Unscented Kalman Filter を用いた Acrobot のパラメータ同定*

荒 木 望^{*1}, 岡 田 道 人^{*2}
小 西 康 夫^{*1}, 石 垣 博 行^{*1}Parameter Identification of the Acrobot Using the
Unscented Kalman FilterNozomu ARAKI, Michito OKADA,
Yasuo KONISHI^{*3} and Hiroyuki ISHIGAKI^{*3} Graduate School of Engineering, University of Hyogo,
2167 Shosya, Himeji-shi, Hyogo, 671-2201 Japan

This paper considers parameter identification of a 2 link underactuated Acrobot robot called Acrobot. According to parameter identification studies, the method using Extended Kalman Filter (EKF) has been proposed. The Acrobot considered here is assumed to be influenced kinematic and viscous friction, and its equation of motion includes discontinuous terms. Unfortunately, EKF can't be executed such an indifferentially nonlinear systems. Then we proposed a new method using the Unscented Kalman Filter (UKF) for parameter identification of the Acrobot. UKF is the state estimation method for nonlinear systems developed in recent years, and this method is applicable even when there is a discontinuity in nonlinear systems. The proposed method's effectiveness has been clarified through computer simulation and experiment.

Key Words: Parameter Identification, Underactuated Acrobot Robot, 2 Link Manipulator, Unscented Kalman Filter, State Estimation

1. は じ め に

動的システムのパラメータ同定は、実際にシステムの制御を行う上で非常に重要な問題である。動的システムの物理パラメータは、設計時点で一応の値が求められているが、摩擦等の影響を設計時点で考慮することは非常に困難である。このため、現実の挙動に則した物理パラメータの値を把握するためには、実際の運転状態での収集データをもとに、その値を推定する必要がある。本論文で扱う Acrobot は、第 2 関節部にのみアクチュエータをもつ 2 自由度マニピュレータであり、アクチュエータの数が自由度の数よりも少ない劣駆動機械系である。Acrobot については、制御手法について多くの研究が行われている^{(1)~(3)}が、Acrobot のパラメータ同定について論じた研究はほとんどない。

実際の運転データに基づいて物理パラメータを推定する手法としては、最小二乗法を用いた逐次同定法・同時同定法⁽⁴⁾や、Kalman Filter を用いる方法⁽⁵⁾などが提案されている。このうち、Kalman Filter を利用した手法とは、システムの未知パラメータを状態変数とみなし、非線形システムの状態推定手法である、Extended Kalman Filter (拡張カルマンフィルタ: EKF) により推

定を行う手法である。EKF は、非線形システムをテラー展開により時々刻々線形化することで、線形推定理論である Kalman Filter を、非線形システムに適用できるように拡張したものである。このため、EKF を適用するためには、対象となるシステムの非線形状態方程式が各状態変数に対して微分可能でなければならないという制約条件をもつ。しかしながら、本論文で扱う摩擦の影響を考慮した Acrobot の場合、運動方程式中に不連続関数が存在するため、微分不可能な非線形システムとなり、EKF による推定を適用することはできない。

近年、信号処理の分野で注目されている Unscented Kalman Filter (UKF)⁽⁶⁾⁽⁷⁾ と呼ばれる手法は、非線形システムの線形化を行う代わりに有限個の重み付サンプル点を用いることで推定値を計算する手法である。このため、非線形状態方程式が微分不可能であっても適用可能であり、推定精度についても EKF よりも向上することが報告されている⁽⁶⁾。そこで本論文では、この UKF を用いて、動摩擦および粘性摩擦を考慮した Acrobot のパラメータを同定する手法を提案した。提案したパラメータ同定手法の有効性については、シミュレーションと実験により検証を行い、摩擦項のような不連続関数が存在する力学系においても、優れた同定精度があることを確認した。

* 原稿受付 2004 年 10 月 22 日。

^{*1} 正員、兵庫県立大学大学院工学研究科 (〒671-2201 姫路市書写 2167)。^{*2} 兵庫県立大学大学院工学研究科。

E-mail: konishi@eng.u-hyogo.ac.jp

2. Acrobot のモデルと基底パラメータ

2.1 Acrobot の運動方程式 本論文で扱う Acrobot は、図 1 に示すような 2 自由度マニピュレータであり、第 2 リンクの回転軸にのみ駆動力が働くことから、劣駆動システムとしての特性をもつ。

Fig. 1 An Acrobot model.

