しゅう動面に段差を有するすべり軸受の熱流体潤滑解析法*

尾 形 秀 樹^{*1}Thermohydrodynamic Lubrication Analysis Method of
Slider Bearings with Steps on Bearing SurfaceHideki OGATA^{*2}^{*2} Machine Element Department, Ishikawajima-Harima Heavy Industries Co., Ltd.,
1 Shin nakahara cho, Isogo-ku, Yokohama-shi, Kanagawa, 235-8501 Japan

This paper shows a thermohydrodynamic lubrication (THL) analysis method to simulate slider bearings with steps on the bearing surface such as Rayleigh step bearing. To satisfy the flow continuity on the step region, virtual clearance and its derivatives are defined on the edges. This method allows the finite differential equations (Reynolds equation and energy equation) to be solved at both continuous and discontinuous clearance region. The simulation result is in good agreement with the CFD calculation result. This paper also shows a simulation result of a finite width Rayleigh step bearing with side dams.

Key Words: Hydrodynamic Bearing, Slider Bearing, Numerical Analysis, Thermohydrodynamic Lubrication, Stepped Bearing

1. 緒 論

高速流体潤滑下で作動するすべり軸受の性能予測には熱流体潤滑 (THL) 解析手法^{(1)・(2)}が用いられる。THL 解析は軸受の局所的な温度が予測できるため、高速回転機械の設計において軸受の作動限界を見極める上で重要な手法となっている。近年は更なる高速化に対応するために乱流 THL 解析手法⁽³⁾も実用段階にある。

実用される軸受の中にはしゅう動面に段差を有するものがある。例えばスラスト軸受にはレイリーステップ軸受が使われることがある。テーパランド軸受やティルティングパッド軸受と比較して油膜厚さが薄いときに負荷容量が小さくなるという欠点はあるが、定常運転での負荷容量が高く、また成型が容易で安価という長所があり、軸の自重がかからない過給機のような横軸型の回転機械に使われる。またジャーナル軸受においても、軸振動の安定性を向上させるために軸受面に段差を設けることがある。いずれも高速回転機械に用いられることも多く、その THL 特性の把握は重要である。

しかし過去に報告された THL 解析は、ジャーナル軸受では平軸受やティルティングパッド軸受、スラスト軸受ではティルティングパッド軸受がほとんどであり、著者の知る限りレイリーステップ軸受のようなしゅう動面に段差がある軸受に関する THL 解析の報告例はない。その大きな理由として、しゅう動面に段差

があると段差部での速度場が不連続になり、従来の手法では油膜のエネルギー方程式を解くことが困難であることが考えられる。

摺動面に段差がある軸受は汎用の数値流体力学 (CFD) コードを使えば解析することができるが、この場合流体領域と固体領域の格子生成が軸受形状や運転条件ごとに必要で、モデル化に多くの時間を費やさなければならぬこと、軸受の動特性 (ばね定数および減衰定数) を求めるにはさらに複雑なユーザーサブルーチンを用意する必要があることなどの短所があり、設計の際に数多くのパラメータスタディを行なうことは現実的ではない。

そこで本報では段差部があっても油膜のエネルギー方程式を解く方法を提示し、THL 解析による容易な軸受性能解析手法を可能にする。

2 おもな記号

x, y, z	回転方向, 油膜厚さ方向, および軸方向座標
r, θ, y	半径方向, 回転方向, および油膜厚さ方向座標
u, v, w	x, y, z 方向速度
v_r, v_θ, v_y	r, θ, y 方向速度
P	油膜圧力

* 原稿受付 2004 年 6 月 4 日。

^{*1} 正員, 石川島播磨重工業(株) (〒235-8501 横浜市区磯子区新中原町 1)。

E-mail: hideki_ogata@ihi.co.jp

T, T_b	: 油膜温度, 軸受温度
U	: すべり速度
ω	: 回転角速度
h	: 軸受すきま
$\mu, \rho, \kappa, \lambda$	: 潤滑油の粘度, 密度, 比熱, および熱伝導率

