高速増殖炉ヘリカル伝熱管探傷プローブの振動による センサノイズとその対策*

(第2報, プローブ振動の数値シミュレーション)

井上 卓見^{*1}, 末岡 淳男^{*1}, 前原 猛^{*2}
中野 寛^{*3}, 金元 啓幸^{*3}, 村上 敬宜^{*1}

Sensor Noise Caused by Vibrations of Flaw Detection Probe Generated in Helical Heating Tubes in a Fast Breeder Reactor and Its Countermeasures (2nd Report, Numerical Simulations of Probe Vibration)

Takumi INOUE^{*4}, Atsuo SUEOKA, Takeshi MAEHARA,
Yutaka NAKANO, Hiroyuki KANEMOTO and Yukitaka MURAKAMI

^{*4} Department of Intelligent Machinery and Systems, Faculty of Engineering, Kyushu University,
6-10-1 Hakozaki, Higashi-ku, Fukuoka-shi, Fukuoka, 812-8581 Japan

A diagnosis of a helical heating tube installed in a fast breeder reactor is operated by an insertion of an eddy current testing (ECT) probe with magnetic sensor into the tube. An undesirable vibration of the ECT probe always happens under a certain condition and makes the diagnosis difficult. The cause of the vibration has not been clear. Numerical simulation of the vibration is implemented on the assumption that the vibration is caused by the Coulomb's friction. An analytical model is derived as a large scale nonlinear vibration system and a lot of computational costs are ordinarily required to carry out the simulations. The Transfer Influence Coefficient Method is applied so that the simulation is efficiently carried out. The results of simulation qualitatively agree well with the experimental results. It confirms the validity of the assumption that the vibration is caused by the Coulomb's friction.

Key Words: Frictional Vibration, Self-Excited Vibration, Vibration of Moving Body, Coupled Vibration, Transfer Influence Coefficient Method

1. 緒 言

高速増殖炉「もんじゅ」の蒸気発生器伝熱管の減肉部探傷は、Eddy current testing (ECT) プローブ⁽¹⁾⁻⁽³⁾を圧縮乾燥空気で搬送して行われるが、ECT プローブ (以後、プローブと呼ぶ) が大きく振動して信号にノイズが混在し、減肉部診断を難しくする問題がある。これまでに、モックアップを使った実験からプローブの振動特性を明らかにし、その対策も行われている⁽⁴⁾。しかしながら、本質的な振動発生メカニズムに至っては未だ確定されていない。根本的な振動問題の解決と、探傷システムの信頼性向上のためには、その究明は必要不可欠である。

本報では、前報⁽⁴⁾の実験結果に基づいて、この振動がプローブに取り付けられたフロートと伝熱管内壁との間のクーロン摩擦に起因するという仮定で系のモデル化を行う。さらに、プローブ振動とその特徴を数値

シミュレーションにより再現し、クーロン摩擦がその本質的原因であることを示す。ただし、解析モデルは大きな自由度を持ち、プローブの圧送下でクーロン摩擦が作用するフロート部も非常に多い。このような対

Fig.1 Scale model of steam generator and mock-up test facility

* 原稿受付 2005 年 4 月 8 日.

^{*1} 正員, 九州大学大学院工学研究院 (〒812-8581 福岡市東区箱崎 6-10-1).

^{*2} 学生員, 九州大学大学院工学府.

^{*3} 正員, 九州大学大学院工学府.

E-mail: takumi@mech.kyushu-u.ac.jp

象を取扱った研究は前例がなく、通常の数値計算法では計算に要するコストは非常に大きい。

これに対し、著者らが開発した伝達影響係数法^{(5),(6)}は、長手方向に延びる構造物を非常に得意とし、高速・高精度の時刻歴応答解析を実現する。ここでのプローブはまさにこの適用対象に一致し、伝達影響係数法を用いることで能率的な数値計算が実行できる。提案したモデル化と数値計算法は、探傷システムのパラメータ変更によるプローブ振動予測や、振動低減策の事前評価を容易に可能とし、探傷システムの信頼性向上に大きな役割を果たすと期待される。

2. 装置の概略とモデル化

図1に「もんじゅ」蒸気発生器のスケールモデルとモックアップのプローブ送り装置を示す。蒸気発生器伝熱管の大部分はヘリカル状である。モックアップ試験装置は、実際の伝熱管のうちヘリカル管直径が異なる6本のみを取り出したものであり、これを用いてプローブ振動に関する様々な実験が行われた⁽⁴⁾。プローブは、図2に示すように、Remote field (RF) センサが組み込まれたケーブルと、これに一定間隔で取り付けられたフロートから構成され、蒸気発生器上部から各伝熱管に送り込まれる。RF センサは、渦電流を利用して伝熱管の減肉部を検出する。RF センサから先端までのケーブルを先導ケーブル (Guide cable)、センサから後方のケーブルを搬送ケーブル (Carrier cable) と呼び、圧縮乾燥空気を管内に流すことでフロートに生じる流体力がプローブの推進力となる。圧縮空気は、プローブの挿入 (Insert) 時、引戻し (Return) 時それぞれにおいて、プローブが移動する方向に流される。プローブは、流体力だけでは非常に速い速度で伝熱管内を通過するので、一定速度で搬送されるように、送り装置 (Feed control equipment) によって挿入時のプローブには引戻す方向に、引戻し時には押し返す方向に力を加える。したがって、挿入時のプローブには張力、引戻し時には圧縮力が平均的に作用する。確実に伝熱管の減肉部を検出し、探傷過程の信頼性を向上させるためには、挿入・引戻し両過程での探傷が望まれる。

