3 リンク鉄棒ロボットの大車輪運動と制御*

山 浦 弘^{*1}, 鈴木 博 之^{*2}, 小 野 京 右^{*1}

Giant-swing Motions and Control of a 3-DOF Link Mechanism

Hiroshi YAMAURA^{*3}, Hiroyuki SUZUKI and Kyosuke ONO^{*3} Department of Mechanical and Control Engineering, Tokyo Institute of Technology,
2 12 1 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552 Japan

This paper investigates the giant swing motion and control of a 3-DOF link horizontal bar mechanism. Five types of free giant swing motion are derived for an experimental setup by the shooting method. To evaluate the stability of the giant swing motion, a new criterion is proposed. It is shown that the continuous-time configuration based control can stabilize some types of giant swing motion. Sets of six feedback gains in the continuous-time configuration based control are successfully determined with Genetic Algorithm for various giant swing motions.

Key Words: Giant Swing, Non-holonomic System, Non-linear System, Evaluation of Stability, Continuous-time Configuration Based Control, Chaos Control

1. 結 言

開ループリンク機構は実現できる運動の多様性と高い操作性の点から産業用ロボットなどに用いられているが、高速化に伴い反作用力が大きくなるため、反作用力を利用した効率の良い駆動法の開発が望まれている。一方、動物の脚や腕などもリンク機構の一種と見なせるが、それらを用いた動物の歩行などには少ない入力で実現できる固有運動が利用されている。例えば人間の動的2足歩行運動はリンク機構の固有運動である倒立振り運動と振り運動の組み合わせでモデル化できる^{(1), (2)}。またサルの行うブラキエーション（枝渡り運動）^{(3), (4)}は振り子運動を連続した移動方法である。したがって、開ループリンク機構で構成されるロボットにおいても、その固有運動を用いることで効率の良い運動が実現できることが期待できる。

しかし、多自由度開ループリンク機構の動特性は遠心力やコリオリ力、重力による非線形性のため非常に複雑であり、固有運動を含めた一般的な力学的性質がほとんど明らかにされていない。特に重力場における多自由度開ループリンク機構の自由運動は、振幅が大きくなると微小な初期状態の違いでも全く異なる運動となるカオス的性質を示すことが知られており、解析の困難さを裏付けている。例えば、人間の鉄棒運動をモデル化した最も単純な多自由度開ループリンク機構である2リンク機構においてもその動特性は十分明らかでなかった⁽⁵⁾が、今津ら^{(6)~(9)}は2リンク鉄棒ロボットの大車輪運動に着目し、最適運動の解析手法や自由大車輪運動の性質を明らかにするとともに、2リンク鉄棒ロボット実験機によって複数のタイプの大車輪運動を実現するための基礎を築いた。しかし、人間の鉄棒運動をより厳密にモデル化するためには、人間の腕部、胴体部、脚部を別々のリンクにモデル化した3リンク機構で人間をモデル化する必要がある。そこで本研究では、まず第一に、3リンク鉄棒ロボットの解析モデルである3リンク機構の自由大車輪運動の特

* 原稿受付 2004年3月12日。

^{*1} 正員、東京工業大学大学院理工学研究科(〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1)。^{*2} 学生員、東京工業大学大学院理工学研究科。

E-mail: yamaura@mech.titech.ac.jp

徴を明らかにすることを目的とする。

また一方で、制御理論の分類によれば、3 リンク鉄棒ロボットは手首に相当する第1関節が非駆動関節であり、非ホロノミック拘束となっているため、非ホロノミック拘束を有する劣駆動システムに分類される。非ホロノミック拘束を有する劣駆動システムの運動制御は非ホロノミック制御とも呼ばれるが、一般的な制御法が確立されていない。

