高落差ポンプ水車ランナの振動応答*
(ミスチューンがある場合の応答特性)金子 康智*¹, 岩崎 純弘*²Study on Vibration Response of High Head Pump Turbine Runner
(Vibration Characteristics of Mistuned Runner)Yasutomo KANEKO*³ and Yoshihiro IWASAKI^{*3} Takasago Research and Development Center, Mitsubishi Heavy Industries, Ltd.,
2-1-1 Shinhamma, Arai-cho, Takasago-shi, Hyogo, 676-8686 Japan

In designing the high head pump turbine runner, the vibratory stress caused by the interaction force between the guide vane and the runner vane should be exactly predicted. This paper, first, presents the analysis method to calculate the vibratory stress of the tuned runner by the cyclic symmetry method. And the simple procedure to estimate the vibration response of the mistuned runner is also proposed. Secondly, the response analysis of the actual runner is carried out, and some calculated results are shown to explain the typical vibration characteristics of the tuned and mistuned runner. It is shown that the vibration modes of the tuned runner include many Fourier components, which satisfy the resonant condition. In the resonance of the in-phase mode, the almost complete traveling wave is formed, while the non-moving points appear at the vane position on the crown and band in the resonance of the out-of-phase mode. It is also shown that the mistuning effect of the runner is not so large. Lastly, the measured and calculated vibratory stresses of the actual runner are compared to verify the validity of the proposed method.

Key Words: Vibration of Rotating Body, Forced Vibration, Finite Element Method, Runner of Water Turbine, Mistuning

1. 緒 論

高落差ポンプ水車の振動強度設計では、ガイドベーンとランナベーンの干渉により生じる圧力脈動による共振が問題になる。高落差ポンプ水車ランナは、図 1 に示すように、二重円板の間にランナベーンを挿入する構造であり、ランナの振動モードは周方向に節直径を有する円板形の振動モードになる。このようなランナの振動応答については、1980 年代初めに落差 500 m 級のポンプ水車でランナに疲労き裂を生じる事故が発生したところから注目されるようになり、それ以降、多くの研究が行われている^{(1)~(3)}。

ランナの応答特性は、Campbell 以来研究されてきた蒸気タービンの翼・ディスク系の応答特性と本質的には同一であるが、二重円板構造のランナではクラウン側とバンド側が逆相で振動するモードが大きく応答するなど、ランナに特有の振動モードが問題になることが知られている。このようなランナの応答特性を詳細に調査するためには、有限要素法による周期対称

法⁽⁴⁾を適用して、厳密な周波数応答解析⁽⁵⁾をするのが最も適していると考えられるが、これまで詳細にランナの応答特性を解析した例は報告されていない。

このため、本論文では、最初に有限要素法による周期対称法を適用して、ランナの周波数応答解析をする手法を示す。次に、実際のランナについて応答解析を行い、ランナの応答特性を調査する。また、簡単なミスチューニングモデルを使用してランナの応答解析を実施し、ミスチューンがランナの応答特性に及ぼす影

Fig. 1 Runner vane and guide vane

* 原稿受付 2005 年 9 月 20 日。

^{*1} 正員、三菱重工業(株) (〒676 8686 高砂市荒井町新浜 2-1-1)。^{*2} 三菱重工業(株)。

E mail: yasutomo_kaneko@mhi.co.jp

響を調査する。さらに振動応力計測値を解析値と比較することにより、ここで提案した手法によりランナベーンの共振応力のばらつきを概略推定できることを示す。

2. モーダル法による共振応力解析

2・1 運動方程式 図1に示すように、ポンプ水車ランナ(ランナベーン枚数 Z_r)が、ガイドベーン(枚数 Z_g)により生じる周方向の非対称性がある流れ場の中を回転していく場合、ランナ全体の運動方程式は式(1)で表すことができる。

$$[M_T]\{\ddot{U}_T\} + [K_T]\{U_T\} = \{P_T\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$[M_T] = \begin{bmatrix} [M] & & 0 \\ & [M] & \\ & & \ddots \\ 0 & & [M] \end{bmatrix} \quad (\text{Cyclic matrix})$$

$$[K_T] = \begin{bmatrix} [K_1] & [K_2] & [0] & \cdots & [K_2]^T \\ [K_2]^T & [K_1] & [K_2] & & \\ 0 & [K_2]^T & [K_1] & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & [K_1] \end{bmatrix}$$