各リンクの長さを l_i 、質量を m_i 、重心周りの慣性モーメントを I_i とし、各リンクの重心はそれぞれのリンクの関節部から長さ l_{ci} の位置にあるものとする。また、Acrobot の基準座標は、リンク 1 の回転軸を原点とし、水平方向を x 軸、鉛直方向を y 軸と定義する。

いま、リンク 1 の y 軸方向からの絶対角を q_1 、リンク 1 とリンク 2 との相対角を q_2 とし、 τ を第 2 関節に加えられる駆動トルクとする。各関節は粘性摩擦、動摩擦の影響を受けるものとし、各関節の粘性抵抗 μ_i 、動摩擦 D_i とすると、Acrobot の運動方程式は次式で与えられる。

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}(\dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

ここで $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2]^T$ 、 $\boldsymbol{\tau} = [0 \ \tau]^T$ であり、 $\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}$ は慣性項、 $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ は遠心力およびコリオリ力項、 $\mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}$ は粘性摩擦項、 $\mathbf{D}(\dot{\mathbf{q}})$ は動摩擦項を表す。各項はそれぞれ以下ようになる。

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M_1 + 2l_1 R \cos q_2 & M_2 + l_1 R \cos q_2 \\ M_2 + l_1 R \cos q_2 & M_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) =$$

$$\begin{bmatrix} Cg \sin q_1 + R\{g \sin(q_1 + q_2) - l_1 \dot{q}_2(2\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2\} \\ R\{l_1 \dot{q}_1^2 \sin q_2 + g \sin(q_1 + q_2)\} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} D_1 \text{sign}(\dot{q}_1) \\ D_2 \text{sign}(\dot{q}_2) \end{bmatrix}$$

ただし、

$$M_1 = I_1 + I_2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2)$$

$$M_2 = I_2 + m_2 l_{c2}^2$$

$$R = m_2 l_{c2}$$

$$C = m_1 l_{c1} + m_2 l_1$$

であり、 g は重力加速度、 $\text{sign}(\cdot)$ は符号関数である。

2.2 基底パラメータ 与えられた力学系の運動方程式を決定するために必要かつ十分なパラメータの集合を基底パラメータと呼ぶ⁽⁴⁾。ここでは、運動方程式 (1) を得るために必要かつ十分なパラメータを明らかにする。

はじめに、幾何学的情報 (リンクの長さ l_i)、および重力加速度 g は既知であると仮定する。このとき、個々のリンクごとに属するパラメータ

$$\mathcal{P} = \{I_1, I_2, m_1, m_2, l_{c1}, l_{c2}, \mu_1, \mu_2, D_1, D_2\} \in \mathcal{R}^{10} \quad (2)$$

がすべて既知であれば、運動方程式は一意に決まる。すなわち、(2) の 10 個のパラメータの集合 $\mathcal{P}$ を知ることは運動方程式を決定するための十分条件となっている。逆に、運動方程式が与えられたとき、そこから一意に決まるパラメータを考えると、 $\mathcal{P}$ に含まれるパラメータを一意に決定することはできず、 $\mathcal{P}$ の要素のいくつかだけが結合された

$$\rho = \{M_1, M_2, R, C, \mu_1, \mu_2, D_1, D_2\} \in \mathcal{R}^8 \quad (3)$$

のパラメータのみが決定できる。

したがって、本論文では Acrobot の運動方程式を決定するのに必要かつ十分なパラメータである、(3) の 8 個のパラメータの集合 ρ の同定について議論する。

3. UKF によるパラメータ同定

Acrobot とほとんど同じ運動方程式をもつ 2 自由度マニピュレータに関しては、同時同定法・逐次同定法を用いた手法がほぼ確立されている⁽⁴⁾。これらの手法は、2 自由度マニピュレータの運動方程式が基底パラメータに対しては線形代数方程式と見なせることを利用し、最小二乗法によりパラメータを推定する手法である。同時同定法・逐次同定法によりパラメータを推定するためには、マニピュレータの各リンクの角度、角速度、角加速度、および駆動トルクを必要とする。しかしながら、実際には角速度および角加速度を直接計測することは困難であるため、ローパスフィルタ (LPF) などを用いて角度情報から角速度および角加速度を算出することが多い。この場合、得られる結果は

