弾性接触理論によるスピンを伴う油固化高面圧
トラクション曲線近似評価*中 村 裕 一^{*1}, 舟 橋 正 根^{*2}Oil Solidified High-Pressure Traction Curve Estimation
with Spin by Elastic Contact MechanicsYuichi NAKAMURA^{*3} and Masane FUNAHASHI^{*3} Physics Engineering Department, Mie University,
1577 Kurimamachiya-cho, Tsu-shi, Mie, 514-8507 Japan

Traction curves are fundamental data for the design of traction-type continuously variable transmission (tCVT) of automobiles, in which maximum hertzian contact pressure exceeds 3 GPa. Under such high contact pressure, oils seems to behave like solid lubricants and elastic contact mechanics (creep theory) seems to be appropriate for evaluation of traction curves similar to that of railway wheels. In the present study, oil-solidified high-pressure traction curves with spin were roughly and simply calculated up to 3 GPa based on creep theory together with maximum traction coefficients of pure roll experimental data of reference. Calculated curves were almost consistent with several reference experimental ones of various conditions (speed, geometry of test machine). This consistency proved that main factor of oil-solidified high-pressure traction curves with spin is creep theory and main rheological property of oils is the limiting shear stress.

Key Words: Tribology, Lubrication, Elasticity, Contact Problem, High Pressure, CVT, Traction Drive

1. 緒 言

省エネ型自動車用変速機として今後その普及が期待されているトラクションドライブ式無段変速機(tCVT)は、産業用トラクションドライブ変速機と比べ高面圧(平均ヘルツ圧3GPa),高周速(30m/s),高温度(120℃)になり,かつスピンを伴う非常に過酷な状態で運転される。グロススリップなしに安全に運転するためトラクション試験機によるトラクション曲線が基礎データとなるが,曲線はすべり率とともに線形領域,非線形領域へ遷移し最大値へ至る。その特性は圧力,温度,速度,油種などで異なり,トラクション専用油の高圧高温下での力学的特性が面圧増加につ

れ粘性,粘弾性,弾塑性へと遷移すると考えられている⁽¹⁾。これまでトラクション実験,解析が数多く報告されてきたが,純転がり条件を中心に1GPa付近の非ニュートン粘性解析⁽²⁾,粘弾性解析⁽³⁾⁽⁴⁾が主で,高圧(1.5GPa以上)の弾塑性固化域での報告は少ない。固化域のトラクション解析ではBair-Winerによる油の粘弾塑性レオロジーモデル⁽⁵⁾が提案されているが,そのモデルでは線形勾配などが固化油の横弾性係数,速度に関係するEHL油膜厚さに依存する。しかしながら高面圧のトラクション曲線はあまり速度に依存しない⁽⁶⁾。曲線から逆算した固化油の横弾性係数は実測値の1/10程度で,転動体の弾性変形の効果も含めた等価横弾性係数として扱っているが^{(7)~(9)}物理的意味が明確でない。以上の報告は純転がりの場合が主でスピンを伴うトラクション解析も報告されている⁽¹⁰⁾。

一方鉄道の転動車輪/レール間などの駆動力,制動力評価に弾性接触理論が基礎理論となるが⁽¹¹⁾,この理論ではトラクション曲線のようにEHL油膜を介せず乾燥,境界潤滑下であるがすべりと駆動力などの関

* 原稿受付 2005年4月22日。

^{*1} 正員, 三重大学工学部(☎514-8507 津市栗真町屋町1577)。^{*2} (株)東海理化電機製作所(☎480-0195 愛知県丹羽郡大口町豊田3-260)。

E-mail: yn@phen.mie-u.ac.jp

係はトラクション曲線と類似の曲線となる。したがってトラクション曲線の場合も高面圧により固化した油が固体潤滑剤のように作用していると考えれば、曲線への弾性接触理論の適用の可能性が考えられ、非常に簡単に曲線を予測でき、曲線は速度の影響がなく物理的意味が明確になると考えられる。