(Cyclic matrix)

$$\{U_T\}^T = \{\{U_0\}\{U_1\}\cdots\{U_{Z_r-1}\}\}$$

$$\{P_T\}^T = \{\{P\}\cos\omega t\{P\}\cos(\omega t - \alpha_H)\cdots\{P\}\cos(\omega t - (Z_r-1)\alpha_H)\cdots\} \quad (2)$$

ここで、 $[M]$ 、 $[K_1]$ は部分構造(ランナベーン1枚分)の質量マトリックス、および剛性マトリックスであり、 $[K_2]$ は隣接するランナベーンの境界条件から決まる剛性マトリックス、 $\{U_i\}$ は*i*番目のランナベーンの変位ベクトルである。下添字 T は、全系(ランナ全体)であることを表す。また、 $\{P\}$ はランナに作用する加振力の振幅(圧力変動の振幅)、 ω は角振動数、 α_H はランナが回転することによって生じるランナベーン間の加振力の位相角であり、ランナの回転角速度を Ω 、加振力のハーモニク数を H とすると式(3)で表すことができる。

$$\omega = H\Omega, \quad H = nZ_g, \quad \alpha_H = \frac{2\pi H}{Z_r} \quad \dots\dots\dots (3)$$

なお、減衰項はモーダル減衰として導入するので式(1)では省略してある。また、式(1)には流体との連成効果が含まれていないが、流体との連成効果を考慮する場合も運動方程式は式(1)と同形式で表現できるので⁽⁶⁾、ここでは簡単のために流体との連成効果を無視した定式化で説明する。

式(1)の解をモーダル法で求めるために、まず式(4)〔式(1)の外力項を省略した式〕の固有値解析を

行い、固有値 λ 、および固有モードを求める。

$$\begin{cases} [K_T]\{U_T\} = \lambda[M_T]\{U_T\} \\ \lambda = \omega_i^2 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (4)$$

式(4)を式(2)を使って第*i*番目のセグメントについて書き改めると、式(5)が得られる。

$$\begin{cases} [K_1]\{U_i\} + [K_2]^T\{U_{i-1}\} + [K_2]\{U_{i+1}\} = \lambda[M]\{U_i\} \\ (i=0, 1, \dots, Z_r-1) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (5)$$

次に固有ベクトル $\{U_i\}$ を式(6)により複素変数 $\{\phi_k\}$ に変換する。

$$\{U_i\} = \sum_{k=0}^{Z_r-1} e^{j(2\pi k/Z_r)i} \{\phi_k\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(6)を式(5)に代入すると式(7)が得られる。

$$\begin{cases} [[K_1] + ([K_2] + [K_2]^T)\cos\alpha_k \\ + j([K_2] - [K_2]^T)\sin\alpha_k]\{\phi_k\} = \lambda_k[M]\{\phi_k\} \\ \alpha_k = \frac{2\pi k}{Z_r} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (7)$$

式(7)は、全系についての固有値方程式を部分構造に縮小した式であり、ハーモニク数(広義の振動モードの節直径数) k に対応する固有値、固有ベクトルは式(7)を解くことにより求められる。また、物理空間での固有ベクトルは、ハーモニク数が k の場合、式(6)より次式で与えられる。

$$\{U_i\} = e^{j(2\pi k/Z_r)i} \{\phi_k\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

式(7)の係数マトリックスは複素数成分を有するエルミート行列である。したがってその固有値 λ は実数であるが、固有ベクトル $\{\phi_k\}$ は一般に複素数である。このため $\{\phi_k\}$ を実部と虚部に分けて次のように表す。

$$\{\phi_k\} = \{\phi_{kR}\} + j\{\phi_{kI}\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(9)を式(8)に代入すると、*i*番目のセグメントの固有ベクトルは次のように書ける。

$$\begin{aligned} \{U_i\} = & \{\phi_{kR}\}\cos(\alpha_k i) - \{\phi_{kI}\}\sin(\alpha_k i) \\ & + j(\{\phi_{kI}\}\cos(\alpha_k i) + \{\phi_{kR}\}\sin(\alpha_k i)) \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