2.1 実験結果のまとめ これまでに確認された実験結果⁽⁴⁾を以下にまとめる。

(1) 伝熱管全体の長さは 90 m、そのうち、ヘリカル部分の長さは約 60 m である (図1 参照)。プローブ挿入時の RF センサ信号 X, Y⁽⁴⁾およびセンサ付近のヘリカル半径方向、軸方向の加速度をそれぞれ図3(a)および図3(b)に示す。図3(b)の灰色の背景は、セン

Fig.2 ECT probe

Fig.3 RF signal and acceleration in insert process

サが伝熱管のヘリカル領域を通過する部分を示す。ヘリカル領域へのセンサ挿入距離 (概略値: 0~約 60 m) も併せて示す。挿入距離がヘリカル領域中央部 (約 30 m) を越える 250 s 付近から急に振動が大きくなり、これとともにセンサノイズも大きくなる。RF センサ信号ノイズとプローブの振動の間には相関関係がある。また、軸および半径方向の振動には卓越した 1 つの振動数 (約 20 Hz) が現れ、両者は若干連成し、プローブは尺取り虫的な運動をする。

(2) プローブを伝熱管内に静止させて圧縮空気だけを流しても振動は発生しない。プローブ振動の主な原因は流体力でなく、フロートと伝熱管内壁との間の摩擦力であると推察される。

(3) 引戻し時には、卓越した振動数をもつ振動は発生せず、振動レベルは挿入過程より低い。

(4) 搬送速度が小さいほど、ヘリカル管直径が大きいほど、圧送用の空気流量が少ないほど、プローブ振動は小さい。

(5) RF センサ信号ノイズは、とくにセンサ横方向振動 (ヘリカル半径方向振動) に対し相関関係があることが判明した。先導ケーブルを長くすると、センサ横方向振動の抑制に効果がある。さらに、先導ケー

ブルの材質を柔らかくし、その部分のフロート径を大きくすると、センサ横方向の振動がかなり抑えられ、RF 信号ノイズも小さくなる。

前述のように、RF センサ信号ノイズとプローブ振動との間には相関関係があるため、本報ではプローブ振動のみに着目する。また、挿入・引戻し両過程での減肉部探傷が望まれるが、(3)に示したように、引戻し時の振動レベルとRF 信号ノイズは小さく、実用上ほとんど問題ない。したがって、本報では挿入時のみを問題とし、(2)の考察から、問題となるプローブ振動、すなわちRF 信号ノイズの原因となる摩擦力をクーロン摩擦としてモデル化する。さらに、実験での現象(1)および(2)が数値シミュレーションで再現できるか確認し、仮定したモデルの有効性を検証する。

なお、(3)引戻し過程、(4)パラメータスタディおよび(5)先導ケーブルによる対策の再現は、次報で報告の予定である。

2・2 モデル化 プローブの振動は伝熱管のヘリカル部で発生するため、この部分の挿入時の振動のみを対象とする。また、解析を容易にするため、以下のように簡略化したモデルを用いる。

(1) 図 1 に示すヘリカル管の高さ方向の変化は無視する。プローブは同一平面にある円管内を移動すると仮定し、この平面内でのプローブの運動・振動のみを取扱う。

(2) 実験結果⁽⁴⁾から、挿入時のプローブには張力が作用するため、図 4 に示すように、フロートと伝熱管との接触は管の内径側のみで生じるとする。

(3) ヘリカル管内のプローブ長さは時間の進行につれ変化する。一方、任意の長さでプローブを止め、再び挿入を開始しても発生する振動に再現性がある。すなわち、長さ一定のプローブが管内を進行すると仮定したときのプローブ振動は、長さが刻々と変化する実際のプローブが、その長さになったときの振動を再現しているとみなしてよい。したがって、様々な長さ(各長さは一定)のプローブを対象とした計算を行い、プローブ長さの変化に対応する。

(4) 図 4 に示すように、挿入時のプローブは図の左側から右側へと一定速度 u で搬送され、根本側(相対的な左端)は固定端(Fixed end)と考える。また、圧縮空気も管内を左側から右側へと流れ(Air flow)、フロート周りの2次的流れの影響は無視する。

これらの簡略化に基づき、プローブを図 5 に示すような集中系としてモデル化する。フロート間のケーブルは、フロート間ピッチ p_f とケーブル直径 d_c とのバランスを考慮して 4 分割される。各分割点に質量と慣

Fig.4 Analytical model of a probe in a helical tube

Fig.5 Lumped mass modeling

性モーメントを持つ集中剛体要素を設定し、それらを質量のないはり要素でつないだモデルとする。プローブの大部分は、連続なケーブル上に球形の軽いフロートが等間隔にはめ込まれて製作されており、ほぼ均一の物性で見なせる。したがって、フロートがある場所か否かに関わらず、すべての分割点における質量と慣性モーメントは等しいとする。すなわち、ケーブル・フロートの質量をまとめたプローブの線密度を ρ_c とし、すべての集中剛体要素の質量 m 、慣性モーメント J を次のように設定する。

$$m = \rho_c \frac{p_f}{4}, \quad J = m \left[\frac{1}{12} \left(\frac{p_f}{4} \right)^2 + \frac{d_c^2}{16} \right] \quad \text{.....(1)}$$