以上より本研究では、トラクション油が固化する最大ヘルツ圧3GPa(平均ヘルツ圧2GPa)程度のスピンを伴うトラクション曲線を転動体の弾性接触理論に基づいて簡単な仮定により近似計算を行い、文献実験値と比較検討して、スピンを含むトラクション曲線でのこの理論の適用の妥当性を示し、その曲線の特性を決定する物理的主要因と油の特性の寄与を考察する。

2. 油の固化圧力と状態図

液体のレオロジー特性に関する圧力増加は温度低下と同じ効果があり、従って油は圧力増加により粘度が増加し固化(ガラス化)するがその力学状態を区分する高压高温状態図は図1⁽¹²⁾のように圧力増加とともに粘性域、粘弾性域、弾塑性固化域など非ニュートン固化域へと遷移すると考えられている。この図はiCVT油のKTF1で高压粘度より推算されたものであるが例えば40℃でほぼ0.9GPa以上では固化域である。転がりヘルツ接触部では数ミリ秒の短時間動的圧縮で固化圧力が低くなる報告もある⁽¹³⁾。

Fig. 1 Pressure temperature phase diagram of liquid-solid transition of KTF1 from high pressure viscosity

3. 接線力作用下の転動体の弾性接触理論 (粘着理論)

弾性接触理論は鉄道の転動車輪/レール間などの駆動力、制動力評価の基礎理論で、このとき車輪、レー

ルの弾性変形により両者間は見かけ上1%以下の微小すべり (creep) が発生する。この解析に必要な接触理論をcreep theory (粘着理論) と称されることもあり、本稿でも「粘着理論」と記述する。純ころがり状態の2つの転動体を考えると接線力 (ヘルツ接触面に作用する駆動力など) とすべりとの関係は図2のような曲線となり、この曲線を本稿では大山の解説⁽¹¹⁾を参考に「接線力曲線」と記述することにする。曲線は横軸にすべり率 S (両転動体間の周速差/平均周速)、縦軸に接線力係数 μ (接線力/押しつけ法線力) で、2面間で固着している線形領域、微小すべりが発生している非線形領域および完全にすべり出すグロススリップ領域の3つに分類され、すべり率の増加に伴いこの順に推移する。粘着理論では最大接線力係数 μ_L が既知であれば、それら3つの領域を表す解析解などが示されている。EHL状態でも類似の特性を持つ曲線が得られトラクション曲線と呼ばれている。

単位面積当たりの接線力を接線応力と呼ぶことにし、非線形域のヘルツ接触部における固着域と微小すべり域および中心線上の接線応力分布を純転がりについて図3に示す。ここで x および y はそれぞれ転がり方向および回転軸方向を表す。境界線を境に前縁部から固着域、後縁部まではすべり域となり境界線は例えば中心線上では弾性接線応力分布 τ_e (図中破線) と限界接線応力 τ_L 分布 ($\mu_L \times$ ヘルツ圧力) の交点となる。ここで τ_e はヘルツ接触面内のすべての点で固着しすべらない (no slip theory と呼ばれる、 $\tau_L \rightarrow \infty$) と仮定したときの弾性接線応力である。図2の各領域の接線応力分布を図3の中心線上 (x 軸上) を例にとり図4に示す。図中には τ_e (図中破線) と τ_L の分布の両方も示してあるが接線応力分布 τ はそのうち小さな方 (図中太線) となる。(a)の線形領域では接触域全体にわたりほぼ $\tau_e \leq \tau_L$ で固着していると近似でき弾性接線応力のみで、これによる接線力はすべり率に対し線形的に増加する。(b)の非線形領域では固着域 (弾性接

Fig. 2 Schematic tangential force curve from creep theory

Fig. 3 Stick area and slip area in hertzian contact area applying tangential force (pure roll)