多自由度開ループ機構の大車輪運動の制御における従来の研究では、梶原ら⁽¹⁰⁾は鉄棒ロボットの振れを励起するため、振り始めは共振現象、振れが大きくなった場合には、パラメータ共振現象を利用して鉄棒ロボットを振り上げ、さらに非線形振動子の引き込み現象を利用して大車輪運動を実現できることを明らかにしている。佐藤ら⁽¹¹⁾は駆動関節を一定トルクで回転させつづけながら、非駆動関節に初期運動を与えると、駆動関節に対して非駆動関節が1,2,3倍周期となる車輪運動が安定に存在することを実験的に明らかにしている。山北ら⁽¹²⁾は不変マニホールドを利用した制御則により振り上げ、大車輪運動を実験的に実現している。

このようなこれまでの研究に対し、固有運動の線形和である自由運動は理想的な状態では入力零で実現できるため、アクチュエータの数が運動の自由度がよりも少ない劣駆動システムの制御法として有効と考えられることから、非ホロノミック拘束を有する劣駆動システムの制御法として、自由運動の軌道目標軌道とする軌道追従制御法の適用が提案されている^{(13),(14)}。そこで本研究では3リンク鉄棒ロボットの大車輪運動を目標軌道として、大車輪運動を安定に実現できる制御法を明らかにすることを第二の目的とする。

2. 解析モデルと運動方程式

Fig. 1 3-DOF gymnastic robot model

図1に3リンク鉄棒ロボットのモデルを示す。第1関節は人間の手首に相当し、非駆動関節である。第2関節は肩、第3関節は腰に相当し、駆動関節である。図1でのモデルのパラメータ (m_i, I_i, l_i, a_i, g) はそれぞれ質量、慣性モーメント、リンク長さ、関節からの質量中心までの長さ、重力加速度を表す。一般化座標を用いて運動方程式は次式の形に表せる⁽¹⁵⁾。

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

第1関節は能動的にトルクを発生することができないので、式(1)の一番上の式は拘束条件となる。

$$u_1 \equiv h(\ddot{x}, \dot{x}, x) = 0 \quad (2)$$

ここで $x \equiv [x_1, x_2, x_3]^T$ である。この拘束条件は一般に積分不可能であるため、図1で示される劣駆動モデルは非ホロノミック系である。

3. 自由大車輪運動

入力トルクを必要としない自由大車輪運動は、初期状態のみによって後の運動が決まる自由運動であり、かつ、周期運動である。したがって、様々な自由運動の中から周期運動を見つけることで、自由大車輪運動を見つけることができる。すなわち、まず、初期状態として鉄棒真上の位置 $(x_{10} = -\pi, x_{20} = x_{30} = 0)$ で適当な初期角速度を与えて第1リンクの一回転後の終端状態 $(x_1(T) = \pi, T: \text{回転周期})$ に 1×10^{-6} の精度で一致するまで、適応時間幅のルンゲクッタ法⁽¹⁶⁾を用いて時間積分を行い、3リンク鉄棒ロボットの時刻歴応答を計算する。次に、初期状態と終端状態での状態量 $(x_i, \dot{x}_i, i = 1, 2, 3)$ の差を周期性誤差と定義し、終端での周期性誤差を評価して周期運動となる初期角速度分布を導出するために、次式で定義される誤差評価関数を用いる。

$$\begin{aligned} E = & w_2(x_2(T) - x_{20})^2 + w_3(x_3(T) - x_{30})^2 \\ & + T^2 w_1(\dot{x}_1(T) - \dot{x}_{10})^2 + T^2 w_2(\dot{x}_2(T) - \dot{x}_{20})^2 \\ & + T^2 w_3(\dot{x}_3(T) - \dot{x}_{30})^2 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで w_i は第 i リンクに対する重み係数である。周期的な大車輪運動となる初期角速度を与えれば、周期性誤差がないため誤差評価関数式 E は0となる。