J は各分割要素を直径 d_c 、長さ $p_f/4$ の剛体円柱として求めた。ただし、図 5 に示すように、フロート位置に相当する集中剛体要素では、その周りに、フロートと同径の質量のない仮想的な球(Virtual sphere)を想定し、この球が流体による搬送力を受け、さらに伝熱管内壁に接触すると考える。これらの力は仮想球を介して集中剛体要素に作用する。センサについても特別な考慮をすることなく、同じ m 、 J を用いる。

各集中剛体要素を節点(Node)と呼び、系の左端の集中剛体要素から節点 0, 1, ... とする。また、節点 j と $j-1$ 間のはり要素を j 番めはり要素(j -th beam element)と呼ぶ。はり要素は簡単のため直線とし、図 5 に示すように、伝熱管の曲率により前後の集中剛体要素と角度 ϕ だけ傾いて結合される。 ϕ は次のように求められる。

$$\phi = \sin^{-1} [p_f / 4 (d_h + d_f)] \quad \text{.....(2)}$$

d_h はヘリカル管直径、 d_f はフロート直径である。

なお、実機では搬送ケーブルと先導ケーブルで、ケ

Fig.6 Polar coordinate

ープルの物性および取り付けのフロート径を互いに異なるように設定できる。これに対応するには、それぞれのケーブルで異なる m, J, ϕ を用いればよい。

2・3 運動方程式 プローブはヘリカル伝熱管内を一定速度 u で進行しつつ振動するので、図 6 に示すように、節点 j の集中剛体要素の運動を平面極座標 $O-X_j Y_j$ を用いて表す。O はヘリカル管中心である。集中剛体要素の重心を G_j とすれば、座標系 $O-X_j Y_j$ は、 X_j 軸が常に G_j を向く方向にある。プローブが伸縮せず、横方向の変位もなく一定速度 u で伝熱管内を進行するときの集中剛体要素の重心を $G_{j,0}$ とすれば、 $G_{j,0}$ は一定角速度 ω_0 で O まわりを回転する。ここに、

$$\omega_0 = u/r, \quad r = (d_h + d_f)/2 \quad (3)$$

面内運動のみを対象とするので、図 6 に示すように、 $G_{j,0}$ からの軸方向変位 $x_j(t)$ (円弧状の座標)、横方向変位 $y_j(t)$ (ヘリカル半径方向) によって重心が G_j に移動し、さらに重心まわりの角変位 $\theta_j(t)$ を考えることで集中剛体要素の運動を表す。物理量は原則として時間 t などの関数であるが、簡単のため図 6 以降では添字 (t) などを省略している。なお、これ以降、本報で用いる下添字 j 付きの記号は、節点 j あるいは j 番めはり要素に関する物理量を示し、同一記号で頭号「-」付きのものは節点左側の物理量を、頭号のないものは節点右側の物理量を示す。

図 7 に、 j 番めはり要素両端の変位、角変位と、作用する力、モーメントの正方向を示す。 $\bar{V}_j(t), V_{j-1}(t)$ は軸力、 $\bar{F}_j(t), F_{j-1}(t)$ はせん断力、 $\bar{N}_j(t), N_{j-1}(t)$ はモーメントであり、変位ベクトルや力ベクトルを以下のように定義する。左肩号「 t 」は転置記号である。

 Fig.7 State variables at both ends of the j -th beam element

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{j-1}(t) &= {}^t(x(t), y(t), \theta(t))_{j-1}, \quad \mathbf{d}_j(t) = {}^t(x(t), y(t), \theta(t))_j \\ \mathbf{f}_{j-1}(t) &= {}^t(V(t), F(t), N(t))_{j-1}, \quad \mathbf{f}_j(t) = {}^t(\bar{V}(t), \bar{F}(t), \bar{N}(t))_j \\ &\dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

j 番めはり要素は、節点 j および $j-1$ の集中剛体要素と結合しているので、 $x_j(t), y_j(t)$ および $x_{j-1}(t), y_{j-1}(t)$ は、本来図 6 に示す平面極座標で表されるべきである。しかし、はり要素の長手方向は直線と仮定しているため、ここでは近似的に直交座標系として取扱う。

はり要素の剛性がケーブルの剛性に相当する。これに加え、ケーブルには大きな減衰効果があるので、はり要素両端の速度ベクトル $\dot{\mathbf{d}}_j(t)$ および $\dot{\mathbf{d}}_{j-1}(t)$ に関連する減衰力も考慮する。ここでは、はり要素の剛性行列に比例する比例粘性減衰行列 (比例係数 δ) を設定して減衰効果を表す。はり要素をオイラバりとすれば、両端の状態量ベクトルの間の関係は、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{j-1}(t) \\ \bar{\mathbf{f}}_j(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{L}_j \mathbf{F}_j^{-1} \mathbf{L}_j & \mathbf{L}_j \mathbf{F}_j^{-1} \\ -\mathbf{F}_j^{-1} \mathbf{L}_j & \mathbf{F}_j^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{j-1}(t) \\ \mathbf{d}_j(t) \end{bmatrix} \\ &+ \delta \begin{bmatrix} -\mathbf{L}_j \mathbf{F}_j^{-1} \mathbf{L}_j & \mathbf{L}_j \mathbf{F}_j^{-1} \\ -\mathbf{F}_j^{-1} \mathbf{L}_j & \mathbf{F}_j^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{d}}_{j-1}(t) \\ \dot{\mathbf{d}}_j(t) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