Fig. 4 Variation of τ_L and τ_e in hertzian contact area for 3 regions in Fig. 2

Fig. 5 Schematic geometry of rollers and spin angular velocity

線力はすべり率に比例)とすべり域(限界接線力はすべり率によらず一定)が同程度に混在し、すべり率の増加とともに交点Aは左へ移動し τ_e の寄与が小さくなり非線形性を呈する。(c)のグロススリップ域ではすべり率に依存しない限界接線応力のみが接触面に作用し一定値かあるいは発熱の影響で若干低下する場合もある。

接線力とすべり率の関係などはCarterやKalkerなどにより球同士の接触など単純形状の場合、粘着理論などにより解析解が求められ、JohnsonのContact Mechanicsに集約されている⁽¹⁴⁾。Contact Mechanicsの中で簡単な解析解として球同士の接触時のものを以下に記述する。ヘルツ接触面内のすべての点で固着しすべらないと仮定(no slip theory)したときのx方向のすべり率Sと回転方向への接線力 Q_x の関係は、

$$S = \frac{(4 - 3\nu)Q_x}{16G \cdot R^2} \quad (1)$$

ここでG、 ν およびRはそれぞれ転動体の横弾性係数、ポアソン比およびヘルツ接触面半径である。 τ_e と τ_L の大小関係より固着域、すべり域を考慮して接線力係数 μ (油膜があるときトラクション係数に相当)のSによる変化を表す接線力曲線の式を下記に示す。

$$S = \frac{3\mu_L P(4 - 3\nu)}{16GR^2} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\mu}{\mu_L} \right)^{1/3} \right\} \quad (2)$$

スピン成分は図5に示すように2つの回転体の回転軸の交点がヘルツ接触面の接平面を通らない場合に生じる。スピン角速度の大きさ ω_{sp} は、図のように回転軸1と回転軸2の角速度をそれぞれ ω_1 、 ω_2 、それらの接触面法線方向成分をそれぞれ ω_{1z} 、 ω_{2z} 、それらと接平面との交差角を θ_1 、 θ_2 とすると次式となる。

$$\omega_{sp} = \omega_{1z} - \omega_{2z} = \omega_1 \sin \theta_1 - \omega_2 \sin \theta_2 \quad (3)$$

またスピンパラメータJは次式で定義される。

$$J = \frac{\omega_{sp} R}{U} \quad (4)$$

球同士の接触でno slip theoryで固着の仮定では、スピン成分で生じる弾性接線応力のx方向成分の総和は相殺し0であるが合成ねじりモーメント M_z が生じ、次式となる。

$$M_z = \frac{32(2 - \nu) \cdot G \cdot R^3 \cdot J}{9(3 - 2\nu)} \quad (5)$$

4. 粘着理論によるスピンを伴うトラクション曲線近似計算手順

粘着理論によるすべり率と接線力係数の関係を表す図2の接線力曲線の特性はEHL油膜を介するトラクション曲線の特性と類似である。平均ヘルツ圧2GPa付近のトラクション曲線の場合、これまで述べたように油は固化しており、固化油は固体潤滑剤のように作用すると考えてトラクション曲線への粘着理論の簡単な適用を試みる。純転がりのすべりと伝達力の関係は式(2)などが提案されているが、スピンを伴う場合の簡単な式はない。そこでここでは前節の解析解などを組み合わせた簡単な近似計算を行う。以下におおまかな計算手順を示す。(太字はベクトル, 細字はベクトルの大きさを表す)

- 1) ヘルツ接触域を要素分割(本計算では64分割)
- 2) no slip theoryを仮定して各要素の弾性接線応力ベクトル $\mathbf{T}_e$ を求める
- 3) この弾性接線応力 $\tau_e(x, y)$ の大きさを限界せん断応力 τ_L のものと比較し, 各要素で固着, すべりを判定し, 接線応力 τ の大きさを決定
- 4) 各要素中心点での τ の転がり方向(x方向)成分を求め各要素面積を乗じ, それらの総和をとり接線力 Q_x を求める。
- 5) 1) ~ 4) の計算を各すべり率について行い接線力曲線を求める。

