正逆回転時におけるはすば歯付ベルトの回転伝達誤差*

(伝達トルク作用時の場合)

籠谷 正 則^{*1}, 北 本 直 也^{*2}上 田 博 之^{*1}, 小 山 富 夫^{*3}Transmission Error in Helical Synchronous Belt Drives in
Bidirectional Operation

(Under Transmitted Torque)

Masanori KAGOTANI^{**}, Naoya KITAMOTO,

Hiroyuki UEDA and Tomio KOYAMA

^{**}Department of Mechanical Engineering for Transportation, Osaka Sangyo University,
3-1-1 Nakagaito, Daito-shi, Osaka, 574-8530 Japan

Recent helical synchronous belt drives have been confirmed to be effective for reducing noise and transmission error per single pitch of the pulley, in comparison with conventional synchronous belt drives in which the tooth trace is straight and parallel to the axis of rotation. However, in a helical synchronous belt, the helix angle produces an axial force when the belt tooth load acts in the direction normal to the tooth trace. In the present study, the transmission error in a helical synchronous belt drive is investigated theoretically and experimentally under the quasi-static condition and transmitted torque when the pulley speed ratio is 1:1. The computed transmission error agrees well with the experimental results, thereby confirming the applicability of the proposed theoretical analysis for the transmission error in bidirectional operation. This transmission error was found to be generated by a change in the belt tension under transmitted torque, by a change in the state of contact between the tooth flanks, and by the difference in axial belt movements between the two pulleys. In addition, the transmission error is reduced when the pitch difference of the driving side is smaller than that of the driven side.

Key Words: Machine Element, Measurement, Accuracy, Positioning, Helical Synchronous Belt, Transmission Error, Bidirectional Operation, Transmitted Torque, Installation Tension, Pitch Difference, Axial Tooth Load

1. 緒 言

前報⁽¹⁾において、無負荷で正逆回転する場合ははすば歯付ベルトの回転伝達誤差について、その発生機構を明らかにするとともに、回転伝達誤差は、取付張力をできるだけ大きく設定すれば低減でき、また、原動側と従動側のピッチ差を等しくすれば発生しないことを明らかにした。実際に使用されるはすば歯付ベルト伝動装置では、取付張力による軸荷重や搬送物の質量などにより、軽負荷の伝達トルクが作用する。しかしながら、伝達トルクが作用し正逆回転する場合の回転伝達誤差については、いまだ検討がなされていない。

本研究では、伝達トルク作用時において、はすば歯付ベルト伝動装置が、準静的領域で正回転から逆回転した場合の回転伝達誤差について理論解析を行い、伝達トルクやピッチ差などが回転伝達誤差に及ぼす影響について実験結果と比較検討するとともに、その低減策についても検討したので、報告する。

2. 理 論 解 析

はすば歯付ベルトに伝達トルクが作用している場合、無負荷時⁽¹⁾と同様に、歯すじのねじれ角による軸方向分力により、ベルトはプーリの回転に伴い軸方向移動を生じる。また、正逆回転により、張り側ならびにゆるみ側張力が作用するベルトスパンは入れ替わることになる。このような挙動により発生すると考えられる伝達トルク作用時の回転伝達誤差について解析を行う。ここで、問題を簡単化するため、プーリ歯数比は1:1とし、プーリは1ピッチごとに回転するものとする。

2・1 正逆回転時のベルト軸方向移動 図1に、正回転時のベルト1周上での軸方向の移動モデルを示す。太実線はプーリが m ピッチだけ回転したときのベルトの巻付き状態を示す。二点鎖線はプーリの歯すじを示し、 γ は歯すじのねじれ角を示す。記号 A~D は原動ならびに従動プーリのかみあい始めならびにかみあい終わりの位置を示し、正回転時のかみあい始めの位置は A ならびに C であり、ベルトスパン AD 間に張り側張力 T_t が、BC 間にゆるみ側張力 T_s が作用するものとする。また、逆回転時では、B と D がかみあい始めとなり、 T_t と T_s が入れ替わることになる。

* 原稿受付 2005 年 3 月 22 日。

^{*1} 正員, 大阪産業大学工学部交通機械工学科(〒574-8530 大東市中垣内 3-1-1)。^{*2} 学生員, 大阪産業大学大学院工学研究科。^{*3} 正員, 大阪工業大学工学部機械工学科(〒535-8585 大阪市旭区大宮 5-16-1)。