LPF の設計に依存して大きく変動し、十分な精度が得られないという問題がある。

そこで本論文では、Unscented Kalman Filter (UKF) とよばれる手法を用いて、角度データから直接 Acrobot の基底パラメータを推定する手法を提案する。UKF は、拡張 Kalman Filter (Extended Kalman Filter : EKF) と同様に Kalman Filter の理論を非線形システムに拡張したものである。UKF の特徴は、非線形システムの線形化を行わず、重み付サンプル点によって状態変数の期待値と共分散を表現することで、それぞれの推定値を算出する点である。このため、微分可能ではない非線形項を含むシステムに対しても適用可能な手法であり、本論文で扱うような摩擦項等を考慮した力学系のパラメータ同定問題に対しては非常に有効な手法であるといえる。ここでは、UKF の概説とパラメータ同定への適用について述べる。

3.1 Unscented Kalman Filter いま、次のような非線形離散時間システムを考える。

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{f}_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \quad (4)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^{n_x}$ は n_x 次の状態ベクトルであり、 $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^{n_y}$ は n_y 次の観測ベクトルである。また、プラント雑音 $\mathbf{w}_{k-1}$ および観測雑音 $\mathbf{v}_k$ は、互いに独立な平均値 0 のガウシアンノイズであり、それぞれ $\mathbf{Q}_{k-1}$ 、 $\mathbf{R}_k$ の共分散行列をもつものとする。

この非線形システムの観測値 $\mathbf{y}$ を用いて状態ベクトル $\mathbf{x}$ を推定する問題を考える。式 (4)-(5) で表されるシステムの $\mathbf{f}_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1})$ および $\mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k)$ の各項が微分可能である場合には、EKF を用いて、状態ベクトル $\mathbf{x}$ を推定することが可能であることが知られている。EKF は、観測値が $\mathbf{y}_k$ であるとき、状態ベクトルが $\mathbf{x}_k$ となる確率密度関数 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_k)$ をガウシアン分布として近似し、その期待値と共分散行列を線形化されたシステムから解析的に計算する手法である。しかしながら、 $\mathbf{f}_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1})$ もしくは $\mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k)$ のいずれかが微分可能でない (例えば、不連続項を含む) 場合には、テーラー展開を用いてシステムを線形化する EKF を適用することはできない。

一方 UKF では、確率密度関数の分布を決定論的に選択される複数のサンプル点によって表現する。そして、これらのサンプル点が状態方程式 (4) により推移した後の期待値、共分散行列を求めることにより、ガウシアン分布で近似される確率密度関数 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_k)$ を計算する手法である。時刻 k における具体的な計算の流れは以下になる。

式 (4)-(5) の非線形離散時間システムを考える。いま、時刻 $k-1$ での事後確率密度関数はガウシアン分布

$$p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{y}_{k-1}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_{k-1}; \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1}) \quad (6)$$

をもつと仮定する。ここで $\mathcal{N}(X; m, P)$ は、平均 m 、共分散 P の X に関するガウシアン分布を表し、 $\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}$ は時刻 $k-1$ における状態ベクトル $\mathbf{x}$ の事後推定値、 $\mathbf{P}_{k-1|k-1}$ は時刻 $k-1$ における事後推定共分散を表す。UKF では、それぞれの時刻において次の 3 ステップの計算を行う。

[STEP 1] 事後確率密度関数 $p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{y}_{k-1})$ を $2n_x + 1$ 個のサンプル点 $\mathcal{X}_{k-1}^i$ とそれぞれに対する重み $\mathcal{W}_{k-1}^i$ 、 $i = 0, \dots, 2n_x$ で表現する。これらの重み付サンプル点 $(\mathcal{X}_{k-1}^i, \mathcal{W}_{k-1}^i)$ は以下の計算より決定論的に選択される。

for $i = 0$,

$$\mathcal{X}_{k-1}^0 = \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \quad \mathcal{W}_{k-1}^0 = \frac{\kappa}{n_x + \kappa} \quad (7)$$

for $i = 1, \dots, n_x$

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_{k-1}^i &= \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \left(\sqrt{(n_x + \kappa) \mathbf{P}_{k-1|k-1}} \right)_i, \\ \mathcal{W}_{k-1}^i &= \frac{1}{2(n_x + \kappa)} \end{aligned} \quad (8)$$