また2)の計算を簡単にするための仮定を記す。

2-a) 各要素での応力ベクトル $\mathbf{T}_e$ は純転がり弾性応力ベクトル $\mathbf{T}_{epr}$ とスピンによる応力ベクトル $\mathbf{T}_{esp}$ の重ね合わせ($\mathbf{T}_e = \mathbf{T}_{epr} + \mathbf{T}_{esp}$)が可能とする。

2-b) 接触面の応力分布は純転がりの粘着理論では例えば中心線上で図6に示すように後縁部近くで急激に上昇するなど複雑である。従ってここでは図に示すよう後縁部で τ_{prmax} となるようにx方向には直線的に増加すると近似する。スピン成分も接触面の中心を0, 半径の増加に伴い直線的増加と近似し, 接触円部では τ_{espmx} とする。

2-c) だ円接触の場合も円接触のx方向の接線力 Q_x の式(1)および合成ねじりモーメントの式(5)で近似する。ただし R は $R^2 = ab$ (a, b : 図3のだ円接触面の長軸, 短軸半径)で求める。

2) では2-a) ~ 2-c), 式(1)より次式の $\tau_{eprmax}(S)$ が得られる。

$$\tau_{eprmax}(S) = \frac{32G}{\pi(4-3\nu)} S \quad (6)$$

従って1)の各分割要素の $\tau_{epr}(x, y)$ は

$$\tau_{epr}(x, y) = \tau_{eprmax}(S) \cdot (x+b)/2b \quad (7)$$

$\tau_{espmx}(J)$, $\mathbf{T}_{esp}$ の x, y 成分も同様に式(5)から

$$\tau_{espmx}(J) = \frac{64(2-\nu)G}{9\pi(3-2\nu)} J \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{espx}(x, y) &= -\tau_{espmx}(J) \cdot y/R \\ \tau_{espy}(x, y) &= \tau_{espmx}(J) \cdot x/R \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

3) で $\tau_L(x, y)$ は次式で求める。

$$\tau_L(x, y) = P_{mx} \mu_L \sqrt{1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2 - \left(\frac{y}{a}\right)^2} \quad (10)$$

μ_L は純転がりの最大トラクション係数が既知としてその値を用い, せん断発熱による低下は基本的に考えない。4) で τ_x は次式のすべり速度(u_x, u_y)により次式で求められる。

$$\tau_x(x, y) = \tau(x, y) \left\{ \frac{u_x(x, y)}{\sqrt{u_x(x, y)^2 + u_y(x, y)^2}} \right\} \quad (11)$$

$$u_x = \Delta U - \omega_{spx}, \quad u_y = \omega_{spx}$$

ここで ΔU は両転動体間の速度差である。近似計算は数式処理ソフトを用いて行った。

Fig. 6 Linear approximation of τ_{epr} in contact area (pure roll)

5. トラクション曲線文献値と近似計算結果

粘着理論に基づくスピンを伴うトラクション曲線の近似計算をこれまで報告された実験データと同じ条件で行い, 実験データと比較検討して, その曲線の主要因を考察する。トラクション油が固化する平均ヘルツ圧2GPa付近のスピンを伴うトラクション曲線の文献実験値はあまり報告されていないがそのいくつかを表1に, それぞれの実験装置のスピン発生方法の概略図を図7にまとめる。油種, 試験機, 試験条件などは異なっている。計算の際の μ_L はそれぞれの試験機で得られた表中の純転がりの値を用いた。いずれ実験も平均ヘルツ圧, 給油温度は図1のような状態図⁽¹²⁾で固

