ゴムローラ・鋼ローラを用いたニップ搬送における 紙の表面ひずみ特性*

富松 将^{*1}, 山浦 弘^{*2}, 小野 京右^{*2}

Analysis of Surface Strain of a Paper in a Nip Roller Mechanics with a Rubber-layered Roller and a Steel Roller

Masaru TOMIMATSU, Hiroshi YAMAURA^{*3} and Kyosuke ONO

^{*3} Department of Mechanical and Control Engineering, Tokyo Institute of Technology,
2 12 1 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552 Japan

This paper describes experimental studies of surface strain of a paper in a nip roller mechanics with a rubber-layered roller and a steel roller. It is important to investigate the strain of the paper surface in a nip roller mechanics for a precise prediction of the paper transport characteristics because the paper transportation of the nip roller mechanics depends on the strain of paper surface as well as the rubber deformation. First, an experimental setup of a nip roller mechanics with two short steel rollers was prepared. The velocity ratio between two steel rollers and that between the steel roller and the paper were measured for various normal forces. It was shown from experimental results that the in-plane paper deformation due to the normal force is vanishingly small. Next, an experimental setup of a nip roller mechanics with a short rubber-layered roller and a short steel roller was prepared. The velocity ratio between the rubber and steel rollers and that between the rubber roller and the paper were measured for various normal forces. Experimental results demonstrated that the strain of paper surface greatly depends on the normal force. Moreover, by comparing the experimental results for two different rubber hardness, it was concluded that the strain of paper surface depends only on the nip width. Our shearing deformation model can describe experimental results well.

Key Words: Paper Transportation Characteristics, Paper Deformation Characteristics, Rubber Roller, Steel Roller, Velocity Ratio, Strain of Paper Surface

1. 緒 言

プリンタ、コピー機、印刷機などでは紙やフィルムなどの柔軟媒体の搬送の更なる高精度化・高速化が要求されている。これらの装置ではゴム挟持ローラを用いた摩擦駆動における柔軟媒体の重送、蛇行、速度変動、横滑り現象、皺などの問題が多数報告されており、摩擦駆動柔軟媒体搬送機構が装置全体の性能を決定するキーテクノロジーとなっている。

ゴム挟持ローラによる媒体搬送特性の従来の理論的研究をみると、Soong らは、2つの弾性層被覆円筒に挟まれた媒体の搬送問題に対し、弾性層の応力として平面ひずみに対する極座標の応力関数を用いた解析法を提案し、2ローラの押付け力および媒体への負荷張

力を与えて、接触面に作用する力、速度比、接触領域を解析している⁽¹⁾。Kalker⁽²⁾はBentallとJohnsonの解析⁽³⁾に基づき、乾燥摩擦を伴う粘弾性多層円筒の転がり接触問題の数値解析を提案している。また、岡本ら⁽⁴⁾は市販の有限要素法解析プログラムを用いてゴムローラと鋼ローラの間の媒体の搬送特性を解析し、摩擦係数、ゴムのヤング率の非線形性、送り速度などが接触・スリップ特性に与える影響を明らかにしている。この有限要素法解析ではゴムローラ、媒体間の定常転がり接触をゴムローラの軸芯の強制変位に対する時刻歴解析の定常解として求めているが、弾性接触領域の解析には多くの要素数が必要となるので計算効率が悪く、200mm以上の長さとなるカット紙やウェブ搬送のためのゴムローラの長手方向を考慮した解析は要素数の限界から困難であると考えられる。

一方、藤村らはゴムローラと媒体、および鋼ローラと媒体の間の摩擦駆動特性を仮定すれば、2つの長い

* 原稿受付 2005年3月31日。

^{*1} 学生員、東京工業大学大学院理工学研究科(〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1)。

^{*2} 正員、東京工業大学大学院理工学研究科。

E-mail: yamaura@mech.titech.ac.jp

軸芯に傾きが存在する場合の紙の横ずれ運動や、左右の押付け荷重の偏りにより生じる紙のスキュー現象を解析的に求められることを示した⁽⁵⁾。しかしここで必要となるゴムローラ表面における微視的な接触・スリップ特性（マイクロスリップ）は実験から得られる特性を用いていた。このように現在では2つのローラの軸芯の傾きや左右の押付け荷重の偏りなどを媒体搬送特性解析に組み入れることが困難であり、その結果実際の媒体搬送機構の特性把握や新機構設計にあたっては従来主として試作および実験に頼らざるを得ないのが現状である^{(6)~(10)}。