本論文では図2に示す実験機を一例として、自由

Fig. 2 Experimental gymnastic robot

Table 1 Link Parameters

$I_1 + m_1 a_2^2 + m_2 l_1^2$			[kgm ²]	0.134	
$m_1 a_1 + m_2 l_1$			[kgm]	0.983	
$I_2 + m_2 a_2^2$			[kgm ²]	0.0250	
$m_2 a_2$			[kgm]	0.1429	
m_3	[kg]	0.216	I_3	[kgm ²]	0.000814
l_1	[m]	0.150	l_2	[m]	0.150
l_3	[m]	0.200	a_3	[m]	0.0952

運動の特徴を調べた。実験機のパラメータは表 1 に示すとおりである。図 3 は上記の計算法により求めた実験機の初期角速度に対する誤差評価関数分布である。横軸は第 1 関節初期角速度、縦軸は第 2 関節初期角速度である。各図において第 3 関節初期角速度を $\dot{x}_3 = -10, 0, 10$ rad/s に固定して誤差評価関数の対数分布を示した。等高線は回転周期 T を表している。図 3 で色の黒い領域では比較的誤差が小さいことを示し、周期運動に近い自由運動であることを示している。

次に誤差が小さい領域を参考にしてシューティング法を用いて高精度に自由大車輪運動となる初期角速度を探索し、得られた自由大車輪運動を初期角速度の符号に基づいて 5 種類に分類した。図 4 に 5 種類の運動形の一例を示す。タイプ 2 およびタイプ 4 は、 $\dot{x}_{30}$ の符号が正の自由大車輪運動であり、判別は困難であるが、図 3(c) の中にそれらの自由大車輪運動に近い運動が現れている。タイプ 2 と 4 の違いは $\dot{x}_{20}$ の符号の正負である。同様にタイプ 3 およびタイプ 5 は、 $\dot{x}_{30}$ の符号が負の自由大車輪運動であり、図 3(a) の中にそれらの自由大車輪運動に近い運動が現れている。タイプ 3 と 5 の違いは $\dot{x}_{20}$ の符号の正負である。タイプ 1 の自由大車輪運動の運動形態は、タイプ 5 の運動形態に似ているが、 $\dot{x}_{30}$ および $\dot{x}_{20}$ がほぼ零であり、 $\dot{x}_{10}$ が大きな値となり、運動周期が短くなっても常に存在する点で異なる。図 3(b) から、 $\dot{x}_{10}$ の広い範囲にわたってタイプ 1 の自由大車輪運動に近い運動が存在することが分かる。

(a) $\dot{x}_{30}$ [rad/s] = -10 (b) $\dot{x}_{30}$ [rad/s] = 0 (c) $\dot{x}_{30}$ [rad/s] = 10

Fig. 3 Contour plot of deviation from periodic motion

Fig. 4 Free giant swing motions for the experimental setup

4. 最大特異値を用いた周期軌道近傍の有限誤差領域における安定性評価法

ここでは n 次系の周期運動の安定性評価の基本的な考え方を示す。まず、 n 次の状態量ベクトルを $\bar{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ とする。 n 次元の状態空間において周期運動を表現すると、図 5 の $x_{p,ref}$ のように周期毎に同じ点を通過する性質がある。そこで一つの状態量を選択して、軌道を横切る一断面 P (ポアンカレ断面) において、目標とする周期運動と現在の運

Fig. 5 Poincaré map of a closed periodic trajectory

動との誤差を離散的に求めて安定性の評価を行うのが一般的である。例として、 $x_1 = x_{1p}$ を断面 P に選択し、断面 P を k 回目に通過したときの状態量ベクトルを $\bar{x}_k = \{x_{1p}, x_{p,k}^T\}^T$, $x_{p,k} = \{x_2, \dots, x_n\}^T$ とすれば、 $k+1$ 回目に断面を通過するときの状態量ベクトル $\bar{x}_{k+1} = \{x_{1p}, x_{p,k+1}^T\}^T$, $x_{p,k+1} = \{x_2, \dots, x_n\}^T$ は $\bar{x}_k$ から実際の現象であれば一周周期だけ運動をすすめるか、シミュレーションであれば一周周期だけ時間積分を行うかすれば求められる。状態量ベクトルの第一要素は常に x_{1p} なので残りの状態量ベクトル $x_{p,k}$, および $x_{p,k+1}$ に注目すると、それらの関係を表す状態遷移写像を $\Phi = \{\Phi_1, \dots, \Phi_{n-1}\}^T$ と定義できる。