E-mail: kagotani@tm.osaka-sandai.ac.jp

Fig. 1 Winding model in forward rotation for one belt rotation

ベルトの軸方向移動量は、文献(1)と同様に考える。すなわち、図1に示すベルトが太実線の状態から、プーリが1ピッチ回転したとき、ベルト歯とプーリ歯の間に移動すべきものがあると、太実線のうちプーリに巻付いているベルトは、破線で示したベルトのように、1ピッチ隣りに平行移動すると考える。このとき、新たにかみあい始めるベルトの軸方向移動は、ベルトが軸方向にせん断変形を起こすことにより生じる。

はすば歯付ベルトは、弾性変形により歯すじの垂直方向に歯面荷重を生じる。このとき、ねじれ角により歯面荷重は、軸直角方向と軸方向に分力を生じる。軸直角方向分力は伝達力成分になり、軸方向分力はせん断力成分となる。原動側かみあい始めの位置Aにおけるせん断力は、この軸方向分力 $Q_{A(m)}$ と、AD間で $y_{AD(m)}$ だけベルトが軸方向に傾いたことにより生じる軸方向力 $F_{A(m)}$ であるとする。 m から $(m+1)$ ピッチ回転したとき、ベルトのせん断変形による軸方向移動量 $\Delta y_{A(m+1)}$ は、次式で表される。

$$\Delta y_{A(m+1)} = \{c_1/(A_1 G_1) + c_2/(A_2 G_2)\} (Q_{A(m)} - F_{A(m)}) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、ベルト1ピッチは、図2に示すように、ベルト歯部と心線を含むベルト歯部を除いた部分で構成されており、これらの部分で剛性が異なる。このため、図2(a)に示すベルト歯部と図2(b)に示すベルト歯部を除いた部分とに2分割し、これらが同様のせん断力を受けて変形するものとする。式(1)において、 G はベルトの剛性率、 A はせん断ひずみを受ける断面積、 c はせん断が生じる2平面間の距離を示す。また、それらの添字1はベルト歯部を、添字2は歯部を除くベルト部を示す。

従動側かみあい始めの位置Cにおける $\Delta y_{C(m+1)}$ は、式(1)中の添字Aを添字Cに、また、逆回転時でのかみあい始めの位置BおよびDの $\Delta y_{B(m+1)}$ と $\Delta y_{D(m+1)}$ も、同様に添字を置換えることにより求めることができる。

(a) Belt tooth portion (b) Remaining portion of belt

Fig. 2 Models of shearing deformation of belt

式(1)の $Q_{A(m)}$ は、FEM解析を用いて、ベルト歯の荷重分担を計算することにより求めることができる。FEM解析には、はん用非線形有限要素解析プログラムABAQUS Version 6.4を使用した。また、 $F_{A(m)}$ は理論的に求めることが困難であるため、文献(1)で述べたように、実験式として次式で表す。

$$F_{A(m)} = ay_{AD(m)}^3 + by_{AD(m)}^2 + cy_{AD(m)} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 a, b, c はベルト張力により異なる実験定数である。また、 $F_{D(m)}$ は式(2)に等しく、 $F_{B(m)}$ と $F_{C(m)}$ は式(2)中の添字ADを添字BCに置換えることにより求めることができる。

正回転時におけるベルトの軸方向移動量の計算は、 $m=1$ のとき、 $y_{AD(1)} = y_{BC(1)} = 0$ mm から行い、 $\Delta y_{A(m)} = \Delta y_{C(m)}$ となれば終了する。このうち、原動側と従動側に巻付いているベルトは、軸方向に平行移動することになる。逆回転時のベルトの軸方向移動量の計算は、ベルトの巻付き状態が正回転終了時の状態から $\Delta y_{B(m)} = \Delta y_{D(m)}$ となるまで行う。

2.2 逆回転時のベルト円周方向移動 一般に、プーリを逆回転させる場合、正回転から一時停止させたのち行う。プーリが停止したとき、正回転時ににおいてベルトに作用していた張り側張力 T_t とゆるみ側張力 T_s は取付張力 T_t となり、逆回転とともに T_t と T_s の作用するベルトスパンは入れ替わる。また、ベルトは正回転時とは逆方向に式(1)に示した量だけ軸方向に移動しながら、ベルト歯とプーリ歯の接触状態が順次変化し、当初接触していた方向とは反対側に接

触していくことになる。

図3に、プリー歯を基準とした場合、逆回転時の原動側かみあい始めの位置Bにおけるベルト歯の位置を示す。破線は、正回転からプリーが停止して T_i のみが作用しているときのベルト歯を示し、太実線は、伝達トルク T_q が作用してプリーが m ピッチ回転したときのベルト歯を示す。 λ_{B0} は、 T_i 作用時のプリー歯溝中心からベルト歯中心までの距離を示し、 $\lambda_{B(m)}$ は、 T_q が作用して m ピッチ回転したときのそれを示す。正回転時からプリーを停止させたときのかみあい始めならびにかみあい終わりの $\lambda_{A0} \sim \lambda_{D0}$ 、ならびに逆回転時のかみあい始めならびにかみあい終わりの $\lambda_{A(m)} \sim \lambda_{D(m)}$ は、FEM解析を用いて、次のように求める。

