⁾と Kimura により提案されたモデル駆動制御⁽²²⁾のアイデアを融合することにより、

1. PI 制御では安定化不可能な制御対象に対しても適用できる。
2. 図 1 のフィードバック制御系の安定性を保証する。
3. 安定性を保証する P パラメータと I パラメータの許容集合が互いに独立である。
4. 修正 PI 補償器の P パラメータ a_P , I パラメータ a_I が、従来の (1) 式で表される PI 補償器の P パラメータ a_P , I パラメータ a_I と同様の役割をする。

という特徴を持つ修正 PI 制御系の設計法を提案した。数値例を示し、本稿の修正 PI 制御系の有用性を検証した。なお、本稿で提案した修正 PI 制御は、従来の PI 制御が持つ

1. 補償器の構造がシンプルであること
2. 補償器の次数 (1 次) が小さいこと
3. 補償器の P パラメータ a_P は、すべての周波数成分に対し偏差を a_P 倍するので、安定限界を把握しやすい

という利点を失ったかわりに、PI 制御では安定化不可能な制御対象に適用できるなどといった先に述べた利点を有する制御法であるといえる。修正 PI 補償器のロバスト安定性、ロバスト安定性を保証する修正 PI 補償器の設計法に関しては、新たな議論が必要となるため、稿を改めて検討することにした。

最後に、重要なご指摘をいただきました査読委員に感謝する。本研究の一部は、笹川科学研究助成の援助を受けた。ここに記し、感謝の意を表したい。

文 献

- (1) N.Minorsky: Directional stability of automatically steered bodies, J. Amer. Soc., Naval Engineers, 42-2, pp.280-309(1922)
- (2) A. Callender, D.R. Hartree and A. Porter: Time-lag in a control system, Phil. Trans. Roy. Soc. London, A235-756(1932)
- (3) 須田信英: PID 制御, 朝倉書店 (1992)
- (4) K. Astrom and T. Hagglund: PID controllers: Theory design, and tuning, Instrument Society of America, North Carolina(1995)
- (5) 高津, 伊藤: 制御技術動向調査報告-プロセス装置産業における制御技術の適用状況-, 計測と制御, 36-4, pp.238-244(1997)
- (6) J.G. Ziegler and N.B. Nichols: Optimum settings for automatic controllers, Trans. ASME, 64, pp.759-768(1942)
- (7) Taylor Instrument Companies: Instructions for Transcope Controller, Bull. 1B404(1961)
- (8) 高橋安人: 自動制御, 科学技術社 (1949)
- (9) P. Hazebroek and B.L. van der Warden: The Optimal Adjustment of Regulators, Trans. ASME, 72, pp.317-332(1950)
- (10) P. Hazebroek and B.L. van der Warden: Theoretical Considerations on the Optimal Adjustment of Regulators, Trans. ASME, 72, pp.309-315(1950)
- (11) W.A. Wolf: Controller Setting for Optimum Control, Trans. ASME, 73, pp.413-418(1951)
- (12) K.L. Chien, J.A. Hrones and J.B. Reswick: On the Automatic Control of Generalized Passive Systems, Trans. ASME, 74, pp.175-185(1952)
- (13) G.H. Cohen and G.A. Coon: Theoretical Consideration of Retarded Control, Trans. ASME, 75, pp.857-834(1953)
- (14) A.M. Lopez, J.A. Miller, C.L. Smith and P.W. Murrill: Tuning Controllers with Error-Integral Criteria, Instrumentation Technology, 14, pp.52-62(1967)
- (15) J.A. Miller, A.M. Lopez, C.L. Smith and P.W. Murrill: A Comparison of Controller Tuning Techniques, Control Engineering, 14, pp.72-75(1967)
- (16) 北森俊行: 制御対象の部分的知識に基づく制御系の設計法, 計測自動制御学会論文集, 15-4, pp.549-555(1979)
- (17) 北森俊行: PID 制御システムの設計論, 計測と制御, 19-4, pp.382-391(1980)
- (18) 桑田龍一: 改良型限界感度法と PID:I-PD 制御の特性, 計測自動制御学会論文集, 15-4, pp.232-239(1987)
- (19) J. Yang: Parameter Plane Control Design for a Two-tank Chemical Reactor Systems, Journal of the Franklin Institute, 331B-1, pp.61-76(1994)
- (20) A. Datta, M.Z. Ho and S.P. Bhattacharyya: Structure and Synthesis of PID Controllers, Springer-Verlag, London(2000)
- (21) 山田, 茂木: 並列補償法を用いた制御系設計に関する一考察, 日本機械学会論文集 (C) 編, 69-687, pp.3015-3020(2003)
- (22) H. Kimura: Is the Model a Good Controller? Perspectives on Brain Motor Control, CDC(2000)
- (23) M. Vidyasagar: Control System Synthesis-A factorization approach-, MIT Press(1985)