式(10)は、周期対称系の固有ベクトルが、次の二つのベクトルの線形結合で表されることを示している。

$$\begin{aligned} \{\Psi_{k1}\}^T = & \begin{Bmatrix} \{\phi_{kR}\}^T \cos\alpha_k \{\phi_{kR}\}^T - \sin\alpha_k \{\phi_{kI}\}^T \\ \cdots \cos(Z_r-1)\alpha_k \{\phi_{kR}\}^T \\ -\sin(Z_r-1)\alpha_k \{\phi_{kI}\}^T \end{Bmatrix} \\ \{\Psi_{k2}\}^T = & \begin{Bmatrix} \{\phi_{kI}\}^T \cos\alpha_k \{\phi_{kI}\}^T + \sin\alpha_k \{\phi_{kR}\}^T \\ \cdots \cos(Z_r-1)\alpha_k \{\phi_{kI}\}^T \\ +\sin(Z_r-1)\alpha_k \{\phi_{kR}\}^T \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

ここで $\{\Psi_{k1}\}$ 、 $\{\Psi_{k2}\}$ は0番めから (Z_r-1) 番めまでのセグメントの固有ベクトルを縦に並べた列ベクトル

であり、重根モード対である。

2・2 モーダル法による周波数応答解析 式(11)

の固有ベクトルを使って式(1)の解を式(12)のようにモード展開する。

$$\{U_T\} = \sum_{k=1}^l (p_l \{\Psi_{k1}^l\} + q_l \{\Psi_{k2}^l\}) \dots\dots\dots (12)$$

ここで l は、ハーモニク数 k の振動モードの次数である。式(12)ではハーモニク数 k についてはモードの加算を行っていないが、励振次数(加振力のハーモニク数)が H の場合、 $H \pm k \neq mZ_r$ の場合には直交性、すなわちモーダルバランスの原理により式(13)が成立しモーダル外力が零になるため $H \pm k = mZ_r$ を満足する節直径モードだけを考えれば良い。

$$\left. \begin{aligned} \{\Psi_{k1}^l\}^T \{P_T\} &= 0 \\ \{\Psi_{k2}^l\}^T \{P_T\} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{if } H \pm k \neq mZ_r, m=0, 1, 2, \dots) \dots\dots\dots (13)$$

したがって、以下の定式化では $H \pm k = mZ_r$ の場合だけを考え、混乱がない限り節直径数を表す添字 k を省略する。式(12)を式(1)に代入し、左から $\{\Psi_1^l\}^T$, $\{\Psi_2^l\}^T$ を掛け、式(7)の関係を使って整理した後モーダル減衰比 ζ_l を導入すると、式(14)が得られる。

$$\left. \begin{aligned} M_l(\ddot{p}_l + 2\zeta_l\omega_l\dot{p}_l + \omega_l^2 p_l) &= P_l^i \cos \omega t - P_l^s \sin \omega t \\ M_l(\ddot{q}_l + 2\zeta_l\omega_l\dot{q}_l + \omega_l^2 q_l) &= P_l^s \cos \omega t + P_l^i \sin \omega t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、

$$M_l = \{\phi_k^l\}^T [M_r] \{\phi_k^l\} + \{\phi_k^l\}^T [M_T] \{\phi_k^l\} \dots\dots\dots (15)$$

$$P_l^i = \{\phi_k^l\}^T \{P\}, \quad P_l^s = \{\phi_k^l\}^T \{P\} \dots\dots\dots (16)$$