for $i = n_x + 1, \dots, 2n_x$

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_{k-1}^i &= \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} - \left(\sqrt{(n_x + \kappa) \mathbf{P}_{k-1|k-1}} \right)_{i-n_x}, \\ \mathcal{W}_{k-1}^i &= \frac{1}{2(n_x + \kappa)} \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 κ は各サンプルに対する重みを調整するためのスケーリングパラメータであり、 $\kappa + n_x \neq 0$ とするように設定する。また、 $(\sqrt{(n_x + \kappa) \mathbf{P}_{k-1|k-1}})_i$ は、 $(n_x + \kappa) \mathbf{P}_{k-1|k-1} = \mathbf{L} \mathbf{L}^T$ となる行列 $\mathbf{L}$ の i 列目を表す。式 (7)-(9) より、次式が成り立つことは容易に確認できる。

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{2n_x} \mathcal{W}_{k-1}^i \mathcal{X}_{k-1}^i &= \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} \\ \sum_{i=0}^{2n_x} \mathcal{W}_{k-1}^i (\mathcal{X}_{k-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1})(\mathcal{X}_{k-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1})^T &= \mathbf{P}_{k-1|k-1} \end{aligned}$$

したがって、 $(\mathcal{X}_{k-1}^i, \mathcal{W}_{k-1}^i)$ は式 (6) の確率密度関数 $p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{y}_{k-1})$ を表すサンプル点となっている。

[STEP 2] ステップ 1 で得られた $(\mathcal{X}_{k-1}^i, \mathcal{W}_{k-1}^i)$ から、時刻 k における事前確率密度関数

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{k-1}) \approx \mathcal{N}(\mathbf{x}_k; \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1})$$

を計算する。時刻 k において、ステップ 1 で得られたサンプル点 $\mathcal{X}_{k-1}^i$ の事前予測値 $\mathcal{X}_{k|k-1}^i$ は、式 (4) より

$$\mathcal{X}_{k|k-1}^i = \mathbf{f}_{k-1}(\mathcal{X}_{k-1}^i) \quad (10)$$

となる。したがって、事前推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ と事前推定共分散 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ は次のように計算される。

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n_x} \mathcal{W}_{k-1}^i \mathcal{X}_{k|k-1}^i \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{Q}_{k-1} + \sum_{i=0}^{2n_x} \mathcal{W}_{k-1}^i [\mathcal{X}_{k|k-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}] \cdot [\mathcal{X}_{k|k-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}]^T \quad (12)$$

このとき、観測値 y_k の予測値 $\hat{y}_{k|k-1}$ は次式のようになる。

$$\hat{y}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n_x} \mathcal{W}_{k-1}^i h_k(\mathcal{X}_{k|k-1}^i) \quad (13)$$

[STEP 3] 式 (11)-(13) で得られた事前推定値と、時刻 k において得られる観測値 y_k を用いて、求める状態ベクトルの事後推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ および事後推定共分散 $\mathbf{P}_{k|k}$ は次のように計算される。

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (y_k - \hat{y}_{k|k-1}) \quad (14)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{S}_k \mathbf{K}_k^T \quad (15)$$

ここで

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{xz} \mathbf{S}_k^{-1}$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{R}_k + \mathbf{P}_{zz}$$

$$\mathbf{P}_{xz} = \sum_{i=0}^{2n_x} \mathcal{W}_{k-1}^i [\mathcal{X}_{k|k-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}] \cdot [h(\mathcal{X}_{k|k-1}^i) - \hat{y}_{k|k-1}]^T$$

$$\mathbf{P}_{zz} = \sum_{i=0}^{2n_x} \mathcal{W}_{k-1}^i [h(\mathcal{X}_{k|k-1}^i) - \hat{y}_{k|k-1}] \cdot [h(\mathcal{X}_{k|k-1}^i) - \hat{y}_{k|k-1}]^T$$