(1) 正回転時に T_q が作用している状態で原動ならびに従動プリーを停止し、 $T_q = 0 \text{ N} \cdot \text{m}$ となるように従動プリーのみを微小角だけ回転したときの $\lambda_{A0} \sim \lambda_{D0}$ を求める。

Fig. 3 Meshing conditions between belt and pulley teeth at beginning of meshing at position B in reverse rotation

(2) 上記の状態から、従動プリーを固定し、原動プリーを設定トルクとなるように微小角だけ回転させ、 $m=1$ のときの $\lambda_{A(1)} \sim \lambda_{D(1)}$ を求める。

(3) T_q が作用している状態で、原動ならびに従動プリーが1ピッチごとに m ピッチ逆回転したときの $\lambda_{A(m)} \sim \lambda_{D(m)}$ を接触状態が安定するまで求める。

2・3 回転伝達誤差 正回転からプリーを一時停止させたのち、逆回転させてから原動側と従動側に巻付いているベルトが軸方向に平行移動するまでの回転伝達誤差の発生機構と解析方法について述べる。

図4に、逆回転時のベルト1周分の巻付けモデルを直線的に示す。太実線はベルトを、破線はベルトが弾性変形したことによるA～Dにおけるベルトの歯すじの位置を、二点鎖線はA～Dにおけるプリーの歯すじの位置をそれぞれ示す。

図4(a)は、正回転時に原動側と従動側に巻付いたベルトが軸方向に平行移動していた状態からプリーが停止し、ベルト張力が取付張力 T_i になった状態を示す。この状態から、設定トルクになるように、従動プリーを固定して原動プリーを微小量 Δx_{p0} だけ逆回転させると、図4(b)に示すように、AD間でゆるみ側張力 T_s が、BC間で張り側張力 T_t が生じる。このことによるAD間とBC間におけるかみあい始めならびにかみあい終わりのベルト歯の動きを Δx_{AD0} と Δx_{BC0} 、ベルトスパン間の傾きによるベルト長さの変化を Δl_{AD0} と Δl_{BC0} 、ベルト張力作用前のベルトスパン長さを l_{AD0} と l_{BC0} 、ベルトの伸びに関する係数を SE (ベルト心線の縦弾性係数と断面積の積) とすると、

Fig. 4 Model for axial belt movement in reverse rotation for one belt rotation

T_t 作用時から設定トルクに達するまでの原動プーリのピッチ円上での動き Δx_{p0} は、次式により表される。

$$\Delta x_{p0} = [\Delta x_{AD0} - \Delta x_{BC0} + \{l_{BC0}(T_t - T_s) - l_{AD0}(T_s - T_t)\} / SE + \Delta l_{AD0} - \Delta l_{BC0}] / 2$$

ここで、

$$\Delta x_{AD0} = \lambda_{A(1)} - \lambda_{D(1)} - \lambda_{A0} + \lambda_{D0}$$

$$\Delta l_{AD0} = (\cos \phi_{AD0} - \cos \phi_{AD(1)}) l_{AD0} \dots\dots\dots (3)$$

式(3)において、 Δx_{BC0} は Δx_{AD0} の式中の添字 A を C に、添字 D を B に置換え、また、 Δl_{BC0} は Δl_{AD0} の式中の添字 AD を BC に置換えることにより得られる。

式(3)より、 Δx_{p0} は、 T_q が作用したことによるベルト歯とプーリ歯の接触状態の変化と、ベルト張力の変化ならびにこれらの変化によるベルトスパン間の傾きの変化によって発生する。

次に、図4(b)の状態から図4(c)のように、原動プーリが m ピッチだけ逆回転し、プーリピッチ円上で x_p だけ移動したとすると、 AD 間と BC 間のスパン長さ $l_{AD(1)}$ と $l_{BC(1)}$ は、ベルト歯とプーリ歯の接触状態の変化と、ベルトの軸方向移動により変化する。このため、 T_t と T_s が変化し、当初に設定された T_q は変化することになる。ここで、原動プーリが準静的領域で回転し、軸受摩擦を無視すると、従動プーリが Δx_p だけ進むか遅れることによって、設定された T_q に戻ろうとする。この挙動が設定トルク作用後の回転伝達誤差となって現れるものと考ええる。