式(14)を p_l, q_l について解くと式(17)が得られる。

$$\left. \begin{aligned} p_l &= (P_l^i X_c^l + P_l^s X_s^l) \cos \omega t \\ &\quad + (P_l^i X_s^l - P_l^s X_c^l) \sin \omega t \\ q_l &= (P_l^s X_c^l - P_l^i X_s^l) \cos \omega t \\ &\quad + (P_l^s X_s^l + P_l^i X_c^l) \sin \omega t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} X_c^l &= \frac{1 - \beta_l^2}{(1 - \beta_l^2)^2 + (2\zeta_l\beta_l)^2} \frac{1}{M_l\omega_l^2} \\ X_s^l &= \frac{2\zeta_l\beta_l}{(1 - \beta_l^2)^2 + (2\zeta_l\beta_l)^2} \frac{1}{M_l\omega_l^2} \\ \beta_l &= \frac{\omega}{\omega_l} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

特に共振 ($\omega = \omega_l$) 時には、式(18)より

$$X_c^l = 0, \quad X_s^l = \frac{1}{2\zeta_l} \frac{1}{M_l\omega_l^2}, \quad \beta_l = 1 \dots\dots\dots (19)$$

であり、式(19)を式(17)、式(12)に代入すると、式(20)が得られる。

$$\begin{aligned} \{U_T\} &= X_s^l (P_1^i \{\Psi_1^l\} - P_1^s \{\Psi_2^l\}) \cos \omega t \\ &\quad + X_s^l (P_1^s \{\Psi_1^l\} + P_2^i \{\Psi_2^l\}) \sin \omega t \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

さらに、式(20)に式(11)を代入すると、 i 番めのセ

グメントの共振時応答を式(21)、(22)で表すことができる。

$$\begin{aligned} \{U_i\} &= \frac{1}{2\zeta_i} \frac{1}{M_i\omega_i^2} \\ &\quad \times [\{A\} \cos(\omega t - i\alpha_H) + \{B\} \sin(\omega t - i\alpha_H)] \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{A\} &= \{\phi_i^l\}^T \{P\} \{\phi_k^l\} - \{\phi_k^l\}^T \{P\} \{\phi_i^l\} \\ \{B\} &= \{\phi_i^l\}^T \{P\} \{\phi_i^l\} + \{\phi_k^l\}^T \{P\} \{\phi_k^l\} \end{aligned} \dots\dots\dots (22)$$

以上の定式化から明らかなように、ランナがチューン系(周期対称系)の場合は、ランナの固有振動数や応答は、周期性を利用すれば1セグメントの情報だけで解析することができる。また式(21)からわかるように、共振時には回転方向と逆方向に節直径が移動する後退波モード、または同方向に移動する進行波モードが励振される。すなわち、チューン系のランナの共振条件は式(23)で表すことができ、(−)記号が成立する場合は後退波モードが、(+)記号が成立する場合は進行波モードが励振され、共振時の振幅はすべてのランナペーンで同一となり、位相のみがペーン間で α_H だけ異なることになる。式(23)は、文献(1)においてランナを羽根付き回転円板とみなして理論解析から導出した式と同一である。

$$H\Omega = \omega_l, \quad H \pm k = mZ_r, \quad H = nZ_g \dots\dots\dots (23)$$

式(21)は変位についての定式化であるが、応力についても式(12)の変位モードを応力モードに置換えれば全く同様の定式化を行うことができる⁽⁵⁾。

2・3 ミスチューンがあるランナの応答解析

個々のランナペーンの形状や材料特性に差がある場合には、ランナの周期対称性が崩れるため、重根は二つの単根に分離し、振動モードの周期性もなくなる。このようなミスチューン系の応答を解析するためには、適当なミスチューニング分布(板厚や材料定数のばらつき)を与えてランナ全体を有限要素でモデル化し、モーダル法を適用して応答解析を行えば良い。ただし、ランナは二重円板構造であり、ミスチューニングによる振動モードや振動数の変化が小さいと予想されるため、ミスチューンにより振動モードやモーダル質量は変化せず固有振動数のみが2個の単根に分離すると仮定して解析する⁽⁷⁾。この場合のミスチューン系の応答は、式(17)、(18)を、式(24)、(25)に置換えることにより求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} p_l &= (P_l^i X_{1c}^l + P_l^s X_{1s}^l) \cos \omega t \\ &\quad + (P_l^i X_{1s}^l - P_l^s X_{1c}^l) \sin \omega t \\ q_l &= (P_l^s X_{2c}^l - P_l^i X_{2s}^l) \cos \omega t \\ &\quad + (P_l^s X_{2s}^l + P_l^i X_{2c}^l) \sin \omega t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