そこで筆者らは、ゴム挟持ローラを用いた摩擦駆動による柔軟媒体搬送特性の汎用的かつ効率的な解析手法として境界要素法に基づく手法を提案し、軸方向の押付け力分布が一樣と見なせる短軸のゴムローラと鋼ローラの摩擦駆動特性を解析し、実験結果と比較することにより解析手法の有効性を示した⁽¹¹⁾。さらにゴムローラと鋼ローラによって搬送される紙の速度とゴムローラの速度との比を、剛性を無視した紙が巻きついた鋼ローラの速度とゴムローラの速度の比として考えることにより解析的に求め、実験結果と比較することにより解析結果の有効性と限界性を明らかにした⁽¹²⁾。

しかし紙速度の測定実験では、ゴムローラを300～900rpmというかなり高い回転数で回転させ、レーザードップラ速度計を用いて非接触で紙の速度を測定していたため紙の上下振動などによる測定誤差が大きく、提案した解析手法により紙の速度を高精度に予測できるかどうかを検証するまでには至らなかった。

そこで本研究では、ゴムローラの回転速度を10rpmと低速にするとともに、接触式の紙送り速度測定機構を用いて紙の速度を高精度に測定することにより、ニップ領域での紙の表面ひずみ特性を詳細に明らかにし、後に行う長軸ローラ機構による紙搬送特性解析⁽¹³⁾に応用することを目的とする。

本論文では、まず2つの短軸鋼ローラからなる実験装置を用い、押付け力を変えて2つのローラの速度比および紙と鋼ローラの速度比を高精度に測定することで、押付け力が紙の面内方向変形に与える影響について調べる。次に短軸ゴムローラ、鋼ローラからなる実験装置を用い、押付け力を変えて2つのローラの速度比および紙とゴムローラの速度比を高精度に測定することで、押し付け力がニップ領域における紙の表面ひずみに与える影響について調べる。

2. ニップ領域における紙のモデル

図1にゴムローラ、鋼ローラによる基本的な紙搬送機構モデルを示す。なお、軸方向に押付け力は均一であるとする。ゴムローラが駆動側、鋼ローラが従動側であり2つのローラはトルク0で定常回転しているとする。 ω_r , ω_s はゴムローラ、鋼ローラの回転角速度、 R_r , R_s はゴムローラ、鋼ローラの半径、 t は紙の厚さ、 $V_r (= R_r \omega_r)$ はニップ領域から離れた位置でのゴムローラの周速度、 $V_s (= R_s \omega_s)$ は鋼ローラの周速度、そして ε_r はゴムローラ・紙の固着領域におけるゴムの表面ひずみをそれぞれ表している。なお、本研究で扱うローラ寸法は $R_r = R_s = 15\text{mm}$ 、ゴムローラのゴム厚さを5.5mmとし、紙厚さを $t \approx 0.1\text{mm}$ と想定する。

Fig. 1 Velocity Model

いま、ニップ領域におけるゴムローラ側の紙表面速度、鋼ローラ側の紙表面速度をそれぞれ V_{pr} , V_{ps} と定義し、さらにニップ領域において、紙の上下で符合の異なる一様な表面ひずみ ε_p が存在すると仮定すると、次式が成り立つ。

$$V_{pr} = (1 + \varepsilon_p) V_p \quad (1)$$

$$V_{ps} = (1 - \varepsilon_p) V_p \quad (2)$$

ここで紙が以下の条件1～4を満たすと仮定すれば、紙の表面ひずみ ε_p は次式で表される。

$$\varepsilon_p = \frac{t}{2R_s} \quad (3)$$

1. 一点鎖線で示す紙の中心面は面内方向に伸縮しない中立面と見なせる。したがって速度はどこであっても一定(V_p)である。
2. 紙・ゴムローラの接触幅および鋼・紙の接触幅は互いにはほぼ等しい。本研究ではこの接触幅（ニップ幅）を w とおく。
3. 紙は厚さ方向に変形しない。したがって紙の厚さ t は幅 w のニップ領域内で変化しない。
4. ニップ領域外で中立面と垂直な横断面は、ニップ領域内でも中立面と垂直を保つ。