3. 無限幅軸受

3.1 解析方法 まず簡単のため, 図1に示すような一次元無限幅のレイリーステップ軸受について考える⁽⁴⁾. 油膜温度は一樣とする. 油膜圧力は次のレイノルズ方程式(1)を解くことにより求まる.

$$\frac{d}{dx} \left(h^3 \frac{dP}{dx} \right) = 6\mu U \frac{dh}{dx} \quad (1)$$

ただし軸受面に段差があるため, 段差のない二つの領域 $0 \leq x < b$ と $b < x \leq B$ に分けて式(1)を解く. 境界条件として $x=0$, B で $P=0$ とし, $x=b$ で P と流量が連続になるように式(1)を解くと, 油膜圧力が式(2)のように求まる.

Fig.1 Rayleigh step bearing

$$P = \begin{cases} \frac{x}{b} P_s & (0 \leq x \leq b) \\ \frac{x-B}{b-B} P_s & (b \leq x \leq B) \end{cases} \quad (2)$$

ここで P_s は段差部 $x=b$ での圧力で,

$$P_s = 6\mu U \frac{b(B-b)(h_1-h_2)}{(B-b)h_1^3 + bh_2^3} \quad (3)$$

である. これより x 方向の速度分布 u が求まり,

$$u = \begin{cases} \frac{P_s(y^2-h_1y)}{2\mu b} + U \frac{h_1-y}{h_1} & (0 \leq x \leq b) \\ \frac{P_s(y^2-h_2y)}{2\mu(b-B)} + U \frac{h_2-y}{h_2} & (b \leq x \leq B) \end{cases} \quad (4)$$

となる. この速度分布は $x=b$ において不連続である.

この軸受に対して THL 解析を行なう場合, 式(5)に示す油膜のエネルギー方程式を解く必要があるが, そのためには速度場 (u, v) が連続でなければならない. 従ってこのままでは段差部での速度場を連結させることが困難であり, THL 解析は不可能である.

$$\rho \kappa \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (5)$$

この問題を解決するために, 以下に示す方法で段差部において仮想的な軸受すきまを定義し, 段差部の前後での速度場を近似的に連結させることを試みる.

まず軸受面全体にわたって段差が無いものとして, レイノルズ方程式(1)を次のように展開する.

$$\frac{d^2 P}{dx^2} + \frac{3}{h} \frac{dh}{dx} \frac{dP}{dx} = \frac{6\mu U}{h^3} \frac{dh}{dx} \quad (6)$$

ここで図2(a)のように等間隔格子を定義し, P に関して中心差分を用いると次の差分式を得ることができ, 加速緩和法などにより圧力分布が求まる.

$$P_i = \left(\frac{1}{2} + \frac{3\Delta x}{4h_i} \frac{dh}{dx} \right) P_{i+1} + \left(\frac{1}{2} - \frac{3\Delta x}{4h_i} \frac{dh}{dx} \right) P_{i-1} - \frac{3\mu U \Delta x^2}{h_i^3} \frac{dh}{dx} \quad (7)$$

(a) Continuous clearance

(b) Discontinuous clearance

Fig.2 Grid definition

一方, 図2(b)のように軸受面に段差がある場合には, 段差部ですきまとその勾配が定義できないため, 式(7)は成立しない. そこで, $i-1$ の断面と $i+1$ の断面を通過する流量の保存則を考える. 各流量はそれぞれ,

$$Q_{i+1} = -\frac{h_{i+1}^3}{12\mu} \frac{dP}{dx} \Big|_{i+1} + \frac{Uh_{i+1}}{2} \quad (8)$$

で表わされる。P の差分に

$$\frac{dP}{dx} \Big|_{i-1} = \frac{P_i - P_{i-1}}{\Delta x}, \quad \frac{dP}{dx} \Big|_{i+1} = \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta x} \quad (9)$$

を適用し、 $Q_{i-1} = Q_{i+1}$ として P_i について解けば、次式が導かれる。

$$P_i = \frac{h_{i+1}^3}{h_{i+1}^3 + h_{i-1}^3} P_{i+1} + \frac{h_{i-1}^3}{h_{i+1}^3 + h_{i-1}^3} P_{i-1} - 6\mu U \Delta x \frac{h_{i+1} - h_{i-1}}{h_{i+1}^3 + h_{i-1}^3} \quad (10)$$