$$x_{p,k+1} = \Phi(x_{p,k}) \quad (4)$$

さて、周期軌道となる初期状態を与えれば一周周期後に同じ点に戻ってくるので次式が成り立つ。

$$x_{p,ref} = \Phi(x_{p,ref}) \quad (5)$$

しかし初期状態に誤差が生じると周期軌道から外れて運動する。 k 回目の状態量に誤差 $e_{p,k} = \{e_2, \dots, e_n\}^T = \{x_2 - x_{2ref}, \dots, x_n - x_{nref}\}^T$ があつたとすると $k+1$ 回目の状態 $x_{p,k+1}$ は次式のようになる。

$$x_{p,k+1} = \Phi(x_{p,ref} + e_{p,k}) \quad (6)$$

ここで $e_{p,k}$ の張る超球の中に特異点を含まないと仮定すると Φ が x_p に関して微分可能となり、次式のようにテーラー展開できる。

$$\begin{aligned} x_{p,k+1} &= \Phi(x_{p,ref}) + \frac{\partial \Phi}{\partial x_p} e_{p,k} \\ &+ \frac{1}{2!} e_{p,k}^T \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_p^2} e_{p,k} + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

ここで

$$\mathbf{x}_{p,k+1} = \mathbf{x}_{p,ref} + \mathbf{e}_{p,k+1} \quad (8)$$

$$= \Phi(\mathbf{x}_{p,ref}) + \mathbf{e}_{p,k+1} \quad (9)$$

を式(7)に代入し $\mathbf{e}_{p,k}$ が微小であるとして高次項を無視すると、 $k+1$ 回目の周期軌道からの誤差ベクトル $\mathbf{e}_{p,k+1}$ は次式ようになる。

$$\mathbf{e}_{p,k+1} = \frac{\partial \Phi(\mathbf{x}_{p,ref})}{\partial \mathbf{x}_p} \mathbf{e}_{p,k} = A \mathbf{e}_{p,k} \quad (10)$$

ここで行列 A はその i 行 j 列の要素が

$$A_{i,j} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_{j+1}} \quad (i, j = 1, \dots, n-1) \quad (11)$$

で定義される誤差遷移行列である。

このように周期運動は、一般的な離散事象系の不動点 $\mathbf{x}_{p,ref}$ として表現できるため、その安定性を誤差遷移行列の固有値の絶対値の最大値の大きさで評価するのが一般的である。これは、誤差遷移行列の固有値の絶対値の最大値が1未満であることが、式(10)が成立するような微小誤差ベクトル $\mathbf{e}_{p,k}$ に対して無限回周回を重ねた後の誤差ベクトル

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \mathbf{e}_{p,k+m} = \lim_{m \rightarrow \infty} A^m \mathbf{e}_{p,k} \quad (12)$$

が零ベクトルになるための必要十分条件であるからである。

しかし、このような評価法には2つの問題点がある。第一に本研究で対象としている系では、誤差遷移行列 A が解析的に得られないため、誤差遷移行列式(11)を解析的に算出することができない。2リンク鉄棒ロボットを対象とした前報⁽¹³⁾においても、不動点近傍にポアンカレ断面上に有限の大きさの誤差による超球を仮定して近似的に誤差遷移行列を計算しているが、このように計算された誤差遷移行列およびその固有値の絶対値の最大値は仮定した誤差の大きさに依存するため、安定性を判別するための誤差の大きさの選択の問題が生じる。第二に、周期軌道を安定に継続するためには微小誤差に対する不動点の安定性のみならず、実際に存在すると想定される有限の大きさをもつ誤差が周期軌道の引き込み領域に入っていることが必要である。