本研究では上記 1～4 の仮定が実際に成り立つかどうか、そして紙の表面ひずみ ε_p は式 (3) により表すことができるかどうかを実験により検証する。

3. 実験装置および実験方法

本研究では軸方向に押付け力が均一であると見なすことができる図 2 に示すような短軸ローラ実験装置を用いて実験を行った。ローラ直径、幅はそれぞれ 30mm、40mm である。ローラ A は駆動側ローラであり 10rpm で速度制御した。一方、ローラ B は従動側ローラでありトルク 0 で回転させた。ローラ C は Hs70 のゴムに覆われており、紙の動きに沿ってトルク 0 で回転する。また、紙とローラ C が滑らないようにスプリングにより紙にテンションを与えている。実験に用いた紙は市販のセクションペーパーであり、その厚さはマイクロメータによる測定結果から 0.093mm であった。紙の寸法は 1 周 780mm、幅 41mm であり、重なり合わないように端と端を合わせ、テープでつなぎ合わせた。ローラ B の軸受ハウジングの上には重りをのせることができるようになっており、「ローラ B 自重+ハウジング重量+重り」の重量となる押付け力をローラ A、B の間に作用させることができるようになっている。本研究ではローラ A、ローラ B、ローラ C の回転速度比を測定するため、3 分間回転させた後の各ローラの回転数 N_A, N_B, N_C [r] を各軸に固定した角度表示スケールにより $1/720$ [r] の精度で測定し、これらの比 $N_B/N_A, N_C/N_A$ を回転速度比 $\omega_B/\omega_A, \omega_C/\omega_A$ とした。

Fig. 2 Outline of experimental setup with short rollers

4. 鋼ローラ・紙・鋼ローラの速度比実験

本章では図 2 においてローラ A、ローラ B の両方を鋼ローラとして鋼ローラ A、鋼ローラ B およびローラ C の回転速度比を測定した結果について説明する。なお、鋼ローラ A、B の直径をマイクロメータにより測定したところ、どちらも 30.001mm であった。図 3 に

Fig. 3 Steel-Paper-Steel velocity model

Fig. 4 Steel-Paper-Steel velocity ratio

示すようにローラ A・ローラ B 間の押付け力を F とおき、この押付け力 F を変化させてローラ A、ローラ B およびローラ C の回転速度比 $\omega_{s(B)}/\omega_{s(A)}$ 、 $\omega_C/\omega_{s(A)}$ を測定した結果を図 4 に示す。図の黒丸印より鋼ローラ A と鋼ローラ B の回転速度比 $\omega_{s(B)}/\omega_{s(A)}$ は押付け力 F の大きさに依らずほぼ 1 となることが分かる。なお、押付け力 F が 100 [N/m] の場合 $\omega_{s(B)}/\omega_{s(A)}$ が 0.1% 程小さくなっているが、これは鋼ローラ B 軸と軸受の間のわずかな摩擦トルクの影響により紙と鋼ローラ表面が滑っているからであると考えられる。次に白四角印で示された鋼ローラ A とローラ C の回転速度比 $\omega_C/\omega_{s(A)}$ に着目する。ローラ C の表面と接触している紙の表面は曲げにより縮んでいるため、紙の速度が中心面の速度よりも遅い。このため、ローラ C の直径がほぼ 30mm であるのにも関わらず、 $\omega_C/\omega_{s(A)}$ は 0.5% ほど 1 を下回っている。また $\omega_C/\omega_{s(A)}$ も $\omega_{s(B)}/\omega_{s(A)}$ と同様に押付け力 F に依らずほぼ一定値となることが分かる。このことから、ニップ領域において押付け力 F による紙の面内方向の伸縮は十分小さいと考えることができる。なぜならば、もし押付け力 F により紙が面内方向に伸縮するのであれば押付け力 F の変化に伴いニップ領域で紙の速度が変化するために、 $\omega_C/\omega_{s(A)}$ が押付け力 F に依存するはずだからである。