と表される。ここに、

$$\mathbf{L}_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & l_j & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_j = \begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & \gamma \\ 0 & \gamma & \beta \end{bmatrix}$$

$$(\alpha_x, \alpha_y, \beta, \gamma)_j = \left(\frac{l}{EA}, \frac{l^3}{3EI}, \frac{l}{EI}, \frac{l^2}{2EI} \right)_j$$

$l_j, (EA)_j$ および $(EI)_j$ は、それぞれ j 番めはり要素の長さ、引張り剛性および曲げ剛性、 $\mathbf{F}_j$ は、はり要素を片持ちはりとみなしたときの静的影響係数行列である。式(5)右辺第 1 項がケーブルの剛性項、第 2 項が比例粘性減衰として導入した減衰項に相当する。

図 7 からわかるように、軸力によってモーメント

$$\begin{aligned} N_{V,j}(t) &= \bar{V}_j(t)[y_j(t) - y_{j-1}(t)] \\ &= V_{j-1}(t)[y_j(t) - y_{j-1}(t)] \quad \dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

が発生する。しかし、式(5)ではこのモーメントは考慮されていない。実際のケーブルには大きな軸力が発生するので、この影響は無視できない。そこで、図 7 に示すように、 $N_{V,j}(t)$ とつり合うためのモーメント $\bar{N}_{V,j}(t)$ が節点 j から j 番めはり要素に作用し、その反

 Fig.8 State variables at node j and external forces exerted on node j in insert process

作用として、節点 j にモーメント $\bar{N}_{V,j}(t)$ が作用すると考える。さらに、はりの弾性変形が小さいと考え、以下の近似を行う。

$$\bar{N}_{V,j}(t) = \bar{V}_j(t)[y_j(t) - y_{j-1}(t)] \cong \bar{V}_j(t) l_j \theta_j(t) \quad \dots\dots\dots (7)$$

式(7)は、節点 j にばね定数 $\bar{V}_j(t) l_j$ の回転ばねをおくことに等しい。このように、ここでは軸力によるモーメントを節点の回転ばねに置き換えて表す。

次に、節点 j の集中剛体要素に作用するプローブ挿入時の主な力、モーメントを図8に示す。節点 j はフロート位置に相当し、仮想球（フロート）とそれに作用する力も示す。節点 j の変位、角変位は、図6の平面極座標で示される。 $D_j(\dot{x}_j)$ は、圧縮空気によってフロートに作用する搬送力であり、次式で表される。

$$D_j(\dot{x}_j) = c_D (1/2) \rho_f (A_f - A_c) v_{rel}(\dot{x}_j) |v_{rel}(\dot{x}_j)| \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、

$$v_{rel}(\dot{x}_j) = Q / (a - A_c) - u - \dot{x}_j(t)$$

$$c_D = 0.44^{(7)} : \text{抗力係数}, \quad \rho_f : \text{流体密度}$$

$$A_f = \pi d_f^2 / 4 : \text{フロート断面積}$$

$$A_c = \pi d_c^2 / 4 : \text{ケーブル断面積}, \quad Q : \text{空気流量}$$

$$a = \pi d_m^2 / 4 : \text{伝熱管断面積}, \quad d_m : \text{伝熱管内径}$$

簡単のため流路抵抗による圧力降下は考慮していない。

フロートと伝熱管内壁は、 $y_j(t) < 0$ のとき、ばね定数 $\hat{k}$ の接触ばねで接すると仮定する。これにより、伝熱管からフロートに垂直抗力 $S_j(y_j)$ が作用する。 $S_j(y_j)$ は図8に示す方向を正として次のように表される。簡単のため、 $\hat{k}$ はすべてのフロートで同じとする。

$$S_j(y_j) = -k_j(y_j) y_j(t), \quad k_j(y_j) = \begin{cases} 0 : y_j(t) \geq 0 \\ \hat{k} : y_j(t) < 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (9)$$

また、 $S_j(y_j)$ に比例するクーロン摩擦 $R_j(y_j, \dot{x}_j, \dot{\theta}_j)$ がフロートに作用する。簡単のため、動摩擦係数 μ_d もすべてのフロートで同じ値と考える。摩擦力の向きは、フロートと伝熱管の接触点での相対速度から決まるので、図8の方向を正として次のように表される。

$$R_j(y_j, \dot{x}_j, \dot{\theta}_j) = \mu_j(\dot{x}_j, \dot{\theta}_j) S_j(y_j) \\ = -\mu_j(\dot{x}_j, \dot{\theta}_j) k_j(y_j) y_j(t) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\mu_j(\dot{x}_j, \dot{\theta}_j) = \begin{cases} \mu_d : u + \dot{x}_j(t) + \dot{\theta}_j(t) d_f / 2 \geq 0 \\ -\mu_d : u + \dot{x}_j(t) + \dot{\theta}_j(t) d_f / 2 < 0 \end{cases}$$