図4(b)と(c)より、原動プーリに対する従動プー

リのピッチ円上での移動誤差 Δx_p は、 A と D におけるベルト歯の動きを $\Delta x_{AD(m)}$ 、 B と C におけるそれを $\Delta x_{BC(m)}$ 、 AD 間と BC 間のベルトスパン長さの変化を $\Delta l_{AD(m)}$ と $\Delta l_{BC(m)}$ 、 m ピッチ回転時のベルト張力作用前のベルトスパン長さを $l_{AD0(m)}$ 、 $l_{BC0(m)}$ とすると、次式で表される。

$$\Delta x_p = \{(\Delta x_{BC(m)} + \Delta l_{BC(m)}) l_{AD0(m)} - (\Delta x_{AD(m)} + \Delta l_{AD(m)}) l_{BC0(m)}\} / (l_{AD0(m)} + l_{BC0(m)})$$

ここで、

$$\Delta x_{AD(m)} = \lambda_{A(m)} - \lambda_{D(m)} - \lambda_{A(1)} + \lambda_{D(1)}$$

$$\Delta x_{BC(m)} = \lambda_{C(m)} - \lambda_{B(m)} - \lambda_{C(1)} + \lambda_{B(1)}$$

$$\begin{aligned} \Delta l_{AD(m)} &= l_{AD0} (\cos \phi_{AD(1)} + T_s / SE) \\ &\quad - l_{AD0(m)} \{ \cos \phi_{AD(m)} - (T_t - T_s) / SE \} \\ &\quad + (y_{AD(1)} - y_{AD(m)}) \tan \gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta l_{BC(m)} &= l_{BC0} (\cos \phi_{BC(1)} + T_t / SE) \\ &\quad - l_{BC0(m)} \cos \phi_{BC(m)} + (y_{BC(1)} - y_{BC(m)}) \tan \gamma \\ &\quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

プーリが正回転時から逆回転することにより発生する回転伝達誤差 $\Delta \theta_R$ は、原動プーリの回転角 $\theta_{(1)}$ に対する従動プーリの回転角 $\theta_{(2)}$ の相対回転角度差であるとする、原動プーリ上の動きである式(3)の Δx_{p0} と、従動プーリ上の動きである式(4)の Δx_p を用いて、次式により表される。

$$\begin{aligned} \Delta \theta_R &= \theta_{(2)} - \theta_{(1)} z_{p(1)} / z_{p(2)} \\ &= 2\pi (\Delta x_p - \Delta x_{p0}) / (t_{p(2)} z_{p(2)}) \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ここで、 $t_{p(j)}$ はプーリピッチ、 $z_{p(j)}$ はプーリ歯数を示し、添字 j が1のとき原動側を、2のとき従動側を表す。また、 $\Delta \theta_R$ が正のとき従動プーリは進み、負のときそれは遅れることを示す。

3. 実験装置と実験方法

図5に、実験に使用したベルトとプーリの形状および寸法を示す。ベルトとプーリは、円弧歯形で、公称正面ピッチ8mm、ねじれ角 $\gamma = 10^\circ$ である。

図5(a)に示すベルトは、クロロプレンゴム製で、心線にガラス繊維コードを使用し、歯数 $z_b = 100$ 、ベルト幅 $w_b = 20$ mm である。ベルトの正面ピッチ t_b は、7.997 mm とした。この正面ピッチは、精度良く直接測定することが困難であるため、ISO 13050⁽²⁾ に基づき、ベルトの軸間距離を測定することによりベルト長さを求め、ベルト1周の平均ピッチとした。ちなみに、文献(3)で述べたように、L形ゴムベルトの場合、最大単一ピッチ誤差は100 μ m 程度であり、本実験で使用したベルトも同程度の精度と考えられる。また、図2に示した c と t は、それぞれ $c_1 = 1.77$ mm、 $c_2 = 8$ mm、 $t_1 = 4.2$ mm、 $t_2 = 2.3$ mm とした。

Fig. 5 Dimensions of test belt and pulley

このベルトとかみあう図5(b)に示すプーリは、S 45 C 製で、原動ならびに従動側ともに歯数 $z_{p(j)} = 32$ 、プーリ幅 $w_p = 50$ mm である。プーリの正面ピッチ $t_{p(j)}$ は、表 1 に示す 5 種類のプーリ外径をそれぞれ測定し、それにベルトの PLD (ベルト歯底表面から心線中心までの距離) を勘案して求めた。本実験に使用したプーリの一つの歯直角方向における最大単一ピッチ誤差は $17 \mu\text{m}$ で、JIS 歯車精度等級の 5 級程度に相当する。これらのプーリにベルトを巻付けたとき、 $t_{p(j)}$ ならびにピッチ差 $\Delta t_{(j)}$ は、表 1 に示すとおりである。ここで、 $\Delta t_{(j)} = t_b - t_{p(j)}$ である。