である。

以上が UKF の計算の流れであり、初期値として時刻 0 における事後推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{0|0}$ および事後推定共分散 $\mathbf{P}_{0|0}$ を与えることにより、以降の状態ベクトル $\mathbf{x}$ の事後推定値を帰納的に算出することができる。UKF の最も大きな特徴は、重み付サンプル点で確率密度関数を表現することにより、テーラー展開による線形近似を行うことなしに状態ベクトル $\mathbf{x}$ に関する確率密度関数を計算できるという点である。これにより、システムの実非線形項 f_{k-1} もしくは h_k のいずれかが微分不可能な関数であったとしても、状態の推定を行うことが可能である。

3.2 パラメータ同定への適用 本論文でのパラメータ同定問題は、式 (1) で表される Acrobot の 8 つの未知である基底パラメータ ρ を、雑音成分を含んだ状態 q_1 および q_2 の観測値から推定することである。

Fig. 2 The block diagram of the Acrobot system.

そこで、まず (3) の未知パラメータを状態変数とみなし、システムの状態ベクトル $\mathbf{x}$ を

$$\mathbf{x} = [q_1 \ q_2 \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ M_1 \ M_2 \ R \ C \ \mu_1 \ \mu_2 \ D_1 \ D_2]^T$$

と置く。このとき未知パラメータは、一般に変動せずに定数となることが考えられるので、状態ベクトル $\mathbf{x}$ の 5 ～ 12 番目の要素については次式が成り立つ。

$$\dot{x}_i = 0, \quad i = 5, \dots, 12 \quad (16)$$

上式の x_i は状態ベクトル $\mathbf{x}$ の i 番目の要素を表す。いま、図 2 のブロック線図に示すように、プラント雑音 $w \in \mathcal{R}$ はシステムへ駆動トルクとともに印可されると仮定すると、式 (16) と Acrobot の運動方程式 (1) より、パラメータ推定に用いるシステムの状態方程式は次式のように得られる。

$$\dot{\mathbf{x}} = f_c(\mathbf{x}) + g_c(\mathbf{x})(\tau + w) \quad (17)$$

式 (17) の $f_c(\mathbf{x}) \in \mathcal{R}^{12}$ および $g_c(\mathbf{x}) \in \mathcal{R}^{12}$ は、それぞれ次のようになる。

$$f_c(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ \frac{1}{\mathbf{M}_{11}\mathbf{M}_{22} - \mathbf{M}_{12}\mathbf{M}_{21}} [\mathbf{M}_{12}\{C_2 + x_4 x_{10} + x_{12} \text{sign}(x_4)\} - \mathbf{M}_{22}\{C_1 + x_3 x_9 + x_{11} \text{sign}(x_3)\}] \\ \frac{1}{\mathbf{M}_{11}\mathbf{M}_{22} - \mathbf{M}_{12}\mathbf{M}_{21}} [\mathbf{M}_{21}\{C_1 + x_3 x_9 + x_{11} \text{sign}(x_3)\} - \mathbf{M}_{11}\{C_2 + x_4 x_{10} + x_{12} \text{sign}(x_4)\}] \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$g_c(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{M}_{12} / (\mathbf{M}_{11}\mathbf{M}_{22} - \mathbf{M}_{12}\mathbf{M}_{21}) \\ \mathbf{M}_{11} / (\mathbf{M}_{11}\mathbf{M}_{22} - \mathbf{M}_{12}\mathbf{M}_{21}) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

ただし、上式の $\mathbf{M}_{ij}$ ($i, j = 1, 2$) および $\mathbf{C}_i$ ($i = 1, 2$) は、式 (1) の各係数行列の未知パラメータを状態変数に置き換えたものに対応する。ここで、UKF は離散時間システムに対する理論であるため、式 (17) をサンプリング時間 ΔT としてオイラー法により離散化することで、次の離散時間状態方程式を得る。

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}, \tau_{k-1}) + \mathbf{G}_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1})w_{k-1} \quad (18)$$

$$\mathbf{F}_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}, \tau_{k-1}) = \mathbf{x}_{k-1} + \Delta T \{f_c(\mathbf{x}_{k-1}) + g_c(\mathbf{x}_{k-1})\tau_{k-1}\}$$

$$\mathbf{G}_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) = \Delta T \cdot g_c(\mathbf{x}_{k-1})$$