これらの力の他に、節点 j は軸力 $\bar{V}_j(t)$, $V_j(t)$, せん断力

$\bar{F}_j(t)$, $F_j(t)$ およびモーメント $\bar{N}_j(t)$, $N_j(t)$ を結合するはり要素から受ける。さらに、式(7)の軸力によるモーメント $\bar{N}_{V,j}(t)$ も作用する。平面極座標系での慣性力を考慮すると、節点 j の集中剛体要素の運動方程式は、

$$M \ddot{\mathbf{q}}_j(t) + \mathbf{C}_j(\dot{x}_j) \dot{\mathbf{q}}_j(t) + \mathbf{K}_j(y_j, \dot{x}_j, \dot{\theta}_j, \bar{V}_j) \mathbf{q}_j(t) \\ = \bar{\mathbf{q}}_j(\dot{x}_j) + \mathbf{f}_j(t) - \bar{\mathbf{f}}_j(t) \quad \dots\dots\dots (11)$$

となる。ここに、 $1 + y_j(t)/r \cong 1$ と近似しており、

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ -J/r & 0 & J \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_j(\dot{x}_j) = \begin{bmatrix} 0 & 2m\omega_j(\dot{x}_j) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_j(y_j, \dot{x}_j, \dot{\theta}_j, \bar{V}_j) = \begin{bmatrix} 0 & -\mu_j(\dot{x}_j, \dot{\theta}_j) k_j(y_j) & 0 \\ 0 & k_j(y_j) & 0 \\ 0 & -\mu_j(\dot{x}_j, \dot{\theta}_j) k_j(y_j) d_f / 2 & \bar{V}_j(t) l_j \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{q}}_j(\dot{x}_j) = {}^t(D_j(\dot{x}_j), m r \omega_j^2(\dot{x}_j), 0)$$

$$\omega_j(\dot{x}_j) = \omega_0 + \dot{x}_j(t)/r$$

一方、フロートに相当しない部分の集中剛体要素には、圧縮空気による搬送力が作用せず、伝熱管内壁との接触も生じない。したがって、式(8), (9)および(10)それぞれにおいて、 $D_j(\dot{x}_j)$, $\hat{k}$ および μ_d を0にすれば、フロート以外の集中剛体要素の運動方程式も形式的に式(11)で表すことができる。

3. 伝達影響係数法を利用した逐次積分

3・1 逐次積分法 導出した運動方程式に対し、逐次積分法を適用して時間ステップ Δt ごとのプローブの時刻歴応答を求める。逐次積分法として、陰解法である Newmark- β 法や Wilson- θ 法を用いる。陰解法では、時刻 $t_i = i\Delta t$ での加速度ベクトル $\ddot{\mathbf{d}}_j(t_i)$ と速度ベクトル $\dot{\mathbf{d}}_j(t_i)$ が、変位ベクトル $\mathbf{d}_j(t_i)$ の線形関数として次のように表される^{(5),(6)}。

$$\ddot{\mathbf{d}}_j(t_i) = \mathbf{B}_a \mathbf{d}_j(t_i) + \mathbf{h}_{a,j}(t_{i-1}) \\ \dot{\mathbf{d}}_j(t_i) = \mathbf{B}_v \mathbf{d}_j(t_i) + \mathbf{h}_{v,j}(t_{i-1}) \quad \dots\dots\dots (12)$$

$\mathbf{B}_a$, $\mathbf{B}_v$ は設定したパラメータで決まる定数, $\mathbf{h}_{a,j}(t_{i-1})$, $\mathbf{h}_{v,j}(t_{i-1})$ は時刻 t_{i-1} 以前の変位、速度および加速度で決まるベクトルであり、それぞれ時刻 t_i では既知となる。Newmark- β 法, Wilson- θ 法におけるこれらの値を表1に示す。

式(12)を式(11)に代入すると、フロートの運動方程式は次のように変換される。

Table 1 Coefficients for step-by-step solution scheme

Method	$\mathbf{B}_a$	$\mathbf{h}_{a,j}(t_{i-1})$	$\mathbf{B}_v$	$\mathbf{h}_{v,j}(t_{i-1})$
Newmark- β	$\frac{1}{\beta \Delta t^2}$	$-\frac{1}{\beta \Delta t^2} [\mathbf{d}_j(t_{i-1}) + \Delta t \dot{\mathbf{d}}_j(t_{i-1}) + (\frac{1}{2} - \beta) \Delta t^2 \ddot{\mathbf{d}}_j(t_{i-1})]$	$\frac{\gamma}{\beta \Delta t}$	$\dot{\mathbf{d}}_j(t_{i-1}) + \Delta t [(1 - \gamma) \ddot{\mathbf{d}}_j(t_{i-1}) + \gamma \ddot{\mathbf{d}}_j(t_i)]$
Wilson- θ	$\frac{6}{(\theta \Delta t)^2}$	$-\frac{6}{(\theta \Delta t)^2} [\mathbf{d}_j(t_{i-1}) + \theta \Delta t \dot{\mathbf{d}}_j(t_{i-1}) + \frac{(\theta \Delta t)^2}{3} \ddot{\mathbf{d}}_j(t_{i-1})]$	$\frac{3}{\theta \Delta t}$	$-\frac{3}{\theta \Delta t} [\mathbf{d}_j(t_{i-1}) + \frac{2\theta \Delta t}{3} \dot{\mathbf{d}}_j(t_{i-1}) + \frac{(\theta \Delta t)^2}{6} \ddot{\mathbf{d}}_j(t_{i-1})]$

$$P_j(t_{i-1})d_j(t_i) = q_j(t_{i-1}) + f_j(t_i) - \bar{f}_j(t_i) \quad \text{.....(13)}$$