図 6 に、回転伝達誤差の実験装置を示す。本研究は、準静的領域におけるものであるため、原動プーリ②の回転速度は約 0.063 s^{-1} 一定と遅くし、供試ベルト①への振動などによる影響を少なくした。取付張力 T_i は、リニアボールベアリング④上の従動軸受台を張力調整ボルト⑤で移動させることにより与え、その測定は、ロードセル⑥の値を動ひずみ計⑫で検出することにより行った。伝達トルク T_q は、ワイヤロープ⑦の端に取付けられた重り⑧を従動軸の平プーリ⑨で巻上げることにより与えた。なお、逆回転時の T_q は、正回転の場合とワイヤロープの巻上げ方向を逆にするにより、作用させた。

回転伝達誤差の測定は、原動ならびに従動軸の軸端にそれぞれ取付けられた出力パルス数が 360 pulse/rev のロータリエンコーダ⑩からのデジタル信号を、位相差/電圧変換器⑬で演算処理し、原動軸に対する従動軸の相対角度差を FFT アナライザ⑭に取り込むことにより行った。

①Test belt ②Driving pulley ③Driven pulley
④Linear ball bearings ⑤Tension adjustment screw
⑥Load cell ⑦Wire rope ⑧Dead weight
⑨Flat pulley ⑩Rotary encoders ⑪0.4kW motor
⑫Strain meter ⑬Phase difference meter
⑭FFT Analyzer

Fig. 6 Experimental apparatus of transmission error

実験は、ベルトに取付張力を設定し、伝達トルクを作用させ、プーリを正回転させたときの回転伝達誤差を測定したのち、プーリを一時停止させ、次にプーリを逆回転させたときの回転伝達誤差を測定した。

4. 実験結果と計算結果の比較検討

4.1 回転伝達誤差の発生要因 図 7 に、取付張力 $T_i = 400 \text{ N}$ 、伝達トルク $T_q = 5.2 \text{ N} \cdot \text{m}$ を作用させたときの正逆回転時における回転伝達誤差の実験結果を示す。プーリは原動側にピッチ差 $\Delta t_{(1)} = -0.001 \text{ mm}$ 、従動側に $\Delta t_{(2)} = -0.013 \text{ mm}$ のものを使用した。縦軸は回転伝達誤差を、横軸はその測定時間 t を示す。 $t \approx 140 \text{ s}$ までが正回転時の回転伝達誤差 $\Delta \theta_F$ で、その後、約 10 s の間プーリを停止した。 $t \approx 150 \text{ s}$ 以降は逆回転時の回転伝達誤差 $\Delta \theta_R$ である。

正回転時では、ベルトは軸方向に移動するが、 $\Delta \theta_F$ は安定している。これは、原動側と従動側のベルトの軸方向移動量が等しいため、図 1 に示す AD 間と BC 間のベルトスパン長さが変化しないことによる。また、プーリ 1 回転とベルト 1 周を周期とする回転伝達誤差が発生している。前者はプーリの偏心により発生し⁽⁴⁾⁽⁵⁾、後者はベルト 1 周上における弾性係数の変化およびピッチ誤差などにより生じたものである⁽³⁾⁽⁶⁾。

正回転停止状態からプーリが逆回転すると、短時間で $\Delta \theta_R$ が負に増加し、図 7 中に示す位置 T から M ま

Table 1 Outside diameter of pulley and pitch difference

Unit: mm		
Outside diameter $d_{p(j)}$	Transverse circular pitch $t_{p(j)}$	Pitch difference $\Delta t_{(j)} = t_b - t_{p(j)}$
80.10	7.998	-0.001
80.14	8.002	-0.005
80.18	8.006	-0.009
80.22	8.010	-0.013
80.26	8.014	-0.017

Fig. 7 Experimental result of transmission error in bidirectional operation

で $-\Delta\theta_{RTa}$ だけ発生している。この時点からプーリが $t \approx 200$ s まで回転する間で、さらに、 $\Delta\theta_R$ は負に増加し、位置 M から $-\Delta\theta_{RMa}$ だけ発生している。 $t \approx 200$ s 以降では、 $\Delta\theta_R$ は安定し $-\Delta\theta_{Ra}$ となり、正回転時と同様な回転伝達誤差が発生している。このとき、原動ならびに従動側におけるベルトは、軸方向に平行移動している。