$$\left. \begin{aligned} X_{ic}^l &= \frac{1 - \beta_{ii}^2}{(1 - \beta_{ii}^2)^2 + (2\xi_{ii}\beta_{ii})^2} \frac{1}{M_l \omega_{ii}^2} \\ X_{is}^l &= \frac{2\xi_{ii}\beta_{ii}}{(1 - \beta_{ii}^2)^2 + (2\xi_{ii}\beta_{ii})^2} \frac{1}{M_l \omega_{ii}^2} \\ \beta_{ii} &= \frac{\omega}{\omega_{ii}}, \quad (i=1, 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

ミスチューン系の応答では、重根モードの固有振動数の分離度が重要な役割を果たすが、ここでは重根モードの分離度を式(26)で定義する⁽⁷⁾。

$$s_l = \frac{\Delta f_l}{f_{lm}} = \frac{2(\omega_{l2} - \omega_{l1})}{(\omega_{l1} + \omega_{l2})} \dots\dots\dots (26)$$

ここで f_{lm} は、二つに分離したミスチューン系の l 次モードの振動数の平均値、 Δf_l は振動数差である。

3. 解析結果

3・1 チューン系のランナの応答特性 図2に、解析に使用したポンプ水車ランナの有限要素モデルを示す。本ランナは、後述の実落差・実揚程試験に用いたモデルランナ(ランナ外径 415 mm)であり、ランナペーン枚数 $Z_r=7$ 、ガイドペーン枚数 $Z_g=20$ の条件

Table 1 Harmonic number satisfying resonant condition

$n \cdot Z_g$	k	$m \cdot Z_r$
20	-13	1×7
20	-6	2×7
20	+1	3×7
20	+8	4×7
20	+15	5×7

Fig. 2 FEM model of runner

Fig. 3 1st vibration mode pair (in-phase mode)

で応答解析を行っている。

表1に、ランナの共振条件式(23)を満足するハーモニク数 k を示す。式(23)を満足するハーモニク数のうち、絶対値が最小のハーモニク数を $k_{\min}$ (表1では $k_{\min}=1$) とすると、 $Z_r + k_{\min}$, $-(Z_r - k_{\min})$, $2Z_r + k_{\min}$, $-(2Z_r - k_{\min})$... はすべて共振条件を満足する。一方、式(7)から明らかなように、ピッチ $2\pi/Z_r$ を最小単位とする周期対称系では $\cos \alpha_k = \cos \alpha_{Z_r+k}$ などが成立するため、式(7)ではこれらのハーモニク数は区別されない。すなわち、式(7)からは節直径数 $k_{\min}$, $Z_r + k_{\min}$, $-(Z_r - k_{\min})$, $2Z_r + k_{\min}$, $-(2Z_r - k_{\min})$, ... などが混在したモードが計算され、これらのモードはすべて式(23)を満足するので応答する。

図3と図4は振動モードの解析例であり、ランナ外周の面外振幅分布を示している。図3は、1節直径モード〔厳密に言えば、式(7)を $k=1$ の条件で解析した振動モード〕の一次モード(クラウン側とバンド側が同相のモード)であり、図4は三次モード(クラウン側とバンド側が逆相のモード)である。また、図5はこれらの重根モードのうち、最初のモード(クラウン側)をフーリエ解析した結果である。図3や図4からわかるように、ランナは二重円板の間にペーンが挿入

Fig. 4 3rd vibration mode pair (out-of-phase mode)