また、 q_1 および q_2 が観測可能であることから、観測方程式は次のようになる。

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 12} \quad (19)$$

式 (19) の $\mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^2$ は観測雑音を表す。

以上より得られた非線形離散時間システム (18)-(19) に対して、前節で述べた UKF を適用することにより状態推定を行い、未知パラメータの同定を行う。ここで留意すべき点は、式 (18) においてプラント雑音 w_{k-1} に行列 $\mathbf{G}(\mathbf{x}_{k-1})$ が掛けられていることである。このため、 w_{k-1} の共分散行列を $\mathbf{Q}_{k-1}$ とすると、式 (12) の事前推定共分散 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ は次式で計算する必要がある⁽⁸⁾。

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}) \cdot \mathbf{Q}_{k-1} \cdot \mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1})^T + \sum_{i=0}^{2n_x} \mathcal{W}_{k-1}^i [\mathcal{X}_{k|k-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}] \cdot [\mathcal{X}_{k|k-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}]^T$$

したがって、式 (7)-(15) および上式で表される UKF により求めた状態変数 $x_5 \sim x_{12}$ の事後推定値の最終値が、求める Acrobot の基底パラメータとなる。

以降では、本手法の有効性をシミュレーションおよび実験により明らかにする。

4. 提案法のパラメータ同定性能検証

4.1 パラメータ同定シミュレーション UKF によるパラメータ同定法の推定精度を検証するために、式 (1) で示される Acrobot のパラメータ同定シミュレーションを行った。シミュレーションに使用したパラメータを表 1 に示す。

Table 1 The basis parameters of the acrobot using the parameter identification simulation.

Symbol	Value	Symbol	Value
g	9.8	l_1	0.1
M_1 (x_5)	0.00798	M_2 (x_6)	0.00452
R (x_7)	0.0315	C (x_8)	0.0359
μ_1 (x_9)	0.001	μ_2 (x_{10})	0.001
D_1 (x_{11})	0.002	D_2 (x_{12})	0.05

上記パラメータのうち、 l_1 , M_1 , M_2 , R および C については、以降で示す実機を設計した際に算出した値を用いた。同定を行うための観測データは、サンプリング時間 0.001 [sec] で 100 [sec] 間のデータを使用し、初期値を $q_1 = q_2 = 0$ [rad] とし、駆動トルク τ は 8 次 M 系列信号を与えた。また、プロセス雑音 w は 95 % の確率で ± 0.001 [N·m] の誤差を考慮し、分散 2.5×10^{-7} のガウシアンノイズを与えた。観測雑音は q_1 , q_2 ともに 95 % の確率で ± 0.1 [deg] の誤差を想定し、分散 7.62×10^{-7} のガウシアンノイズとした。図 3 に、シミュレーションで使用した駆動トルクおよび出力値である角度 q_1 , q_2 の一例を示す。

Fig. 3 The input torque and the response of the Acrobot (simulation result).

本シミュレーションにおける UKF の初期期待値 $\hat{\mathbf{x}}_{0|0}$ は、角度、角速度、粘性抵抗および動摩擦を 0 とし、そ

Fig. 4 Simulation result of the acrobot's parameter identification using Unscented Kalman Filter.

他のパラメータ部は表 1 に示す設定値の 10 倍とした。初期共分散 $P_{0|0}$ については、角度項を 7.62×10^{-7} 、角速度項を 1.0×10^{-4} 、設計値から算出した値を用いたパラメータについては 1.0×10^{-8} 、その他の摩擦に関する項を 1.0×10^{-6} と設定した。図 3 で示した Acrobot の入出力信号を用い、UKF によるパラメータ同定シミュレーションを行ったときの、それぞれの未知パラメータの推移を図 4 に示す。図 4 から、Acrobot の 8 つの未知パラメータ同定に UKF を用いることにより、すべてのパラメータで最終値である 100 [sec] 後の値が設定値に収束していることを確認することができる。

また、既存の手法との性能を比較するため、プロセス雑音および観測雑音を変化させ、提案法と 2 自由度マニピュレータで用いられている手法である同時同定法⁽⁴⁾ (本論文では従来法とよぶ) の 2 通りの手法を用いてのパラメータ同定シミュレーションを各 100 回行