ここに、

$$P_j(t_{i-1}) = B_a M + B_v C_j(t_{i-1}) + K_j(t_{i-1})$$

$$q_j(t_{i-1}) = \bar{q}_j(t_{i-1}) - M h_{a,j}(t_{i-1}) - C_j(t_{i-1}) h_{v,j}(t_{i-1})$$

式(11)の $C_j(\dot{x}_j)$ 、 $K_j(y_j, \dot{x}_j, \theta_j, \bar{V}_j)$ および $\bar{q}_j(\dot{x}_j)$ 中の $y_j, \dot{x}_j, \theta_j, \bar{V}_j$ は、1ステップ前の物理量 $y_j(t_{i-1}), \dot{x}_j(t_{i-1}), \theta_j(t_{i-1}), \bar{V}_j(t_{i-1})$ と置き換え、時刻 t_i では既知量とする。式(13)では、それぞれ $C_j(t_{i-1})$ 、 $K_j(t_{i-1})$ および $\bar{q}_j(t_{i-1})$ と表す。これにより、逐次積分に時間遅れの要素が生じる。

式(12)を式(5)に代入すると、時刻 t_i でのより要素両端間の物理量の関係式は、次式で表される。

$$d_j(t_i) = {}^t L_j d_{j-1}(t_i) + \frac{1}{1+\delta B_v} F_j \bar{f}_j(t_i) + \frac{\delta}{1+\delta B_v} [{}^t L_j h_{v,j-1}(t_{i-1}) - h_{v,j}(t_{i-1})] \quad \text{.....(14)}$$

$$f_{j-1}(t_i) = L_j \bar{f}_j(t_i) \quad \text{.....(15)}$$

式(13)～(15)を連立して解けば変位ベクトル $d_j(t_i)$ が求められる。さらに、式(12)から速度ベクトル $\dot{d}_j(t_i)$ 、加速度ベクトル $\ddot{d}_j(t_i)$ を得る。求めた $d_j(t_i)$ 、 $\dot{d}_j(t_i)$ 、 $\ddot{d}_j(t_i)$ から新たに $h_{a,j}(t_i)$ 、 $h_{v,j}(t_i)$ を計算し、同じ手順を繰り返すことで、時刻 t_i ($i=1, 2, \dots$)での物理量が逐次的に求められる。しかしながら、式(13)～(15)を系全体の自由度をもつ大次元の連立1次方程式として解けば、計算に要する労力は非常に大きい。また、式(9)、(10)に示すように、フロートに作用する垂直抗力 $S_j(y_j)$ や摩擦力 $R_j(y_j, \dot{x}_j, \theta_j)$ には強い非線形性があり、式(13)は時間遅れの要素も包含する。そのため、線形系では絶対安定なNewmark- β 法($\beta=1/4$, $\gamma=1/2$)やWilson- θ 法($\theta=1.4$)を用いても、逐次積分法に数値的不安定が生じる可能性がある^{(8),(9)}。この問題を抑えるには小さな時間ステップを用いるしかなく、計算労力の面でますます負担が増大する。ここでは、ケーブルのように長手方向に伸びる構造の応答計算を非常に得意とする伝達影響係数法^{(5),(6)}を用いることで、 $d_j(t_i)$ を求める能率のかつ安定な数値計算を、パーソナルコンピュータ(PC)程度の計算機上で実現する。

3.2 伝達影響係数法 逐次積分の応答計算に対する伝達影響係数法^{(5),(6)}では、時刻 t_i における節点 j 左側および右側の変位ベクトルと力ベクトルとの間の関係を、それぞれ次式で定義する。

$$d_j(t_i) = \bar{T}_j(t_i) \bar{f}_j(t_i) + \bar{s}_j(t_i) \quad \text{.....(16)}$$

$$d_j(t_i) = T_j(t_i) f_j(t_i) + s_j(t_i) \quad \text{.....(17)}$$

$\bar{T}_j(t_i)$ 、 $T_j(t_i)$ および $\bar{s}_j(t_i)$ 、 $s_j(t_i)$ は、それぞれ時刻 t_i における節点 j 左側と右側の動的影響係数行列(3×3)および変位補正ベクトル(3次元)である。プローブの相対的な左端を節点0、相対的な右端を節点 n とすれば、伝達影響係数法は、まず動的影響係数行列と変位補正

ベクトルを節点0から節点 n にかけて漸次的に求め、その後、変位ベクトルを節点 n から節点0へと逆方向に計算する。

いま、節点 $j-1$ 右側の動的影響係数行列 $T_{j-1}(t_i)$ と変位補正ベクトル $s_{j-1}(t_i)$ が既知とする。 $T_{j-1}(t_i)$ 、 $s_{j-1}(t_i)$ から $\bar{T}_j(t_i)$ 、 $\bar{s}_j(t_i)$ を導く格間伝達則は、 j を $j-1$ とした式(17)を用いて式(14)から $d_{j-1}(t_i)$ を消去し、式(16)と比較することで、次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{T}_j(t_i) &= {}^t L_j T_{j-1}(t_i) L_j + \frac{1}{1+\delta B_v} F_j \\ \bar{s}_j(t_i) &= {}^t L_j s_{j-1}(t_i) + \frac{\delta}{1+\delta B_v} [{}^t L_j h_{v,j-1}(t_{i-1}) - h_{v,j}(t_{i-1})] \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(18)}$$