化域（弾塑性域）であることを確認した。

図8に阿知波らの実験値⁽¹⁵⁾との比較を示すが、本計算値はいずれの J でも線形域で一致し、非線形域、すべり域では若干高めの値であるが、全体的にほぼ一致しているといえる。このことはトラクション曲線がほぼ粘着理論で表せるといえる。実験値の非線形域、すべり域での若干低い理由はせん断発熱により固化油の τ_L が温度により低下していると考えられ、計算ではそれは考慮していないことによると考えられる。図9にWedevenらの実験値⁽¹⁶⁾との比較を示すが、本計算値は線形域で若干低く非線形域はほぼ一致、すべり域では若干高めの値であるが、全体的にほぼ一致しているといえる。図10にGaggermeierらの実験値⁽¹⁷⁾と本計算値を示す。実験値は若干ばらついているが、線形域、非線形域のいずれにおいても本近似計算値とほぼ一致している。牧野と川瀬⁽¹⁰⁾の実験値との比較を図11に示す。この実験値ではすべり域のせん断発熱による μ の低下が純転がり、スピンを伴う両方の場合とも他の実験値より顕著である。したがって本計算値は非線形域で実験値より小さく、すべり域ではかなり異なる。純転がり熱低下域の μ_L とすべり率 S の間で回帰曲線を図のように求め、式(10)に代入してトラクション曲線を得たが実験値とほぼ一致している。よってせん断発熱によるトラクション力の低下が顕著な場合には純転がりデータで補正すれば比較的簡単に妥当な近似計算ができるといえる。

以上より油固化高面圧では各実験で油種、運転条件、試験機が異なるにも関わらず純転がり実験による μ_L (τ_L)を用いれば本計算でスピンを伴うトラクション曲線の特性がほぼ表せたといえる。せん断発熱が顕著な場合も純転がりデータを基にした簡単な τ_L の温度依存性の考慮で妥当な曲線が得られる。従って油固化高面圧でのスピンを伴うトラクション曲線の主要因が粘着理論といえ、考慮すべき主な油の高压物性は τ_L で、この理論による曲線の特性は速度依存性がなく、非常に簡単にトラクション曲線を予測できる。

6. 結 言

本研究では、トラクション油が固化する最大ヘルツ圧3GPa程度のスピンを伴うトラクション曲線を転動体の弾性接触理論（粘着理論）に基づいて簡単な仮定により近似計算を行い、文献実験値と比較検討して、トラクション曲線の特性を決定する主要因と油の特性の寄与を考察した。以下に結果をまとめる。

(1) 各文献によるトラクション実験曲線は油種、

運転条件、試験機が異なるにも関わらず本近似計算でいずれの場合もほぼ表せた。

Table 1 High contact pressure traction test with spin

Ref.	Achiha et al	Wedeven et al.	Gaggermeier	Makino & Kawase
Testing machine in Fig.7	(a)	(b)	(c)	(d)
μ_L (Pure roll)	0.08	0.087	0.098	0.104
Oil	KTF1	KTF1	Santotrac50	Santotrac32
P_{max} , GPa	3	3	1.8	2.4
P_m (mean), GPa	2	2	1.2	1.6
Oil temp., °C	120	140	50	40
Oil property	Solid(EP)	Solid(EP)	Solid(EP)	Solid(EP)
U , m/s	30	10	4.2	10
θ_1 , deg.	5.9	26.7	20	0
θ_2 , deg.	0	90	-20	90
Spin parameter, J	0.003, 0.005	0.009	0.012	0.02

Fig. 7 Schematic traction test machine with spin

Fig. 8 Calculated traction curve from creep theory and experimental data by Achiha et al.

Fig.9 Calculated traction curve from creep theory and experimental data by Wedeven et al.

Fig.10 Calculated traction curve from creep theory and experimental data by Gaggermeier

Fig.11 Calculated traction curve from creep theory and experimental data by Makino & Kawase

(2) せん断発熱が顕著な場合も純転がりトラクション曲線からのトラクション係数 μ_L のすべり率による低下を考慮すれば妥当な曲線が得ることがわかった。

(3) EHL油膜を介するトラクション曲線でもその主要因が粘着理論であるといえ、高面圧ヘルツ接触部

の油のレオロジー特性は明確でないが、トラクション曲線は油の τ_L でほぼ表せ、曲線の数値依存性は少なく、物理的意味も明確で非常に簡単にトラクション曲線の予測が可能である。