図 8 に、逆回転時における回転伝達誤差の実験結果と計算結果を示す。実験条件は、図 7 と同様である。横軸は原動プーリの回転角 $\theta_{(1)}$ を表し、図 7 で述べた逆回転開始時 ($t \approx 150$ s) を $\theta_{(1)} = 0$ rad とした。実線は $\Delta\theta_R$ の実験結果を、破線は $\Delta\theta_R$ の計算結果を示す。また、一点鎖線は、式 (3) より算出した T_i から設定トルクに達するまでの回転伝達誤差 $\Delta\theta_{RT}$ の計算結果を示し、二点鎖線は、式 (4) より算出した設定トルク作用後の回転伝達誤差 $\Delta\theta_{RM}$ の計算結果を示す。なお、 $\Delta\theta_R$ は $\Delta\theta_{RT}$ と $\Delta\theta_{RM}$ の和である。これらの数値計算に用いた値は、表 2 に示すとおりである。ここで、摩擦係数 μ は、数ピッチ分の長さに切ったベルトを歯底面が接触するようにプーリ歯面とほぼ同一の表面粗さを持つ鉄板 (S 45 C) の上に置き、ベルトの上に重りを載せてベルトが動き始める直前の最大引張力より求めた。

図 8 より、 $\Delta\theta_{RT}$ は負に生じている。プーリが停止時から逆回転すると、AD 間の張力が T_i からゆるみ

側張力 T_s に、BC 間の張力が T_i から張り側張力 T_t にそれぞれ変化するとともに、かみあい始めならびにかみあい終わりのベルト歯とプーリ歯の接触量が変化することにより、AD 間のベルトが縮み、BC 間のそれが伸びる。このため、従動プーリは回転方向とは逆方向に回転することになる。また、 $\Delta\theta_{RM}$ も負に生じている。 $\Delta t_{(1)} = -0.001$ mm、 $\Delta t_{(2)} = -0.013$ mm で、 T_q が作用している場合、原動ならびに従動側かみあい始めにおける歯面荷重の軸方向分力は $Q_{B(m)} > Q_{D(m)}$ [図 10(b) 参照] となるため、ベルトの軸方向移動量は $\Delta y_{B(m)} > \Delta y_{D(m)}$ となる。このことより、BC 間のベルトスパン長さは AD 間のそれよりも長くなり、 T_q は当初設定された値から減少するため、従動プーリは設定された T_q になろうとして遅れる挙動を示すことになる。なお、 $\Delta\theta_{RM}$ は $\Delta y_{B(m)} = \Delta y_{D(m)}$ になると一定値になる。

以上のことより、実験結果と計算結果は、 $\Delta\theta_R$ の発生する傾向や大きさなど、ほぼ一致しており、理論解析の有効性が確認できた。このことより、 $\Delta\theta_R$ は、 T_q が作用したことによるベルト張力の変化、原動側と従動側のベルト軸方向移動量の差異、およびこれらに伴うベルト歯とプーリ歯の接触状態の変化によって発生することがわかった。なお、摩擦係数は、荷重分担に大きく影響するが、摩擦係数の変化とともに原動側と従動側のかみあい始めの歯面荷重はほぼ同様な値で変化するため、回転伝達誤差にはほとんど影響しない。

4.2 伝達トルクの影響 図 9 に、回転伝達誤差

Table 2 Numerical values used in calculation

Coefficient of friction, μ	0.3
Belt elongation factor, SE	320 kN
Poisson ratio of belt rubber, ν_R	0.49
Modulus of rigidity of belt tooth portion, G_1	16 MPa
Modulus of rigidity remaining portion of belt, G_2	40 MPa

Fig. 8 Experimental and computed results of transmission error in reverse rotation

Fig. 9 Influence of transmitted torque on transmission error and axial tooth load in reverse rotation

およびかみあい始めにおける歯面荷重の軸方向分力に及ぼす伝達トルクの影響を示す。実験は、ピッチ差を原動ならびに従動側ともに $\Delta t_{(1)} = \Delta t_{(2)} = -0.001$ mm とし、 $T_i = 400$ N 一定としたときに、 T_q を変化させて行った。

図9(a)に、回転伝達誤差量 $\Delta\theta_{Ra}$, $\Delta\theta_{RTa}$, $\Delta\theta_{RMa}$ に及ぼす伝達トルク T_q の影響を示す。図9(a)より、 $T_q = 0$ N・m, すなわち、無負荷の場合、 $\Delta\theta_{RTa}$ は発生していない。これは、プーリ停止時と逆回転時ともにベルトスパンに T_i のみが作用するためである。しかし、 T_q が作用すると、プーリ回転時に張り側張力 T_i とゆるみ側張力 T_s が生じるため、 $\Delta\theta_{RTa}$ は発生する。また、 T_q が増加すると、 T_i は大きく、 T_s は小さくなるため、 $\Delta\theta_{RTa}$ は負に増加する。