このように、格子点 i に段差のない場所では式(7)、段差のある場所では式(10)を解くことにより圧力分布が求まる。

さて格子点 i に段差がある場合に、その前後の格子点 $i-1$ 、 $i+1$ のすきま h_{i-1} 、 h_{i+1} を用い、仮想的なすきまとその勾配を次式で定義する。

$$h_i = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{h_{i+1}^3 - h_{i-1}^3}{h_{i+1} - h_{i-1}}} = \sqrt{\frac{h_{i+1}^2 + h_{i+1}h_{i-1} + h_{i-1}^2}{3}} \quad (11)$$

$$\frac{dh}{dx} \Big|_i = \frac{2h_i}{3\Delta x} \cdot \frac{h_{i+1}^3 - h_{i-1}^3}{h_{i+1}^3 + h_{i-1}^3} \quad (12)$$

これらは段差部でも式(7)が成立するように定義したものであり、実際にこれらを式(7)に代入すると式(10)となることがわかる。従って段差部では式(11)、(12)で定義されるすきまとその勾配の値を用いることにより、全計算領域で差分方程式(7)を解くことが可能になり、圧力や速度が求まる。また段差部での速度場も見かけ上連続になるため、油膜のエネルギー方程式(5)を解くことができる。

3・2 解析結果 前節の手法の妥当性を確認するため、図1の無限幅レイリーステップ軸受について、汎用 CFD 解析コード STAR-CD による解析結果と本方法による解析結果を比較する。

計算条件は $B=50\text{mm}$ 、 $b=40\text{mm}$ 、 $U=30\text{m/s}$ とし、潤滑油はタービン油 VG32 (40,100℃で粘度がそれぞれ 0.0275, 0.00447Pas)、 $T_b=60^\circ\text{C}$ とした。すきまは低負荷($h_1=0.2\text{mm}$ 、 $h_2=0.1\text{mm}$)および高負荷($h_1=0.07\text{mm}$ 、 $h_2=0.03\text{mm}$)の条件で計算した。また固体壁面には断熱条件を用いた。

解析で得られた軸表面油膜圧力と軸受表面温度の分布を図3に示す。油膜圧力はステップの境界で最大と

なるような直線的な分布となり、式(2)の等温における解析解の特徴があらわれている。軸受温度はすきまが広い $x < 40\text{mm}$ では上昇が緩やかで、 $x > 40\text{mm}$ のすきまが狭い領域で急上昇する。圧力、温度ともに本解析結果と CFD による解析結果は一致することから、本解析手法の妥当性が確認できた。

$h_1=0.07\text{mm}$ 、 $h_2=0.03\text{mm}$ の圧力分布を軸受面にわたって平均すると、軸受平均面圧は本解析結果が 3.6MPa、CFD による解析結果が 3.8MPa となり、軸受の負荷容量の解析誤差は 5%であった。通常ステップ軸受は平均面圧が 2~3MPa 以下で使われるので、本解析結果からステップ軸受の運転範囲において実用的な解析精度を持つことがいえる。

以上のとおり、すきまが不連続となる段差部において、流量保存則を満足するような仮想的なすきまとその勾配を式(11)、(12)で定義することにより、段差部を含めた全ての軸受面で成立する差分式を導いた。これにより、段差前後での速度場が近似的に連続となり、油膜のエネルギー方程式を数値的に解くことが可能になった。

ところで流量保存則を導く際に式(8)を用いたが、これは潤滑油粘度 μ が一様な場合に成立するものであり、油膜温度が変化する THL 解析では厳密には成立しない。しかしながら CFD 解析結果と比較した図3から判断して、式(8)を用いても実用上差し支えないといえる。

Fig.3 Calculation results of step bearing

4. 有限幅軸受

4.1 解析方法 前章の手法を有限幅軸受に適用する。2次元レイノルズ方程式(13)を前節と同様に中心差分近似することにより、差分方程式(14)が得られる。ただし汎用性を持たせるために、図4のような不等分割格子を用いる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (13)$$