い、同定精度の検証を行った。ここで、従来法では角速度および角加速度のデータが必要となるため、本論文では角度データのノイズを LPF で処理した後に数値微分を行った。このとき、フィルタ処理により動特性が変化し、同定精度が悪化するという現象を避けるため、本論文では測定可能な角度および駆動トルクを次のように処理した値を同定に用いることとした⁽⁴⁾。

$$q_{ai} = G_0(s)q_{mi}, \quad \tau_{ai} = G_0(s)\tau_{mi},$$

$$\dot{q}_{ai} = G_1(s)q_{mi}, \quad \ddot{q}_{ai} = G_2(s)q_{mi}$$

$$G_0(s) = \frac{1}{(\alpha s + 1)^3}, \quad G_1(s) = \frac{s}{(\alpha s + 1)^3}, \quad G_2(s) = \frac{s^2}{(\alpha s + 1)^3}$$

ただし、 $i = 1, 2$ であり、上式の添え字 mi は第 i リンクに関する測定値を、添え字 ai はフィルタ処理によって得られた各状態変数および駆動トルクを表す。また、LPF のカットオフ周波数を決定する α については、試行錯誤により $\alpha = 0.01$ (カットオフ周波数 ≈ 8 Hz) と設定した。

提案法および従来法での各パラメータの同定結果の平均値を表 2 に示す。

Table 2 Parameter identification simulation results of the proposed and conventional method.

Symbol	True	UKF	conventional
M_1	0.00798	0.007996	0.006977
M_2	0.00452	0.004522	0.003959
R	0.0315	0.031503	0.026122
C	0.0359	0.035997	0.030681
μ_1	0.001	0.000978	0.000970
μ_2	0.001	0.001007	0.002615
D_1	0.002	0.002229	0.001057
D_2	0.05	0.05009	0.03232

表 2 より、提案法は最も誤差が大きい動摩擦 D_1 においてもその誤差が 2×10^{-4} 程度と非常に高い精度でパラメータを同定できることがわかる。従来法に関しては、ノイズの大きさや LPF の設計などにより、表 1 に示す結果と比較して値が大きく変動する。このため、場合によっては表 1 よりも良い結果を得ることもあるが、角加速度の推定そのものが困難であるため、計算は提案法よりも容易ではあるものの、同定精度は限られると考えられる。

4.2 実験によるパラメータ同定性能検証

提案法の有効性を検証するため、本論文では実際に Acrobot を作成し、パラメータ同定実験を行った。作成した Acrobot を図 5 に示す。また、図 6 は、作成した Acrobot

Fig. 5 The Acrobot.

Fig. 6 Outline of the Acrobot system.

のシステム概要図である。本システムではアクチュエータとして、maxon 社製 DC モータ (RE-max21, 3.5 Watt) に、減速比 50:1 のハーモニックドライブ (2XH-J) を組み合わせて使用した。Acrobot 本体部分は、第 2 関節部をアクチュエータである DC モータにより直接駆動する機構となっており、それぞれの関節部の角度はエンコーダにより測定することが可能である。また、十分なサンプリング周期を確保するために RT-Linux を用いて制御を行っており、実験ではサンプリング時間を 0.001 [sec] とした。Acrobot の各パラメータについては、前節のシミュレーションで用いた値 (表 1) と同様になるように設計されている。

パラメータ同定実験として、前節のシミュレーション同様、8 次の M 系列信号を与えたときの出力 q_1 および q_2 の値からパラメータの同定を行った。実験では、同様の入力で 100 [sec] 間の動作試験を 10 回行った。図 7 に入出力関係の一例を示す。図 3 のシミュレーション結果と比較すると、特に q_2 の挙動が大きく異なることから、設計値と実際のパラメータの値とが異なっていることが容易に想像できる。

パラメータ同定を行う際に、システムへのプロセス雑音はシミュレーション同様、分散 2.5×10^{-7} とした。また、観測雑音についてはエンコーダの分解能を考慮

Fig. 7 The input torque and the response of the Acrobot (experimental result).

し、分散を 4.76×10^{-8} と設定した。UKF の初期期待値 $\hat{x}_{0|0}$ は、設計時に計算できるパラメータ部のみ表 1 の値を用い、その他の値は 0 とした。初期共分散 $P_{0|0}$ については、角度項を 4.76×10^{-8} とし、その他の値については前節のシミュレーションと同じ値を用いた。

実験により得られた 10 回の動作試験データから、提案法と従来法を用いてパラメータ同定を行った。それぞれのパラメータの設計値と、得られた同定結果の平均値を表 3 に示す。

Table 3 Parameter identification experiment results of the proposed and conventional method.