$\Delta\theta_{RMA}$ も $\Delta\theta_{RTa}$ と同様に、無負荷時において発生していない。これは、図9(b)より明かなように、 $Q_{B(m)} = Q_{D(m)}$ であるため、式(1)に示した $\Delta y_{B(m)} = \Delta y_{D(m)}$ となることによる。しかし、 T_q が増加すると、 $Q_{B(m)}$ は増加し、 $Q_{D(m)}$ は減少することにより、 $\Delta y_{B(m)}$ と $\Delta y_{D(m)}$ の差が大きくなるため、 $\Delta\theta_{RMA}$ は負に増加する。

以上のことより、回転伝達誤差は、無負荷時では発生しないが、 T_q が作用すると発生し、 T_q の増加に伴い大きくなることがわかった。

4.3 取付張力の影響 図10に、回転伝達誤差およびかみあい始めにおける歯面荷重の軸方向分力に及ぼす取付張力の影響を示す。実験は、 $\Delta t_{(1)} = -0.001$

Fig. 10 Influence of installation tension on transmission error and axial tooth load in reverse rotation

mm, $\Delta t_{(2)} = -0.013$ mm, $T_q = 5.2$ N・m を一定とし、取付張力 T_i を変化させて行った。

図10(a)は、回転伝達誤差に及ぼす取付張力の影響を示したものである。図10(a)より、 $\Delta\theta_{RTa}$ は、 T_i が変化してもほぼ一定である。これは、 T_i の変化とともに、ベルト歯とプーリ歯の接触状態が変化することにより $\Delta\theta_{RTa}$ は多少変化するが、プーリ回転開始時に T_i から T_i と T_s に変化するすることによる $\Delta\theta_{RTa}$ が大きく影響することによる。 $\Delta\theta_{RMA}$ も、 T_i が変化しても大きく変化していない。これは、式(1)中の歯面荷重の軸方向分力とベルトスパンの傾きによる軸方向力の変化に関係している。すなわち、 $Q_{B(m)}$ と $Q_{D(m)}$ の差は、図10(b)より明かなように、 T_i の増加に伴い、除々に大きくなっている。しかし、文献(1)で述べたように、ベルト張力の増加に伴い、単位変位量当たりの $F_{B(m)}$ および $F_{D(m)}$ も大きくなる。このことにより、 $Q_{B(m)} - Q_{D(m)}$ の値の増加分と相殺され、結果的に、 T_i が変化しても $\Delta y_{B(m)}$ と $\Delta y_{D(m)}$ があまり変化しなかったためである。

以上のことより、 T_i の大きさが $\Delta\theta_{Ra}$ に与える影響は、小さいことがわかった。しかし、軸受への負荷軽減やベルト寿命の向上を考慮すると、 T_i は低く設定

Fig. 11 Influence of pitch difference on transmission error in reverse rotation

Fig. 12 Relationship between pitch difference and axial tooth load in reverse rotation

Fig. 13 Experimental and computed results of transmission error in reverse rotation

すべきである。

4.4 ピッチ差の影響 図 11 に、回転伝達誤差に及ぼすピッチ差の影響を示す。実験および計算条件は、 T_i , T_g , $\Delta t_{(1)}$ を一定とし、 $\Delta t_{(2)}$ を変化させた。また、図 12 に、ピッチ差とかみあい始めにおける歯面荷重の軸方向分力の関係についての計算結果を示す。

図 11 より、ベルトの軸方向と円周方向の移動量を含む $\Delta\theta_{RMA}$ は、 $\Delta t_{(2)}$ の増加に伴い増加している。これは、図 12 より明らかなように、 $Q_{D(m)}$ が $\Delta t_{(2)}$ の増加とともに大きくなり、 $Q_{B(m)} - Q_{D(m)}$ の値が小さくなることによる。また、 $\Delta\theta_{RMA}$ は、 $\Delta t_{(2)} = -0.01$ mm 程度で、0 mrad となっている。ベルトがプーリに巻付く際、ベルト歯に作用する軸方向せん断力により、ベルトは順次軸方向に移動するため、プーリに巻付いたベルトは、図 1 に示したように、傾きを生じる。このため、計算上の $\Delta t_{(1)}$ は、約 -0.018 mm となる。図 12 中に矢印で示すように、このピッチ差による $Q_{B(m)}$ と等しくなる $Q_{D(m)}$ の $\Delta t_{(2)}$ は、約 -0.011 mm である。このことより、円周方向のベルト移動量も関与するが、 $Q_{B(m)} \approx Q_{D(m)}$ となるように、原動側と従動側のピッチ差を選定すれば、 $\Delta\theta_{RMA}$ をなくすることができる。ただし、 $\Delta\theta_{RTa}$ は生じている。また、原動側と従動側のピッチ差に差異がある場合、図 12 から明らかなように、原動側にピッチ差が小さいプーリを設定すれば、 $Q_{B(m)} - Q_{D(m)}$ の値は小さくなり、 $\Delta\theta_{Ra}$ を低減することができる。さらに、 $Q_{B(m)}$ と $Q_{D(m)}$ が 0 N となるように原動側と従動側のピッチ差を選定すれば、 $\Delta y_{B(m)}$ と $\Delta y_{D(m)}$ は 0 mm となり、ベルトの軸方向移動もなくすることができる。