そこで本研究ではまず、周期軌道近傍の有限誤差領域における安定性を以下のように定義する。

定義：周期軌道近傍の有限誤差領域における安定性

一つの周期軌道に対して半径 ϵ の超球表面の任意の初期誤差 $\mathbf{e}_{p,0}$ (すなわち $\|\mathbf{e}_{p,0}\| = \epsilon$) を与えた結果、周回中の誤差 $\mathbf{e}_{p,k}$ ($k = 1, 2, \dots$) が $\|\mathbf{e}_{p,k}\| < \epsilon$ を満たすとき、この周期運動は ϵ の大きさの誤差領域において安定である。

注1 図3が示唆するように状態空間内で周期軌道となるポアンカレ断面上の点は連続に存在するが、運動周期を固定すれば一点となり、 ϵ として適切な大きさを選定すれば、その中に複数の周期軌道が含まれないようにすることができる。

注2 周回中の誤差が常に $\|\mathbf{e}_{p,k}\| < \epsilon$ を満たすことを要求するのは厳しいが、 ϵ の大きさの初期誤差による安定判別は ϵ よりも大きな誤差に対する安定性を保証できないため、条件を緩和できない。

注3 ここで定義されている安定性は、Liapunov の意味での安定の特殊ケースである。

上記の安定性の判別のため、以下の定理が利用できる。

定理 一つの周期軌道以外含まない周期軌道近傍の大きさ ϵ の有限誤差領域において系が安定であるための必要十分条件は、大きさ ϵ の初期誤差 $\mathbf{e}_{p,0}$ を用いて計算した近似的な誤差遷移行列 $\hat{A}(\epsilon)$ の最大特異値 $\sigma_{max}(\epsilon)$ が $\sigma_{max}(\epsilon) < 1$ を満たすことである。

注4 ここで $\hat{A}(\epsilon)$ とは、有限の大きさ ϵ の初期誤差を順番に状態量 $\mathbf{x}_p$ の要素にもたせた $n-1$ 本の初期誤差ベクトル $\mathbf{e}_{p,0}^j$ ($j = 1, \dots, n-1$) から計算される一周回後の誤差ベクトル $\mathbf{e}_{p,1}^j$ ($j = 1, \dots, n-1$) を j 列にもつ誤差遷移行列である。

$$\hat{A}(\epsilon) = \frac{1}{\epsilon} [\mathbf{e}_{p,1}^1 \dots \mathbf{e}_{p,1}^{n-1}] \quad (13)$$

必要性の証明 $\hat{A}(\epsilon)$ を用いて最悪ケースにおける一周後の誤差ノルムの倍率を計算すると次式となる。

$$\begin{aligned} & \sup_{\|\mathbf{e}_{p,0}\|=\epsilon} \sqrt{\frac{\|\mathbf{e}_{p,1}\|^2}{\|\mathbf{e}_{p,0}\|^2}} \\ &= \sup_{\|\mathbf{e}_{p,0}\|=\epsilon} \sqrt{\frac{\mathbf{e}_{p,0}^T \hat{A}(\epsilon)^T \hat{A}(\epsilon) \mathbf{e}_{p,0}}{\mathbf{e}_{p,0}^T \mathbf{e}_{p,0}}} \\ &= \sigma_{max}(\epsilon) \end{aligned} \quad (14)$$

ここで $\hat{A}(\epsilon)^T$ は誤差遷移行列の転置行列、 $\sigma_{max}(\epsilon)$ は $\hat{A}(\epsilon)$ の最大特異値である。式(14)是最悪ケースを想定すると一回の周回で誤差ノルムは $\sigma_{max}(\epsilon)$ 倍され

ることを意味している。従って、 $\|e_{p,0}\| = \epsilon$ である任意の誤差 $e_{p,0}$ に対して $\|e_{p,1}\| < \epsilon$ を満たすためには $\sigma_{max}(\epsilon) < 1$ が必要条件となる。