以上の結果から、少なくとも紙の中心面はニップ領域内、外のどこであっていても面内方向には伸縮しないと考えてもよい。したがって以後この中心面を中立面と呼ぶこととする。

さて図4から分かるように、 $\omega_s(B)/\omega_s(A)$ は $\omega_C/\omega_s(A)$ のほぼ1.005倍となっている。この比例定数を C と置くと、紙の中立面速度 V_p はローラCの回転速度 ω_C を用いて次式で表すことができる。

$$V_p = C \cdot R_s \cdot \omega_C \quad (4)$$

なおこの式はローラCの回転角速度 ω_C と紙の中立面速度 V_p の関係を示しているの、ローラCと紙の接触状態などが変化しなければ、ローラA、ローラBの種類（ゴムローラ、鋼ローラ）に依らず利用することができ、ローラCを接触式の紙速度測定機構として利用することができる。

5. 供試ゴムローラのヤング率の同定

本章では供試ゴムローラのヤング率の同定法について示す。図5に示すようにローラAをゴムローラ、ローラBを鋼ローラとして紙を挟まずにゴムローラ、鋼ローラの回転速度比を測定することにより供試ゴムローラのヤング率を同定する。本実験では鋼ローラにモータやロータリーエンコーダを接続せず、鋼ローラに作用する負荷トルクを限り無く零に近づけたため、実験的にゴムローラのヤング率を同定することができる。実験に用いたゴムローラはHs70、Hs30の二種類で、ゴム厚さは5.5mmである。

Fig. 5 Velocity ratio model between two rollers

ゴムローラ、鋼ローラの回転速度比 ω_s/ω_r の測定結果を図6に黒丸印で示す。一方、線は $T=0$ におけるゴムローラ、鋼ローラの固着領域でのゴムの表面ひずみの二次元接触解析⁽¹¹⁾結果から導出した回転速度比の理論計算値を示している。ゴムの表面ひずみの解析結果 ε_r からゴムローラ、鋼ローラの回転速度比の理論計算値は次のように導出できる。すなわち、図5において接触領域から離れた位置でのゴムローラの周速度

Fig. 6 Rubber-Steel velocity ratio

を $V_r (= R_r \omega_r)$ とするとゴムローラ、鋼ローラの固着領域におけるゴムの表面速度は $V_r(1 + \varepsilon_r)$ と表され、これが鋼ローラの周速度 $V_s (= R_s \omega_s)$ に等しいことから、ゴムローラ、鋼ローラの回転速度比はゴムの表面ひずみ ε_r を用いて次式により表される。

$$\frac{\omega_s}{\omega_r} = \frac{R_r}{R_s}(1 + \varepsilon_r) \quad (5)$$

図6においてゴムローラ Hs70、Hs30 の実験データの傾きがそれぞれ $E_r = 6.5 \text{ MPa}$ 、 $E_r = 1.5 \text{ MPa}$ の理論解析結果の傾きと良く一致したことから、本研究で扱う Hs70、Hs30 の短軸ゴムローラのゴムのヤング率をそれぞれ $E_r = 6.5 \text{ MPa}$ 、 $E_r = 1.5 \text{ MPa}$ と同定した。

6. ゴムローラ、紙、鋼ローラの速度比実験

本章では図7に示すようにローラAをゴムローラ、ローラBを鋼ローラとしたときのゴムローラと鋼ローラの速度比およびゴムローラと紙の速度比を測定した結果について説明する。ゴムローラはHs70、Hs30の二種類のゴム硬さ、5.5mmのゴム厚さのものをを用いた。また紙は前述したように市販のセクションペーパー（厚さ0.093mm）を用いた。図8に各押付け力 F に対する回転速度比の測定結果を示す。

$\frac{\omega_s}{\omega_r (RPS)}$ はゴムローラと鋼ローラの回転速度比、

Fig. 7 Velocity ratio model of two rollers and a paper

(a) Hs70

(b) Hs30

Fig. 8 Rubber-Paper-Steel velocity ratio

$\frac{\omega_c}{\omega_r (RPS)}$ はゴムローラとローラ C の回転速度比の測定結果であり、 $\frac{C\omega_c}{\omega_r (RPS)}$ は $\frac{\omega_c}{\omega_r (RPS)}$ に式 (4) で用いた定数 C をかけた値を示している。ここでは $C = 1.0049$ と設定した。なお、添え字の RPS とは Rubber-Paper-Steel を意味している。また、前章で説明した紙がない場合のゴムローラと鋼ローラとの速度比実験 (RS 実験) の実験結果も $\frac{\omega_s}{\omega_r (RS)}$ として同時にグラフに示している。