$\bar{T}_j(t_i)$ 、 $\bar{s}_j(t_i)$ から $T_j(t_i)$ 、 $s_j(t_i)$ を導く格点伝達則は、式(13)に左側から $\bar{T}_j(t_i)$ を乗じ、式(16)を用いて $\bar{f}_j(t_i)$ を消去した後、式(17)と比較して次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} [I_3 + \bar{T}_j(t_i) P_j(t_{i-1})] T_j(t_i) &= \bar{T}_j(t_i) \\ [I_3 + \bar{T}_j(t_i) P_j(t_{i-1})] s_j(t_i) &= \bar{s}_j(t_i) + \bar{T}_j(t_i) q_j(t_{i-1}) \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(19)}$$

I_3 は 3×3 単位行列である。図5に示すように、節点 j の集中剛体要素とその前後のはり要素で、変位を定義する座標系が $\pm\phi$ 傾いているので、格間および格点伝達則が節点 j を通過する前後では、座標系を(節点 j 前のはり要素の座標系) $\rightarrow$ (節点 j の座標系) $\rightarrow$ (節点 j 後のはり要素の座標系)と変換する必要がある。これには、以下の座標変換を用いる。

$$\Phi = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \left. \begin{aligned} \Phi \bar{T}_j(t_i) {}^t \Phi &\Rightarrow \bar{T}_j(t_i) \\ \Phi \bar{s}_j(t_i) &\Rightarrow \bar{s}_j(t_i) \\ \Phi T_j(t_i) {}^t \Phi &\Rightarrow T_j(t_i) \\ \Phi s_j(t_i) &\Rightarrow s_j(t_i) \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(20)}$$

格間・格点伝達則〔式(18)、(19)〕は漸化形式で表されているので、初期値として節点0(系の左端)にお

Table 2 Parameters of numerical simulation

d_h : Diameter of helical tube	1.2 m
d_m : Inner diameter of heating tube	24.2 mm
u : Feed speed of probe	200 mm/s
ρ_f : Air-flow density	1.023 kg/m ³
Q : Supply rate of air-flow	63.0 m ³ /h
d_c : Diameter of cable	8.35 mm
l : Length of carrier cable	15, 30, 45, 60 m
l_G : Length of guide cable	2.5 m
ρ_c : Density of probe	0.111 kg/m
(EA) : Tensile rigidity of cable	1.1×10^5 N
(EI) : Flexural rigidity of cable	4.8×10^{-2} Nm ²
d_f : Diameter of float	19.0 mm
p_f : Float pitch	100 mm
$\hat{k}$: Contact rigidity between float and tube	10^5 N/m
μ : Coefficient of kinetic friction	0.15
δ : Coefficient of proportional viscous damping	5.0×10^{-5} s

Fig.9 Vibration of the probe in insert process

Fig.10 Vibration of the probe; $l = 60$ m, $t = 3.0 \sim 4.5$ s

ける動的影響係数行列 $T_0(t_i)$ と変位補正ベクトル $s_0(t_i)$ が必要である。図 4 に示すように、系の左端は固定端 $d_0(t_i) = \mathbf{0}$ (3 行零ベクトル) と考えるので、 $T_0(t_i) = \mathbf{0}_3$ (3×3 零行列)、 $s_0(t_i) = \mathbf{0}$ とすればよい。

系の右端は自由端とみなせるので $f_n(t_i) = \mathbf{0}$ 。これと式(17)から、右端の変位ベクトルは、 $d_n(t_i) = s_n(t_i)$ となる。これを初期値とし、 $\bar{f}_j(t_i)$ について解いた式(13) : $\bar{f}_j(t_i) = q_j(t_{i-1}) + f_j(t_i) - P_j(t_{i-1})d_j(t_i)$ 、式(15)および j を $j-1$ とした式(17)を順番に用いることで、変位ベクトル $d_j(t_i)$ が $j = n-1$ から 0 に向かって順次計算される。ただし、はり要素と集中剛体要素の結合部で、

力ベクトルに対し以下の座標変換が必要である。

$${}^i\Phi f_j(t_i) \Rightarrow f_j(t_i), \quad {}^i\Phi \bar{f}_j(t_i) \Rightarrow \bar{f}_j(t_i) \quad \dots\dots\dots(21)$$

速度ベクトル $\dot{d}_j(t_i)$ 、加速度ベクトル $\ddot{d}_j(t_i)$ は、変位ベクトル $d_j(t_i)$ を式(12)に代入して求めればよい。

4. 数値計算結果

2.3 章で示したモデル化とアルゴリズムを用いて数値計算を行った。PC (プロセッサクロック数 2.4 GHz, 512 MB RAM) 上で、Fortran95 による倍精度計算を行った。逐次積分法は Newmark- β 法 ($\beta = 1/4$, $\gamma = 1/2$) を用いた。なお、Wilson- θ 法 ($\theta = 1.4$) でも同様の結果が得られることを確認した。