本研究の1部は日本学術振興会科学研究費補助金(平成16-18年度基盤研究(C)(2), 16560118)の助成により実施された。本研究にご協力いただいた三重大学大学院学生 平野文識氏に謝意を表す。

文 献

- (1) Ohno, N. et al., Some Observation on the Relationship between Rheological Properties of Lubricants at High Pressure and Regimes of Traction (Part 1) (in Japanese), *Journal of Japan Society of Lubrication Engineers*, Vol. 33, No. 12 (1988) pp. 922-928.
- (2) Muraki, M. and Kimura, Y., Traction Characteristics of Lubricating Oils (Part 2) (in Japanese), *Journal of Japan Society of Lubrication Engineers*, Vol. 28, No. 10 (1983) pp. 753-760.
- (3) Johnson, K. L. and Tevaarwerk, J. L., Shear Behaviour of Elastohydrodynamic Oil Films, *Proceedings of Royal Society of London, Series A*, Vol. 356, No. 1685 (1977) pp. 215-236.
- (4) Makino, T. and Kawase, T., A Calculation of Traction Properties Based on a Non-Linear Viscoelastic Model (Part 1) (in Japanese), *Journal of Japan Society of Tribologists*, Vol. 43, No. 5 (1998) pp. 421-428.
- (5) Bair, S. and Winer, W. O., A Rheological Model for Elastohydrodynamic Contacts Based Primary Laboratory Data, *Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101 (1979) 258-265
- (6) Loewenthal, S. H. and Rohn, D. A., Elastic Model of the Traction Characteristics of Traction Behavior of Two Lubricants, *Transactions of American Society of Lubrication Engineers*, Vol. 27, No. 2 (1984) pp. 129-137.
- (7) Evans, C. R. and Johnson, K. L., Regimes of Traction in Elastohydrodynamic Lubrication, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C*, Vol. 200, No. 5 (1986) pp. 313-324.
- (8) Tanaka, H., *Toroidal CVT* (in Japanese), (2000) p. 15., Korona Publishing Co. Ltd.
- (9) Ohno, N. et al., High Pressure Rheology and Traction Characteristics of Traction Oil (in Japanese), *Journal of Japan Society of Tribologists*, Vol. 44, No. 1

- 2(1999) pp.965-972.
- (10) Makino, T. and Kawase, T, Effects of Spin Traction Characteristics(in Japanese), *Journal of Japan Society of Tribologists*, Vol. 44, No. 1 (1999) pp. 53-60
- (11) Ohyama, T. et al. , Influences of Surface Contamination on Adhesion Force between Wheel and Rail at Higher Speeds (1st Report) (in Japanese), *Journal of Japan Society of Tribologists*, Vol. 33 No. 7 (1988) pp. 540-547.
- (12) Nakamura, Y. et al. , High-Pressure Viscosity Measurements of Traction Oils up to 2 GPa at up to 200 °C(in Japanese), *Journal of Japan Society of Tribologists*, Vol. 50, No.4 (2005) pp. 354-359.
- (13) Johnson, K. L. , Introductory Review of Lubricant Rheology and Traction, *Proceedings of 5th Leeds-Lyon Symposium on Tribology* (1978-9) pp.155-161.
- (14) Johnson, K. L. , *Contact Mechanics*, (1985) p. 258, Cambridge University Press.
- (15) Achiha, H. et al. , Traction Characteristics under Very High Pressure and High Speed(in Japanese), *Proceedings of JAST Tribology Conference* (1996-10) pp. 230-232.
- (16) Wedeven, L. D. et al. , WAMhs Traction Machine and Test Methodology for USCAR, *Lubricants, Materials and Lubrication Engineering, 13th International Colloquium Tribology*, Vol. 3 (2002-1) pp. 1873-1887.
- (17) Tevaarwerk, J. L and Johnson, K. L. , Influences of Rheology on the Performance of Traction Drives, *Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101 (1979) pp. 266-274. (quoted in discussion)
-