さて前章で説明したように、図 5 に示すゴムローラ、鋼ローラの接触において、ゴムローラ、鋼ローラの固

着領域におけるゴムの表面速度は、固着領域でのゴムの表面ひずみ ε_r を用いて $V_r(1 + \varepsilon_r)$ と表される。また図 1 に示すようなゴムローラ、紙、鋼ローラの接触においても同様に、ゴムローラ、紙の固着領域におけるゴムの表面速度は固着領域でのゴムの表面ひずみ ε_r を用いて $V_r(1 + \varepsilon_r)$ と表される。さてこの表面ひずみ ε_r は紙の厚さ t の影響をほとんど受けないことが分かっている⁽¹²⁾。すなわち、図 1 においてゴムローラと紙の間の接触問題を半径 $R_s + t (= 15.1\text{mm})$ の鋼ローラと半径 $R_r (= 15.0\text{mm})$ のゴムローラの接触問題として捉え、2 つのローラ間の押付け力 F 、接線方向力 T を変化させて固着領域でのゴムの表面ひずみ ε_r を解析的に求めたところ、 $R_s (= 15.0\text{mm})$ 、 $R_r (= 15.0\text{mm})$ としたときのゴムの表面ひずみ ε_r の解析結果とほとんど変わらなかった。したがって、図 5 に示すようなゴムローラと鋼ローラの接触では $V_r(1 + \varepsilon_r) = V_s$ 、図 1 に示すようなゴムローラと紙の接触では $V_r(1 + \varepsilon_r) = V_{pr}$ という関係がそれぞれ成り立つことに注意すると、ある同一の押付け力 F において次式が成り立つ。

$$\frac{V_s}{V_r (RS)} = \frac{V_{pr}}{V_r (RPS)} \quad (6)$$

さらに RPS 実験においても式 (4) が成り立つことにも注意すると、ある押付け力 F において、図 7 に示す紙のゴムローラ側表面速度 V_{pr} 、紙の中立面速度 V_p および紙の鋼ローラ側表面速度 V_{ps} の間には次の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} V_{pr} : V_p : V_{ps} &= \frac{V_{pr}}{V_r} : \frac{V_p}{V_r} : \frac{V_{ps}}{V_r} \\ &= \frac{V_s}{V_r (RS)} : \frac{V_p}{V_r} : \frac{V_{ps}}{V_r} \\ &= \frac{R_s \omega_s}{R_r \omega_r (RS)} : \frac{R_s C \omega_c}{R_r \omega_r (RPS)} : \frac{R_s \omega_s}{R_r \omega_r (RPS)} \\ &= \frac{\omega_s}{\omega_r (RS)} : \frac{C \omega_c}{\omega_r (RPS)} : \frac{\omega_s}{\omega_r (RPS)} \end{aligned} \quad (7)$$

この関係に注意すると、 $C = 1.0049$ として描いた図 8 より紙の中立面速度 V_p はゴムローラ側紙表面速度 V_{pr} と鋼ローラ側紙表面速度 V_{ps} の平均値にほぼ一致していることが確認できる。

次に式 (7) より $\frac{(C \cdot \omega_c / \omega_r)_{RPS}}{(\omega_s / \omega_r)_{RPS}} - 1 = V_p / V_{ps} - 1$ 、 $\left(\frac{(\omega_s / \omega_r)_{RS}}{(\omega_s / \omega_r)_{RPS}} - 1 \right) / 2 = (V_{pr} / V_{ps} - 1) / 2$ という関係があることに注意して、 $V_p / V_{ps} - 1$ 、 $(V_{pr} / V_{ps} - 1) / 2$ と押付け力 F の関係を求めた結果を図 9 に示す。このグラフから分かるように、 $V_p / V_{ps} - 1$ および $(V_{pr} / V_{ps} - 1) / 2$ は押付け力 F の増加と共に増加し、減少はしない。もしニップ領域において押付け力 F の増加に伴

い紙厚さ t が減少して行くのであれば, $V_p/V_{ps} - 1$, $(V_{pr}/V_{ps} - 1)/2$ も共に減少し, 0 に近づくはずである. このことから, ニップ領域における紙の厚さ t の変化は無視できるほど小さいと見なせることが確認できる.