十分性の証明 仮定より半径 ϵ の超球の中に有限の大きさの誤差に対応する周期軌道が存在しないため、大きさが ϵ 以下の誤差に対して誤差ノルムの倍率が1となることがなく、誤差ノルムの倍率の最小値がこの誤差の範囲で1よりも大きいか、または、その最大値がこの誤差の範囲で1未満である。従って $\sigma_{max}(\epsilon) < 1$ は、 ϵ 以下の誤差の範囲で σ_{max} を1未満とし、有限誤差領域で周期軌道が安定となる十分条件である。

次にシューティング法で導出した自由大車輪運動に対して評価した自律的な軌道安定性を示す。表2は本研究で着目した2種類の大車輪運動での最大特異値 σ_{max} である。ここでは微小な初期誤差ノルム $\epsilon = 5.0 \times 10^{-4}$ の誤差ベクトルを与え、評価を行った。いずれの運動も最大特異値が1以上になっており、制御入力を与えない自由大車輪運動には、周期軌道近傍の有限誤差領域における安定性の意味で、自律的な軌道安定性がないことが分かる。以上の解析から、周期軌道近傍の有限誤差領域における安定性を確保するためには誤差遷移行列の最大特異値を1未満にするような何らかのフィードバック制御が必要であることが明らかである。

Table 2 Maximum singular values of the error transfer matrix without control

Period[s]	Type 2	Type 3
0.6	3.62×10^1	6.97×10^1
0.7	8.94×10^1	1.59×10^2
0.8	2.29×10^2	3.67×10^2
0.9	6.16×10^2	1.05×10^3

5. 定係数コンフィギュレーション制御による大車輪運動の制御

本節では導出した自由大車輪運動を安定に実現するためにコンフィギュレーション制御法⁽¹³⁾を適用するとともに、フィードバックゲインの選択法としてGA(Genetic Algorithm)を用いた手法の有効性を示す。

時間基準の目標軌道を参照して軌道追従制御を行う場合、目標軌道からのずれが大きくなると実際の姿勢(状態量)に即した制御ができなくなり、目標軌道に追従できなくなってしまうと考えられる。そこで筆者らは第1関節角度を基準に目標軌道を与える定係数コン

フィギュレーション制御を提案し⁽¹³⁾、2リンク鉄棒ロボットのの大車輪運動の実現に成功している。この定係数コンフィギュレーション制御による制御対象の周期運動の可制御系もしくは可安定性を一般的に議論することはできないが、本研究の制御対象である3リンク鉄棒ロボットのの大車輪運動の安定化制御にも適用可能であったので、その結果について報告する。

提案する手法を3リンク鉄棒ロボットに適用する場合、まず状態量 $x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3$ の目標値を第1関節角度 x_1 に対応させて与える。すなわち図6(a)に示す解析的に導出した時間の関数である目標軌道 $x_{ref}(t)$ に対して、ある時刻 t_k での第1関節角度 x_1 は

$$x_1 = x_{1ref}(t_k) \quad (15)$$

と表せるので、逆関数を用い

$$t_k = x_{1ref}^{-1}(x_1) \quad (16)$$

を求めれば、他の状態量は

$$x_{2ref} = x_2(t_k) = x_2(x_{1ref}^{-1}(x_1)) \quad (17)$$

などと表せる。式(17)は時間関数ではなく図6(b)に示す様に基準となる状態量 x_1 の関数として、目標軌道を与えることを意味している。ここで第1リンクの角度は単調増加と仮定しているが、第1リンクの角度が単調増加でない場合は、経路パラメータを導入して状態量と目標値が1対1対応するように経路座標系を設定する必要がある。

Fig. 6 Configuration space corresponded to the first joint angle

式 (17) の目標軌道を用いて各状態量が連続的に測定可能であると仮定すると、追従誤差は次式の様に定義できる。

$$e_i = x_i - x_{iref}(x_{1ref}^{-1}(x_1)) \quad (i = 2, 3) \quad (18)$$

$$\dot{e}_j = \dot{x}_j - \dot{x}_{jref}(x_{1ref}^{-1}(x_1)) \quad (j = 1, 2, 3) \quad (19)$$