Fig.4 2D grid definition

$$\begin{aligned} & \left[\frac{2}{\Delta x_i \Delta x_{i-1}} - \frac{3}{h_{i,j}} \frac{\partial h}{\partial x} \right]_{i,j} \frac{\Delta x_i - \Delta x_{i-1}}{\Delta x_i \Delta x_{i-1}} \\ & + \left[\frac{2}{\Delta z_i \Delta z_{i-1}} - \frac{3}{h_{i,j}} \frac{\partial h}{\partial z} \right]_{i,j} \frac{\Delta z_i - \Delta z_{i-1}}{\Delta z_i \Delta z_{i-1}} \Bigg] P_{i,j} \\ & = \frac{1}{\Delta x_i (\Delta x_i + \Delta x_{i-1})} \left(2 + \frac{3}{h_{i,j}} \frac{\partial h}{\partial x} \right)_{i,j} \Delta x_{i-1} P_{i+1,j} \\ & + \frac{1}{\Delta x_{i-1} (\Delta x_i + \Delta x_{i-1})} \left(2 - \frac{3}{h_{i,j}} \frac{\partial h}{\partial x} \right)_{i,j} \Delta x_i P_{i-1,j} \\ & + \frac{1}{\Delta z_i (\Delta z_i + \Delta z_{i-1})} \left(2 + \frac{3}{h_{i,j}} \frac{\partial h}{\partial z} \right)_{i,j} \Delta z_{i-1} P_{i,j+1} \\ & + \frac{1}{\Delta z_{i-1} (\Delta z_i + \Delta z_{i-1})} \left(2 - \frac{3}{h_{i,j}} \frac{\partial h}{\partial z} \right)_{i,j} \Delta z_i P_{i,j-1} \\ & - \frac{6\mu U}{h_{i,j}^3} \frac{\partial h}{\partial x} \Bigg|_{i,j} \end{aligned} \quad (14)$$

次にすきまが不連続な場合を考える。有限幅軸受の場合、図5に示すような幾つかの不連続のパターンが考えられるが、まず図5(b)の場合について考え、その後一般化を行なう。図6にその平面図を示す。 i 断

面ではすきまが不連続なので、例えば $h_{i,j}^-$, $h_{i,j}^+$ は

(i, j) 点の段差の直前および直後のすきまを表わすものとする。このとき、図6の辺ABと辺CDを通過する流量はそれぞれ、

Fig.5 Patterns of clearance discontinuity

Fig.6 Control volume for pattern Fig.5(a)

$$\begin{aligned} Q_{i+1} &= \left(-\frac{h_{i+1,j}^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \Bigg|_{i+1,j} + \frac{U h_{i+1,j}}{2} \right) (\Delta z_j + \Delta z_{j-1}) \\ Q_{i-1} &= \left(-\frac{h_{i-1,j}^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \Bigg|_{i-1,j} + \frac{U h_{i-1,j}}{2} \right) (\Delta z_j + \Delta z_{j-1}) \end{aligned} \quad (15)$$

で表わされる。また辺DAと辺BCから通過する流量はそれぞれ、

$$Q_{j+1} = -\frac{h_{i,j+1}^3 \Delta x_j + h_{i,j+1}^- \Delta x_{j-1}}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \Bigg|_{i,j+1} \quad (16)$$

で近似でき、これらは次の流量保存則を満足する。

$$Q_{i+1} + Q_{i-1} + Q_{j+1} + Q_{j-1} = 0 \quad (17)$$

ここで一般化のため、次のような表記を用いる。

$$\begin{aligned}
 h_{i,j}^{(n)} &= \\
 &\begin{cases} h_{i,j}^{+n} \Delta z_j + h_{i,j}^{-n} \Delta z_{j-1} & : z \text{ 方向に不連続のとき} \\ h_{i,j}^{(n)} (\Delta z_j + \Delta z_{j-1}) & : z \text{ 方向に連続のとき} \end{cases} \\
 h_{i,j}^{(n)} &= \\
 &\begin{cases} h_{i,j}^{+n} \Delta x_j + h_{i,j}^{-n} \Delta x_{j-1} & : x \text{ 方向に不連続のとき} \\ h_{i,j}^{(n)} (\Delta x_j + \Delta x_{j-1}) & : x \text{ 方向に連続のとき} \end{cases}
 \end{aligned} \quad (18)$$