(a) Hs70

(b) Hs30

Fig. 9 Relation between ε_p and F

ここでゴムローラ側紙表面速度 V_{pr} , 鋼ローラ側紙表面速度 V_{ps} および紙の中立面速度 V_p の間には紙の表面ひずみ ε_p を用いて式 (1), (2) に示す関係が成り立つとすれば, $V_p/V_{ps} - 1$, $(V_{pr}/V_{ps} - 1)/2$ は次式の関係により紙の表面ひずみ ε_p を意味することが分かる.

$$\frac{V_p}{V_{ps}} - 1 = \frac{1}{1 - \varepsilon_p} - 1 \quad (8)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{V_{pr}}{V_{ps}} - 1 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \varepsilon_p}{1 - \varepsilon_p} - 1 \right) \quad (9)$$

なお上式の近似では, $\varepsilon_p \ll 1$ であるため $1/(1 - \varepsilon_p) \approx 1 + \varepsilon_p$ となることを利用した.

さて, 第2章における仮定4が成り立つのであれば, 紙の表面ひずみは $\varepsilon_p = t/(2R_s)$ と表され, 押付け力 F に依らず一定値となるはずである. ここでは $t = 0.093\text{mm}$, $R_s = 15\text{mm}$ とすると, $t/(2R_s) = 0.0031$

となる. しかし図9から分かるように, ゴムの表面ひずみ ε_p は 0.0031 を下回り押付け力 F に大きく依存する. したがって仮定4は成立しないことが分かる. すなわち, ニップ領域外で中立面と垂直な横断面は, ニップ領域内では必ずしも中立面と垂直とはならない.

さて, 図9の Hs70, Hs30 の実験結果を比べると, 同一押付け力 F に対する紙の表面ひずみ ε_p は Hs70 (硬) の場合よりも Hs30 (柔) の場合の方が大きいことが分かる. このことから, 紙の表面ひずみ ε_p は本質的には図10に示すニップ幅 w のみに依存するのではないかと予想される. そこで, 図9に示す紙の表面ひずみ ε_p と押付け力 F の関係を, 紙の表面ひずみ ε_p とニップ幅 w の関係に変換することを考える.

Fig. 10 Rubber-Paper-Steel contact model

Fig. 11 Relation between nip width and normal force

Fig. 12 Relation between strain of paper surface and nip width

第5章で述べたゴムローラ・鋼ローラの実験結果から同定した Hs70, Hs30 の短軸ゴムローラのゴムのヤング率 $E_r = 6.5\text{MPa}, 1.5\text{MPa}$ の2通りについて、従来の研究で提案したゴムローラ、鋼ローラの二次元接触解析手法⁽¹¹⁾により押付け力 F を変化させてニップ幅 w を解析した結果を図11に黒丸印、白四角印で示す。なお、ニップ幅 w は接線方向力 T にはほとんど依存せず、押付け力 F だけに依存する。この解析データを用いて、ニップ幅 w と押付け力 F の関係を表す近似式を作成した。近似曲線を図11に実線、破線で示す。この近似式を用いて押付け力 F をニップ幅 w に換算し、図9をニップ幅 w と紙の表面ひずみ ε_p の関係に書き換えたグラフを図12に示す。なお、丸、四角印は図9の丸、四角印に対応している。この図から分かるように、ニップ幅 w と紙の表面ひずみ ε_p の関係は Hs70, Hs30 でほぼ一致する。以上のことから紙の表面ひずみ ε_p はニップ幅 w のみに依存すると見なせることが分かる。また同時に、第2章の仮定2で述べた、紙・ゴムローラの接触幅および紙・鋼ローラの接触幅は互いにほぼ等しい、という仮定も妥当であることが分かる。すなわち、紙の曲げ剛性が比較的大きく、紙・鋼ローラの接触幅が紙・ゴムローラの接触幅よりも小さいのであれば、紙の表面ひずみ ε_p はニップ幅 w だけでなく押付け力 F にも大きく依存するはずである。しかし実際には、一定のニップ幅 w に達するのに必要な押付け力 F は Hs70 のゴムローラでは大きく、Hs30 のゴムローラでは小さいのにも関わらず ε_p はどちらの場合もほぼ等しい。