表 2 にプローブ仕様と搬送パラメータを示す。プローブ長さは一定として取扱うので、4 種類の搬送ケーブル長さ $l = 15, 30, 45, 60$ m について数値計算を行い、挿入長さの変化に対応した。各 l でのシミュレーション結果は、図 3(b) に示すヘリカル領域へのセンサの挿入距離 15, 30, 45, 60 m でのプローブ振動に概ね対応すると考える。初期条件は静止状態とし、時刻 0 からステップ入力的にすべてのフロートに式(8)の搬送力が加わり、プローブは一定速度 u で搬送される。時間刻みは $\Delta t = 0.0001$ s とし、 $t = 0 \sim 8$ s の時刻歴応答を求めた。強い非線形性と時間遅れ要素のため、これより大きな Δt では、Newmark- β 法、Wilson- θ 法ともに安定な数値計算が困難であることを確認している。

表 2 に示したパラメータで数値シミュレーションを行い、センサ位置に相当する節点の振動変位を図 9 に示す。図 9(a) は軸方向変位 $x_j(t)$ 、図 9(b) は半径方向変位 $y_j(t)$ である。搬送ケーブル長さ 30 m と 45 m の間

Fig.11 Locus of probe in experiment

Fig.12 Frequency analysis of the vibration; $l = 60$ m

で振動が急に大きくなっている。これは、ヘリカル管の中央部付近を越える辺りで振動が大きくなるという実験結果に対応している。すなわち、図3の実験結果を再現していると考えられる。

$l = 60$ m での $t = 3.0 \sim 4.5$ s の軸方向および半径方向変位の拡大図を、それぞれ図10(a)および(b)に示す。両者の振動に若干の連成が確認できる。これらの振動の軌跡を図10(c)に描く。横軸は伝熱管に沿った固定座標、縦軸は半径方向変位である。伝熱管内壁を飛び跳ね、ときに後退する様子が見て取れる。図11に示す実験結果から得たプローブの軌跡からも、伝熱管内壁上で後退する様子が見られる。さらに、 $l = 60$ m において、過渡の影響のない $t = 0.5$ s から約4秒間の波形をフーリエ変換した結果を図12に示す。軸方向、半径方向ともに14.2 Hzのピークが見られ、この結果からも両者の振動の連成がわかる。ただし、実験での振動数は約20 Hzであり、若干異なる結果を示すが、図9, 10, 12は定性的に実験結果と一致している。

次に、最も振動する搬送ケーブル長さ $l = 60$ m で、搬送速度を $u = 0$ mm/s とし、その他の条件は表2と同様に設定して数値シミュレーションを行った。プローブは搬送せず、圧縮空気のみ流す吹流し実験⁽⁴⁾に相当する。センサ位置の節点の変位を図13に示す。軸方向、半径方向変位ともに、過渡状態を経た後、振動することなく一定値に収まり、実験と同様の結果を得た。これにより、2・1節(2)の現象が数値的にも裏付けられた。

5. 結 言

高速増殖炉「もんじゅ」の蒸気発生器伝熱管減肉部探傷ケーブルに生じる振動が、フロートと伝熱管との間のクーロン摩擦に起因するものと仮定し、解析モデ

Fig.13 Response at $u = 0$ mm/s; $l = 60$ m

ルを構築した。得られた結果は以下のようまとめられる。

- (1) 得られた運動方程式に対して、高速・高精度の応答解析法である伝達影響係数法を適用し、能率的な数値計算アルゴリズムを示した。
- (2) センサノイズの原因となる挿入時のプローブ振動について、実験から確認された特徴を数値シミュレーションによって再現し、提案した解析モデルが有効であることを示した。

最後に、本報は平成14～16年度核燃料サイクル応募型研究として九州大学と核燃料サイクル開発機構との共同研究により行われた。関係各位に謝意を表す。

文 献

- (1) 安西道生・安岡創・磯部倫郎・西川雅弘, シールド型リモートフィールド探傷プローブの検討, 日本AEM学会誌, **9**-3, (2001), 336-342.
- (2) 櫻井望・黄皓宇・高木敏行・内一哲哉, アレイマルチコイル型渦電流探傷プローブの感度改良と蒸気発生器伝熱管の実機ノイズを考慮した探傷, 機論, **69**-687, A (2003), 1574-1580.
- (3) 櫻井望・黄皓宇・高木敏行・内一哲哉, 数値シミュレーション支援によるアレイマルチコイル型渦電流探傷プローブの開発, 機論, **68**-676, A (2002), 1801-1808.
- (4) 末岡淳男・井上卓見・中野寛・金元啓幸・今井義之・山口智彦・大村和久・村上敬宜, 高速増殖炉ヘリカル伝熱管探傷プローブの振動によるセンサノイズとその対策(第1報, モックアップによる実験), 機論, **71**-712, C (2006), 371-379.
- (5) 井上卓見・末岡淳男・藤本俊郎, 大規模構造物の時刻歴応答解析(伝達影響係数法の適用による計算効率と数値的安定性の改善), 機論, **62**-572, C (1996), 4558-4566.
- (6) 井上卓見・末岡淳男, 伝達影響係数法を利用した逐次積分法による非線形振動系の時刻歴応答解析, 機論, **65**-630, C (1999), 433-440.
- (7) 日本機械学会編, 機械工学便覧 水力学および流体力学, (1976), 20, 日本機械学会.
- (8) Xie, Y. M., An Assessment of Time Integration Schemes for Non-linear Dynamic Equations, *J. Sound Vib.*, **192**-1 (1996), 321-331.
- (9) Crisfield, M. A. and Shi, J., An Energy Conserving Co-Rotation Procedure for Non-linear Dynamics with Finite Elements, *Nonlinear Dynamics*, **9** (1996), 37-52.