ただし、 $n=1$ または 3 である。この表記を用いて式(15)～(16)を式(17)に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 &\left(\frac{h_{i+1,j}^{(3)}}{\Delta x_i} + \frac{h_{i,j}^{(3)}}{\Delta x_{i-1}} + \frac{h_{i,j+1}^{(3)}}{\Delta z_j} + \frac{h_{i,j-1}^{(3)}}{\Delta z_{j-1}} \right) P_{i,j} \\
 &= \frac{h_{i+1,j}^{(3)}}{\Delta x_i} P_{i+1,j} + \frac{h_{i-1,j}^{(3)}}{\Delta x_{i-1}} P_{i-1,j} \\
 &+ \frac{h_{i,j+1}^{(3)}}{\Delta z_j} P_{i,j+1} + \frac{h_{i,j-1}^{(3)}}{\Delta z_{j-1}} P_{i,j-1} \\
 &- 6\mu U \left(h_{i+1,j}^{(1)} + h_{i-1,j}^{(1)} \right)
 \end{aligned} \quad (19)$$

式(19)は式(18)の表記を用いることで、図5(a)～(d)の全てのケースについて成立する。

ここで前節と同様に本来すきまとその勾配が定義できない不連続点(i, j)において仮想的なすきまとその勾配を次式で定義する。

$$h_{i,j} = \sqrt{\frac{1}{3} \frac{h_{i+1,j}^{(3)} - h_{i-1,j}^{(3)}}{h_{i+1,j}^{(1)} - h_{i-1,j}^{(1)}}} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial h}{\partial x} \bigg|_{i,j} &= \frac{2}{3} h_{i,j} \frac{h_{i+1,j}^{(3)} - h_{i-1,j}^{(3)}}{h_{i+1,j}^{(3)} \Delta x_i + h_{i-1,j}^{(3)} \Delta x_{i-1}} \\
 \frac{\partial h}{\partial z} \bigg|_{i,j} &= \frac{2}{3} h_{i,j} \frac{h_{i,j+1}^{(3)} - h_{i,j-1}^{(3)}}{h_{i,j+1}^{(3)} \Delta z_j + h_{i,j-1}^{(3)} \Delta z_{j-1}}
 \end{aligned} \quad (21)$$

これらを式(14)に代入すると式(19)に一致する。従って段差も含めた全計算領域において式(14)を解くことで圧力分布を求めることができる。

4.2 THL 解析の基礎式 前節の手法を用い、図7に示すステップ軸受の THL 解析を行なう。流れを層流とした場合、基礎式はレイノルズ方程式(22)、油膜のエネルギー方程式(23)、軸受の熱伝導方程式(24)および油膜の温度と粘度の関係式(25)である。

$$\begin{aligned}
 &\frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\varphi_3(h) - \frac{\varphi_2(h)^2}{\varphi_1(h)} \right) \frac{\partial P}{\partial r} \right] \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{r} \left(\varphi_3(h) - \frac{\varphi_2(h)^2}{\varphi_1(h)} \right) \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[r \omega \frac{\varphi_2(h)}{\varphi_1(h)} \right]
 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 &\rho \kappa \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r T) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (v_\theta T) + \frac{\partial}{\partial y} (v_y T) \right] \\
 &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \left[\left(\frac{\partial v_r}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial y} \right)^2 \right]
 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_B}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_B}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T_B}{\partial y^2} = 0 \quad (24)$$

$$\mu = \mu_0 \exp(-\beta T) \quad (25)$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 \varphi_k(y) &= \int_0^y \frac{y^{k-1}}{\mu} dy \\
 v_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[\varphi_2(y) - \frac{\varphi_2(h)}{\varphi_1(h)} \varphi_1(y) \right] + r \omega \left[1 - \frac{\varphi_1(y)}{\varphi_1(h)} \right] \\
 v_r &= \frac{\partial P}{\partial r} \left[\varphi_2(y) - \frac{\varphi_2(h)}{\varphi_1(h)} \varphi_1(y) \right] \\
 v_y &= - \int_0^y \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (r v_\theta)}{\partial r} + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right] dy
 \end{aligned} \quad (26)$$