7. 理論的裏付け

図12は、紙の表面のひずみはゴムローラのヤング率には直接依存せず、ヤング率と押し付け力から定まるニップ幅に依存するという結果を示している。この結果の理論的裏付けに付いて考察する。

Fig. 13 Shear strain of paper due to shear stress

第2章で行った紙のモデル化では、中立面と横断面との直交性を仮定していたが、これはつまり、紙の横断面に作用するせん断力による紙のせん断変形を無視していたことになる。しかし、実際には図13に示すよ

うに紙の横断面に作用するせん断応力により紙内部にはせん断ひずみが生じる。このせん断ひずみが紙の表面ひずみ ε_p に与える影響は大きいと考えられる。梁のたわみに及ぼすせん断力の影響について考える。

Fig. 14 Cantilever beam model

単純な片持ち梁を例に取り、せん断変形によるたわみ z_s 、曲げ変形によるたわみ z_b 、および全たわみ z の関係を調べてみよう。図14に示すように片持ち梁が先端に集中力 P を受けている場合を考える。このとき、はりの断面積を A 、横弾性係数を G 、はりの長さを l および k を定数として $z_s(x=l)$ は次式のように与えられる。⁽¹⁴⁾

$$z_s(x=l) = \frac{kP}{AG}l \quad (10)$$

ここで、これを曲げ応力によるたわみ

$$z_b(x=l) = \frac{Pl^3}{3EI} \quad (11)$$

に加えれば、 $z_{x=l}$ は次式となる。

$$z_{x=l} = \frac{P}{EI} \left(\frac{l^3}{3} + k \frac{I}{A} \frac{E}{G} l \right) \quad (12)$$

さらに、 $2G(1+\nu) = E$ の関係があり (ν : ポアソン比)、長方形断面では $k = 3/2$ であるから式(12)は次式のように書き換えることができる。

$$z_{x=l} = \frac{Pl^3}{3EI} \left\{ 1 + \frac{3(1+\nu)}{4} \frac{h^2}{l^2} \right\} \quad (13)$$

このようなせん断によるたわみの影響を考慮に入れた場合、ある一定のたわみ量 $z_{x=l} = Z$ を生じるのに必要な P を P_{bs} と定義し、一方せん断によるたわみの影響を無視した場合に Z を生じるのに必要な P を P_b と定義すると、それらの比は次式で表される。

$$\frac{P_{bs}}{P_b} = \frac{1}{1 + \frac{3(1+\nu)}{4} \frac{h^2}{l^2}} \quad (14)$$

さらにせん断変形の影響を考慮にいれた場合の $x = 0$ における梁の上下面で表面ひずみの大きさを ε_{bs} 、せん断変形の影響を無視した場合を ε_b とそれぞれ定義すると、これらの比 $\varepsilon_{bs}/\varepsilon_b$ も次式に示す関係により式(14)の右辺で表されることが分かる。

$$\frac{\varepsilon_{bs}}{\varepsilon_b} = \frac{P_{bs}l}{P_b l} = \frac{1}{1 + \frac{3(1+\nu)}{4} \frac{h^2}{l^2}} \quad (15)$$