Symbol	Designed	identification result	
		UKF	conventional
M_1	0.00798	0.004324	0.003714
M_2	0.00452	0.002426	0.002142
R	0.0315	0.01675	0.01173
C	0.0359	0.01912	0.01439
μ_1	—	-0.00003	0.000003
μ_2	—	0.005246	0.005598
D_1	—	0.001376	0.001973
D_2	—	0.03672	0.01815

Fig. 8 Experiment and simulation result of the Acrobot angle q_1 . (solid : experiment result, dashed : simulation result using proposed method, dotted : simulation result using conventional method)

表 3 より, パラメータ M_1 , M_2 , R および C については, 従来法と提案法のいずれの同定結果も, 設計値に対して 2 分の 1 程度の値で推定されていることがわかる。また, これらのパラメータの従来法と提案法の同定結果を比較すると, 従来法と比較し, 提案法での同定結果が若干大きくなる傾向があった。この傾向は, 表 2 に示したシミュレーション結果にも見られることである。提案法の μ_1 の推定値が負となっていることに関しては, 今回作成した Acrobot の第 1 関節部の粘性抵抗がほぼ 0 であることから生じたものと考えられる。

次に, 推定したパラメータの妥当性を検証するため, 実験で使用したものとは異なる入力信号を用いてシミュレーションを行い, 同様の入力を実機に与えたときのリンク 1 の角度 q_1 の値の比較を行った。図 8 に実験結果および提案法, 従来法での q_1 のシミュレーション結果を示す。図 8 において, 実線が実験結果であり, 破線が提案法による同定パラメータを用いたシミュレーション結果, 点線が従来法によるシミュレーション結果である。図 8 より, 明らかに提案法の波形が実験結果により近くなっていることがわかる。それぞれのシミュレーション結果と実験結果との二乗平均平方根誤差を計算すると, 提案法が 0.109 [rad] であるのに対し, 従来法が 0.599 [rad] であり, 今回提案した手法は実システムにおいても高い同定精度をもつことを確認した。

5. お わ り に

本論文では, 動摩擦および粘性摩擦を考慮した Acrobot のパラメータ同定に対して, Unscented Kalman Filter を用いた新しい手法を提案した。提案した手法は, Acrobot の各リンクの角度情報から, 運動方程式中の 8 つの未知パラメータを同定することが可能である。提案法の有効性について, シミュレーションおよび実験を行い検証を行った結果, 提案法は高いパラメータ同定精度があることを確認した。

今回提案した手法は, 不連続項を含むような運動方程式をもつ力学系のパラメータ同定を, 限られた入力関係のみから行うことが可能である。このため, より複雑な系に対するパラメータ同定手法を一般化する上で有効な手法になり得ると考えられる。

文 献

- (1) Mark W. Spong, *The swing up control problem for the acrobot*, IEEE Control Systems, (1995), pp.49–55
- (2) 美多 勉, 非線形制御入門 – 劣駆動ロボットの技能制御論 –, 昭晃堂, (2000)
- (3) 南澤 隆, 美多 勉, Ioannis Pantelidis, 山北 昌毅, アクロボットの振り上げ倒立制御と特異点問題, 日本ロボット学会誌, Vol. 20, No. 1, (2002), pp.85–88
- (4) 小林 尚登 他, ロボット制御の実際, 計測自動制御学会, (1997)
- (5) 大塚 敬, 谷口 敏幸, 西田 眞, 赤木 孝嘉, 拡張カルマンフィルタを用いた直流サーボモータのパラメータ同定, 電気学会論文誌 C 編, (1995), pp.133–141
- (6) Branko Ristic, Sanjeev Arulampalam and Neil Gordon, *Beyond the Kalman Filter*, Artech House Publishers, (2004)
- (7) Tine Lefebvre, Herman Bruyninckx and Joris De Schutter, *Comment on "A New Method for the Nonlinear Transformation of Means and Covariances in Filters and Estimators"*, IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 47, No. 8, (2002), pp.1406–1409
- (8) Mohinder S. Grewal and Angus P. Andrews, *Kalman Filtering : Theory and Practice Using MATLAB second edition*, A Wiley-Interscience Publication, (2001)