既に提案した定係数コンフィギュレーション制御ではこの追従誤差を用いて連続時間の入力トルク u_2, u_3 を次式のように与える。

$$u_2 = -k_{p2}e_2 - k_{d21}\dot{e}_1 - k_{d22}\dot{e}_2 \quad (20)$$

$$u_3 = -k_{p3}e_3 - k_{d31}\dot{e}_1 - k_{d33}\dot{e}_3 \quad (21)$$

次に定係数コンフィギュレーション制御のフィードバックゲイン $k_{p2}, k_{p3}, k_{d21}, k_{d31}, k_{d22}, k_{d33}$ の決定法について示す。単純に考えればフィードバックゲイン k を、 $k_{min} \sim k_{max}$ の範囲で Δk 刻みに設定して誤差遷移行列の最大特異値を最小とするゲインの組み合わせを選択すればよい。しかしゲインの全ての組合せ $((k_{max} - k_{min})/\Delta k + 1)^6$ 通り) についてそれぞれ最大特異値を計算することは計算時間の問題で困難であるため、GA を用いてゲインを選択した。本研究ではフィードバックゲインを 2 進数にコーディングせず、その値自体を遺伝子ととらえ、まずランダムなフィードバックゲイン 6 個の組合せの個体群を用意した。次に世代を進めるためにまず、誤差遷移行列の最大特異値を評価して個体群の選択を行い、最大特異値の小さいものから 50% を次世代に残す。また残した個体を交差して 20% の新たな個体を作り出すと共に、局所解を防ぎ、より広い範囲で最適解を探索するため突然変異を行った個体を 30% 用意して次の世代へと移る。このような操作を最大特異値の最小値が収束するまで世代交代を繰り返した。また、ローカルミニマムへの落ち込みを回避するため、初期の個体群をランダムに複数回与えて GA による最適解選定を行い、それらの結果を考慮して最終的なフィードバックゲインの選定を行った。

図 7 にタイプ 2、周期 0.8s の目標軌道に対して GA を用いて 6 個のフィードバックゲイン $k_{p2}, k_{p3}, k_{d21}, k_{d31}, k_{d22}, k_{d33}$ を選択し、最大特異値の最小値を探索したときの結果の一例を示す。横軸は世代、縦軸は最大特異値 σ_{max} である。この図から GA で世代が進む毎に σ_{max} は小さくなっていることが分かる。またこの例では 13 世代で $\sigma_{max} < 1$ となり $\sigma_{max} = 0.28$ に収束している。運動タイプや周期によって差がある

Fig. 7 Maximum singular value through Generation by the continuous-time constant gain configuration based control (Type 2, $T=0.8s$)

(a) $\sigma_{max} = 0.28$

(b) $\sigma_{max} = 1.24$

Fig. 8 Tracking error and driving torque in case of the continuous-time constant gain configuration based control (Type 2, $T=0.8s$)

がこれまで計算した例では 30~50 世代までに一定値に収束した。これは全ての組合せの計算量と比較して 10% 以下である。

Table 3 Example of feedback gains and resultant maximum singular values

	k_{p2}	k_{p3}	k_{d21}	k_{d31}	k_{d22}	k_{d33}	σ_{max}
(a)	15	-4	1	14	2	2	0.28
(b)	15	-2	0	15	-15	2	1.24

本論文で提案している安定性評価法およびGAによるフィードバックゲイン選定の有効性を示すため、タイプ2、周期0.8sの自由車輪運動を目標軌道とし、最大特異値が1未満と1より大きくなる2組のフィードバックゲインの組合せを用いた場合の時刻歴応答の一例を図8に示す。このときのフィードバックゲインの値は表3の通りであり、ノルムが0.1の大きさで最大特異値に対応する初期誤差ベクトルを用いた。図(a)では時刻歴応答から周回を重ねるに従い追従誤差が小さくなっていることが確認できる。一方、図(b)では周回を重ねても追従誤差は小さくならず、自由大車輪運動とは異なった運動となっている。これらの結果は一例であるが、本論文で提案している安定性評価法およびGAによるフィードバックゲイン選定法の有効性を示す結果と言える。