である。

油膜圧力の境界条件には、外周側でゼロ、それ以外の境界では給油圧力とした。油膜と軸受面との境界では温度と熱流束が連続とし、その他の軸受面ではフーリエ則による熱伝達を与えた。またスラストカラーの温度は一樣とし、油膜からの総流入熱量をゼロとした。

4.3 解析結果 解析に用いたステップ軸受の形状と主な諸元を表1に示す。しゅう動面の内外周にはダムがあり、円周方向だけでなく半径方向にも流れがせき止められることにより高い負荷容量が得られる。この軸受は外径周速 73.3m/s、平均面圧 0.87MPa で、現実の産業機械に用いられているものである。

また油膜と軸受の間の熱伝達を考慮しているので CFD 解析が困難なため、ここでは本解析手法を用いた THL 解析結果のみを示す。

油膜圧力と軸受表面温度の分布を図8に示す。油膜圧力は回転方向に流れがせき止められる段差部付近で最大値となる。軸受温度は油膜が厚い領域は回転方向に向かって温度が低く上昇もなだらかで、油膜が薄く

なるランド部になる位置で急激に上昇する。ランド面の温度は比較的均一であるが、周速の高い外径側のほうが内径側よりも高温である。

Fig.7 Schematics of stepped thrust bearing

Table 1 Stepped bearing specification

bearing inner diameter	$2R_i = 100 \text{ mm}$
bearing outer diameter	$2R_o = 140 \text{ mm}$
bearing arc	$\theta_p = 50 \text{ degree}$
step position	$2R_1 = 110 \text{ mm}$ $2R_2 = 130 \text{ mm}$ $\theta_s = 40 \text{ deg.}$
step depth	$d = 0.05 \text{ mm}$
lubricating oil	turbine oil VG32
oil inlet temperature	$T_{in} = 60^\circ \text{C}$
oil inlet pressure	$P_{in} = 0.1 \text{ MPa}$
rotating speed	$N = 10,000 \text{ rpm}$
min. oil film thickness	$h_2 = 0.05 \text{ mm}$

Fig.8 Pressure and temperature distribution of a stepped thrust bearing

5. 結 論

すきまが不連続となる段差部において、流量保存則を満足するような仮想的なすきまとその勾配を定義することにより、段差部を含めた全ての軸受面で成立する差分式を導いた。これにより段差前後での速度場が近似的に連続となり、油膜のエネルギー方程式を数值的に解くことを可能にした。

次に無限幅レイリーステップ軸受について、本手法による解析結果と、汎用 CFD コードによる解析結果を比較した結果、本手法が実用上十分な精度を有することを確認した。

最後に本手法を有限幅軸受に拡張し、サイドダム付のステップ軸受に関する解析例を示した。

本手法により複雑で時間がかかる CFD 解析を使わずに THL 解析が可能になったことは、回転機械の設計の効率化に寄与するものである。

6. 文 献

- (1) 竹下興二ら、高速すべり軸受の熱流体潤滑特性解析、三菱重工技報、24-2(1987)、98-103.
- (2) 畠中ら、油膜の逆流を考慮したすべり軸受の熱流体潤滑解析法、トライボロジー会議予稿集、(1994-10)、81-84.
- (3) S.Taniguchi et al., *A Thermohydrodynamic Analysis of Large Tilting-Pad Journal Bearing in Laminar and Turbulent Flow Regimes With Mixing*, *Trans.ASME, J.Trib.*, **122**-Jul. (1990), 542-550
- (4) Michael M. Khonsari, E. Richard Booser, *Applied Tribology*, (2001), 158, John Wiley & Sons, inc.