図 13 に、逆回転時における伝達トルク作用後の回転伝達誤差 $\Delta\theta_{RMA}$ が正の方向に発生する場合の実験結果と計算結果を示す。実験条件は、図 11 において、 $\Delta\theta_{Ra}$ が 0 mrad 付近の $\Delta t_{(2)} = -0.005$ mm とし、他の条件は図 11 と同様である。図 13 の $\Delta\theta_{RMA}$ が図 8 の

それと異なり、正の方向に発生するのは、図 12 より明らかなように、 $Q_{B(m)} < Q_{D(m)}$ であることによる。図 13 より、 $|\Delta\theta_{RTa}| = \Delta\theta_{RMA}$ となるように $\Delta t_{(2)}$ を設定すれば、 $\Delta\theta_{Ra}$ はなくすることができる。図 11 において、 $\Delta t_{(2)} \approx -0.007$ mm がその値を示している。

以上のことより、回転伝達誤差は、原動側のピッチ差を従動側のそれよりも小さくすることにより低減できる。また、原動側と従動側のかみあい始めの歯面荷重が等しくなるようにピッチ差を選定すれば、ベルト軸方向移動による回転伝達誤差をなくすることができる。さらに、伝達トルク発生時に回転伝達誤差は生じるが、その後の回転伝達誤差が零に収束するピッチ差の組合せが存在することがわかった。

5. 結 言

プーリ歯数比 1 で、伝達トルクが作用するはすば歯付ベルト伝動装置において、プーリが準静的領域で正回転から逆回転した場合の回転伝達誤差について理論解析を行い、計算結果と実験結果を比較検討した結果、以下の結論を得た。

- (1) 回転伝達誤差の計算結果と実験結果はよく一致しており、理論解析の有効性が確認できた。
- (2) 回転伝達誤差は、起動時に伝達トルクが作用したことによるベルト張力の変化と、原動側と従動側のベルトの軸方向移動量の差異と、これらに伴うベルト歯とプーリ歯の接触状態の変化によって発生する。
- (3) 回転伝達誤差は、伝達トルクの増加に伴い大きくなる。
- (4) 取付張力が回転伝達誤差に及ぼす影響は小さい。しかし、軸受に生じる負荷やベルト寿命を考慮すると、取付張力は低く設定すべきである。
- (5) 原動側と従動側のピッチ差に差異がある場合、原動側に小さなピッチ差を設定することによって、回転伝達誤差は低減できる。また、両プーリのピッチ差を適切に設定することにより、起動時に発生した回転伝達誤差を零に収束させることができる。

最後に、実験に使用したベルトとプーリは、ゲイツ・ユニッタ・アジア(株)より提供いただいた。記して謝意を表する。

文 献

- (1) 籠谷正則・ほか 3 名、正逆回転時におけるはすば歯付ベルトの回転伝達誤差（無負荷の場合）、機論、69-678, C (2003), 464-471.
- (2) ISO 13050, Curvilinear Toothed Synchronous Belt Drive Systems.
- (3) Kagotani, M., ほか 2 名, A Study on Transmission

- Error in Timing Belt Drives (Effect of Production Error in Polychloroprene Rubber Belt), *Trans. ASME, J. Mech. Des.*, **115**-4 (1993), 1038-1043.
- (4) 籠谷正則・ほか2名, 偏心プーリを持つ歯付ベルトの回転伝達誤差に関する研究(初張力の影響), 機論, **55**-519, C (1989), 2831-2839.
- (5) 籠谷正則・小山富夫, 偏心プーリを持つ歯付ベルトの回転伝達誤差に関する研究(プーリの偏心位相角, ベルト幅などの影響), 機論, **56**-527, C (1990), 1914-1920.
- (6) 籠谷正則・ほか2名, 歯付ベルトの回転伝達誤差に関する研究(ベルト製作誤差の影響, ポリウレタンベルトの場合), 機論, **57**-544, C (1991), 3986-3991.