6. 結 言

本論文では、まず、3リンク鉄棒ロボットの基本的な動特性を示し、5種類の自由大車輪運動を明らかにした。次に、導出した自由大車輪運動においてポアンカレ断面上の誤差遷移行列の最大特異値を用いた軌道安定性評価法を提案し、自由大車輪運動に自律的な安定性がないことを示した。さらに、自由大車輪運動を安定化するために、定係数コンフィギュレーション制御を適用するとともに、GAを用いてフィードバックゲインを選定する手法を提案した。また、GAにより選択したフィードバックゲインを定係数コンフィギュレーション制御に用いれば軌道安定性が得られることを計算機シミュレーションで確認した。実験機での大車輪運動の実現は今後の課題である。

文 献

- (1) 佐野明人, “重力場を巧みに利用した動的2足歩行”, 日本ロボット学会誌, 11-3, (1993), pp.354-359.
- (2) 小野京右・高橋隆太郎・今津篤志, “2足歩行機構の自励駆動”, ロボティクス・メカトロニクス'99講演論文集, 2P1-41-093.
- (3) 中西淳, “2リンクブラキエーションロボットの制御”, ロボティクス・メカトロニクス'99講演論文集, 97-22, (1997), pp.289-290.
- (4) 西村秀和, “誤差学習による終端状態制御を用いたブラキエーションロボットの運動制御”, 日本機械学会論文集, 63-605 C(1997), pp.182-189.

- (5) 川村貞夫, “人間の技量と機械の技量 ロボットにいかんに技量を発現させるか”, 日本ロボット学会誌, 16-5 (1998), pp.586-590.
- (6) 小野京右・今津篤志, “大車輪運動の最適軌道に関する研究”, 日本機械学会論文集, 62-599, C(1996), pp.2640-2647.
- (7) 小野京右・今津篤志, “非ホロノミック拘束系の最適軌道計画に関する研究(第1報)”, 日本機械学会論文集, 64-618, C(1998), pp.516-522.
- (8) 小野京右・今津篤志, “非ホロノミック拘束系の最適軌道計画に関する研究(第2報)”, 日本機械学会論文集, 65-637, C(1999), pp.3583-3591.
- (9) 今津篤志・山本幸治・小野京右, “2自由度リンク機構における大車輪運動の解析”, 日本機械学会論文集, 66-644, C(2000), pp.1102-1109.
- (10) 梶原秀一, “鉄棒ロボットの数理解析と運動制御”, 日本ロボット学会誌, 18-4, (2000), pp.515-520.
- (11) 佐藤勇一, “周期回転機構のメカニズム”, 日本機械学会論文集, 63-612, C(1997), pp.2701-2706.
- (12) Masaki Yamakita, “Giant swing via forward upward circling of the acrobat-robot”, *Proceedings of the American Control Conference*, v4, (2001), pp.3262-3267.
- (13) 山本幸治・今津篤志・小野京右, “2自由度リンク機構における大車輪運動の制御”, 日本機械学会論文集, 66-651, C(2000), pp.3591-3599.
- (14) 劉栄強・小野京右, “2足歩行ロボットの最適軌道計画(第2報, 劣駆動系・膝衝突条件および歩幅の影響)”, 日本機械学会論文集, 67-661, C(2001), pp.2889-2896.
- (15) 山浦・小野・鈴木, “3リンク鉄棒ロボットの大車輪運動の研究”, *Dynamics & Design Conference 2002 アブストラクト集*, 2002, pp.150.
- (16) 丹慶ほか訳, Press, W.H. ほか原著, “ニューメカニカル レシピ・イン・シー C言語による数値計算のレシピ”, 技術評論社, 1994, p.535.