さて、図 10 に示すようなゴムローラ、紙、鋼ローラのニップ領域における紙は分布圧力を受けて変形しているため、この結果を直接適用できないが、式 (15) を参考にすれば、はり長さ l はニップ幅 w に相当し、厚さ h は紙厚 t に相当するから、同一の変形形状に対してせん断変形が存在する紙の表面ひずみ ε_p と、曲げ変形のみに対する紙の表面ひずみ $t/(2R_s)$ との比は、定数 K を用いて次式の形で表されることが考えられる。

$$\frac{\varepsilon_p}{t/(2R_s)} = \frac{1}{1 + K \frac{t^2}{w^2}} \quad (16)$$

$t = 0.093\text{mm}$, $R_s = 15.0\text{mm}$ として図 12 を w/t と $\varepsilon_p/(t/2R_s)$ の関係に書き換え、さらに式 (16) で表される曲線を実線で示したものを図 15 に示す。このように $K = 130$ での曲線と実験結果がよく一致した。このようにニップ領域における紙のせん断変形を考慮に入れることにより、ニップ幅 w と紙の表面ひずみ ε_p との関係をモデル化できることが分かった。 K の定量的な値に対する物理的な考察は今後の課題である。

Fig. 15 Strain ratio

8. 結 論

本論文では、ゴムローラ、鋼ローラからなる紙搬送機構においてゴムローラ、鋼ローラおよび紙の速度比に影響を与えるニップ領域での紙の表面ひずみ特性を明らかにすることを目的として、短軸ローラ実験装置を用いて鋼ローラ・紙・鋼ローラの速度比実験、およびゴムローラ・紙・鋼ローラの速度比実験を行い、以下の結論を得た。

1. 紙の中心面は面内方向に伸縮しない中立面と見なすことができる。
2. ニップ領域における紙の中立面速度はゴムローラ側紙表面速度と鋼ローラ側紙表面速度の平均値となる。

3. ニップ領域における紙の厚さの変化は無視できるほど小さい。
4. ニップ領域においてゴムローラ・紙の接触幅と鋼ローラ・紙の接触幅は互いにほぼ等しい。
5. ニップ領域における紙の表面ひずみはニップ幅に依存する。
6. ニップ領域における紙のせん断変形を考慮に入れることにより、紙の表面ひずみとニップ幅の関係をモデル化することができる。

文 献

- (1) T.-C. Soong, C. Li, *The rolling contact of two elastic-layer-covered cylinders driving a loaded sheet in the nip*, Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics, 48, (1981), pp.889-894
- (2) J.J. Kalker, *Viscoelastic Multilayered Cylinders Rolling with Dry Friction*, Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics, 58, 3, (1991), pp.666-678
- (3) R.H. Bentall, K.L. Johnson, *Slip in the Rolling Contact of two Dissimilar Elastic Rollers*, International Journal of Mechanical Science, 9, (1967), pp.389-404
- (4) 岡本, 大谷, 三沢, 吉田, ゴムローラによる紙搬送の速度特性と支配メカニズムの解明, 機論 C, 67, 654, (2001), pp.475-482
- (5) 藤村, 小野, スキューロール紙送り機構における紙の運動解析, 機論 C, 62, 596, (1996), pp.1354-1360
- (6) 松野, 河内, 日本機械学会第 64 期通常総会講演会講演概要集, 870-2, (1987), pp.267-268
- (7) 福本, カラープリンタ用搬送機構の紙送り特性, トライボロジスト, 42, 5, (1997), pp.357-362
- (8) 小林, ゴムローラによる柔軟媒体の搬送速度特性, トライボロジスト, 42, 5, (1997), pp.375-380
- (9) 岸, 両面コピーの紙シワとトライボロジー, 日本機械学会 1999 年度年次大会講演論文集, 1, 99, (1999), pp.586-588
- (10) J. Wu, M. Nakazawa, T. Kawamura, H. Baba, H. Kamimura, N. Tanaka, K. Miyahara, *Study on Elastic Deformation Properties of the Blanket in Offset Printing*, JSME International Journal, Series A, 42, 3, (1999), pp.388-393
- (11) 山浦, 小野, 高橋, 中澤, 鋼芯を有するゴムローラの Green 関数とゴムローラ・鋼ローラ間の摩擦駆動解析, 機論 C, 68, 667, (2002), pp.801-809
- (12) 山浦, 小野, 中澤, 短軸ゴム挟持ローラによる紙搬送特性, 機論 C, 70, 694, (2004), pp.1588-1594
- (13) 富松, 山浦, 小野, 長軸ゴムローラ・鋼ローラによる紙搬送特性解析に関する研究, 機論 C, 71, 712, (2005), pp.3525-3533
- (14) 中原, 材料力学, 養賢堂, (1964), pp.192-194