Fig. 5 Fourier component of vibration mode

されているため、ランナの振動モードではベーンが取り付けられている位置でクラウン側とバンド側の相対変位は、ほぼ零になる。すなわち、円板の面外剛性に比べてベーンの面内剛性が大きいので、ベーンは縦方向にほとんど伸び縮みをせず、ベーンが取り付けられている位置ではクラウン側とバンド側の相対変位が零になる。また、図5に示すように、このようなベーンに伸び縮みを生じない振動モードを形成するため、円板の振動モードには式(23)の共振条件を満足する多数のフーリエ成分 $[k_{\min}, Z_r + k_{\min}, -(Z_r - k_{\min}), 2Z_r + k_{\min}, -(2Z_r - k_{\min}) \cdots]$ が含まれている。

図6は、1節直径の一次モード(同相モード)と三次モード(逆相モード)について、式(21)により応答解析を行い、クラウン側の振幅分布を求めた結果である。図6からわかるように、一次モードについては周方向の振幅はほぼ一定であり、回転円板の応答と同様にほぼ完全なトラベリングウェーブを形成している。細かく見ると、一次モードの振幅分布は周方向に7個の波を形成しているが、これは図5から明らかなように、一次モードには1節直径成分以外に、振幅が等しい6, 8節直径成分が含まれており、この成分が周方向に7

個の波を形成するためである。一方、三次モード(逆相モード)は、周方向の7箇所、すなわちベーンが取り付けられている位置で振幅がほぼ零になっている。これは、図5に示すフーリエ成分が個々に応答し、それぞれの進行波や後退波が重なり合って、7箇所の不動点を形成していると解釈できる。後述するように、ガイドベーンとの干渉によりランナに生じる加振力は、ランナの外周を押し広げたり狭めたりするように作用するため、逆相モードの振動を加振する。この逆相モードが共振しているとき、ベーンが取り付けられているクラウンとバンドの相対変位はほぼ零であり、応力はベーン付け根で最大になる。

3・2 ミスチューン系のランナの応答特性 図7と図8は、三次モードについてミスチューンがあるランナの周波数応答を計算した例であり、図7はクラウン外周部の最大振幅を、図8は位相を表している。図7と図8の横軸は、2個に分離したミスチューン系の固有振動数の平均値($f_{3m}=1485$ Hz)で正規化した加振力の周波数であり、図7の縦軸はチューン系の共振振幅で正規化したミスチューン系の応答である。図中の数字は、対応するランナベーンの番号である。また、

Fig. 6 Amplitude distribution of crown side

Fig. 7 Frequency response of mistuned runner (3rd mode, $\zeta=0.05$, $s=0.02$)

Fig. 8 Phase of mistuned runner (3rd mode, $\zeta=0.05$, $s=0.02$)

Fig. 9 Maximum amplitude of mistuned runner (3rd mode, $\zeta=0.05$)

図7の解析では、減衰比 $\zeta=0.05$ 、振動数のばらつき $s=0.02$ を使用しているが、これは後述のモデルランナの実落差・実揚程試験で計測された値である。図7からわかるように、ランナにわずかなミスチューンがあると、個々のペーンの応答に差が現れ、応答が最大のペーンはチューン系の1.1倍程度の応答になっている。また、隣接するペーン間の位相差もチューン系($360/7 \approx 51.4$ 度)からわずかにずれている。

図9は、 $\zeta=0.05$ の条件で振動数差 Δf_{3m} を変化させてミスチューン系に発生するクラウン外周部の最大振幅を、図10は隣接ペーン間の位相差を計算した結果である。図9からわかるように、振動数差が大きくなるとランナペーンの最大応答はチューン系に比べて増加するが、ミスチューン系に発生する最大応答はチューン系のたかだか1.2倍程度である。すなわち、ランナペーンの共振応答は、ミスチューンに対して鈍感であるといえる。また、図10に示すように、振動数差が大きくなると隣接ペーン間の位相差はチューン系(51.4度)から連続的に変化していく。特徴的なのは、 $s/\zeta=2$ の条件であり、この条件ではすべてのペーン間の位相差は0度か180度になる。すなわち、 $s/\zeta=2$ の

Fig. 10 Phase difference of mistuned runner at $f_{3m} = 1485$ Hz (3rd mode, $\zeta=0.05$)

Fig. 11 Frequency response of mistuned runner (3rd mode, $s/\zeta=2$)

条件ではランナペーンには完全な定在波が形成される。これは、Stetter らが完全な円板モードに対して導出した結果と一致している⁽⁷⁾。図11は、 $s/\zeta=2$ の条件で解析した三次モードの周波数応答曲線であり、加振周波数がミスチューン系の固有振動数の平均値に等しいときには、図中に示すような定在波が形成されている。

3.3 実落差・実揚程試験 ポンプ水車ランナの開発時には、モデルランナを使用して実落差・実揚程試験を行い、性能や強度の確認を行う⁽²⁾。図12は、落差700 m級のポンプ水車のモデルランナ(スケール比は約8.7, $Z_r=7$)である。実落差・実揚程試験では、回転数を徐々に変化させながらガイドペーン($Z_g=20$)との干渉により生じるランナペーンの共振応力を計測し、定格回転時に有害なモードとの共振を回避していること、および昇降速中の共振応力が十分小さいことなどを検証する。これまでの多くの実測結果より、ポンプ水車ランナではランナの外周を押し広げたり狭めたりするように加振力(水圧脈動)が作用するため、図4に示す逆相モードの応答が特に大きくなることが知られており⁽²⁾⁽³⁾、ひずみゲージは逆相モードの振動応力が最も大きくなるペーン先端部に貼り付ける。

図13は、1節直径三次モード(逆相モード)について、7枚のペーン(クラウン側)で計測された共振応力の分布を解析値と比較した例であり、解析値と計測値

Fig. 12 Whole view of model runner with strain gauges

Fig. 13 Measured and calculated response of runner

の平均値が同一になるよう正規化している。解析には、実落差・実揚程試験で計測された減衰($\zeta=0.05$)を使用した。また、1節直径三次モードの振動数の分離度(s)は、ランナの空中加振試験で計測された2個の固有振動数に、実落差・実揚程試験で確認された固有振動数の水中低下率を乗じて求めた。図13からわかるように、計測された共振応力分布は解析とほぼ一致しており、ミスチューンにより生じるペーンの共振応力のばらつきは、ここで提案した手法で概略推定できると思われる。

4. 結 論

本論文では、ポンプ水車ランナの応答を、周期対称法とモーダル法を適用して解析する手法を示した。次にこの解析法を拡張し、ミスチューンがあるランナの応答特性を簡便に解析する手法を示した。提案した手法に基づきポンプ水車ランナの応答を解析し、チューン系、およびミスチューン系のランナの応答特性を明確にした。また、モデルランナを使用して実落差・実揚程試験で計測された共振応力を解析値と比較することにより、ここで提案した手法により、ミスチューンにより生じるペーンの共振応力のばらつきを概略推定

できることを示した。

文 献

- (1) Kubota, Y. et al., Vibration of Rotating Bladed Disc due to Distortion in Stationary Side (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 49, No. 439 (1983), pp. 307-313.
- (2) Kanki, H. et al., Development of Super High Head and Large Capacity Pump Turbine, *Mitsubishi Heavy Industries Review*, Vol. 28, No. 6 (1991), pp. 603-609.
- (3) Tanaka, H. et al., Vibratory Stress of Pump Turbine Runner and Application of Super High Head Pump Turbine (in Japanese), *Turbomachinery*, Vol. 20, No. 8 (1992), pp. 37-44.
- (4) Michimura, S. et al., Vibration of Impeller (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 50, No. 449 (1984), pp. 72-80.
- (5) Kaneko, Y. et al., Analysis and Measurement of Resonant Vibratory Stress of Low Pressure End Blade for Steam Turbine, *CD-ROM of Dynamics and Design Conference*, (2003), pp. 1-6, Japan Society of Mechanical Engineers.
- (6) Ochi, M. et al., Fluid-Structure Interactive Analysis by Cyclic Symmetry method, *JSME Millennium*, No. 900-59 (1990), pp. 458-460.
- (7) Stetter, H. and Kellerer, R., Double Mode Behavior of Bladed Disk Assemblies in the Resonance Frequency Range, Visualized by Means of Holographic Interferometry, *ASME paper*, 92-GT-438, (1992).