精密機器スピンドル用スパイラル溝付ジャーナル軸受の 溝諸元の最適化に関する一考察*

(第 2 報, 衝撃応答変位低減のための指針)

矢 部 寛^{*1}, 平 山 朋 子^{*2}, 左 海 真 吾^{*3}
山 口 奈 緒 美^{*4}, 菱 田 典 明^{*5}

A Proposal of Optimum Groove Design Concepts of Spiral-Grooved Journal Bearings Applied to Spindles of Precision Equipments (2nd Report, A Guide for Reduction of Amplitude of Indicial Response)

Hiroshi YABE^{*6}, Tomoko HIRAYAMA, Shingo SAKAI,
Naomi YAMAGUCHI and Noriaki HISHIDA

^{*6} Department of Mechanical Engineering, Osaka Electro-Communication University,
18-8 Hatsu-cho, Neyagawa-shi, Osaka, 572-8530 Japan

Optimum designs of the groove dimensions of spiral-grooved journal bearing applied to the spindle of precision equipments are discussed in the course of the study, and the NRRO (non-repeatable run-out) characteristic of the bearing is focused in this paper. The NRRO is formulated as an indicial response of the rotor against an external impulse load, so that three kinds of evaluation indices, i.e., "maximum displacement E_{max} ", "displacement integration Σ " and "displacement composition E_c ", are introduced to evaluate the characteristics of the indicial response of the rotor. The optimum values of groove parameters are calculated through minimization of each evaluation index value. The performances for the bearings with the obtained groove dimensions are examined, concluding that the groove design according to the "minimizing E_c " criterion is recommendable rather than that to the conventional "maximizing K_{xx} " criterion.

Key Words: Spiral-Grooved Journal Bearing, Optimum Design, Groove Dimensions, Non-repeatable Run-Out, Indicial Response, Evaluation Index

1. 結 言

近年の AV, OA 機器スピンドル用軸受については、高回転速度化の要求に対して、低騒音、良好な NRRO 特性、耐衝撃性、長寿命などの優れた特性を有する流体潤滑軸受、中でも高い潤滑膜圧力を発生するスパイラル溝付軸受が採用されるケースが増えてきている。

スパイラル溝付軸受の設計に際して、スパイラル溝諸元、すなわち、溝幅比、溝角度、溝深さとしては、古くから提案されている主軸受剛性 K_{xx} を最大にするとの規範⁽¹⁾に従って求められる値をそのまま適用して

いる例が多いように思われる。

他方、軸受に求められる性能には多くの項目があり、その軸受が適用される場所によって、それら各項目に対する重要度が異なる。軸受設計に際して、軸受機能をより詳細に評価し最適化設計を目指す方向にある現在、スパイラル溝付軸受についても、それが適用される場で要求される機能項目の重要度に応じて、重要な機能を少しでもよく満足するように溝諸元を設定する方向も考えておかなければならないと思われる。

このような考えのもとで、本研究では、精密機器スピンドル用スパイラル溝付ジャーナル軸受をとりあげ、それに要求される性能を典型的な形で抽出し、抽出された性能項目を最大限に満足する溝諸元とそのときの軸受性能について検討する。

前報⁽²⁾では、RRO (Repeatable run-out : 繰り返し回転精度) 特性に注目し、RRO がロータの不釣り合い質量に起因する同期振れ回りであるとして、その振れ振幅を

* 原稿受付 2005 年 8 月 8 日。

改訂受付 2006 年 2 月 17 日。

^{*1} 正員、大阪電気通信大学工学部 (☎ 572-8530 寝屋川市初野 18-8)。

^{*2} 正員、同志社大学工学部 (☎ 610-0394 京田辺市多々羅都谷 1-3)。

^{*3} 大阪電気通信大学工学部。

^{*4} 龍谷大学理工学部 (☎ 520-2194 大津市瀬田大江町横谷 1-3)。

^{*5} スピンドルデバイス研究所 (☎ 606-0831 京都市左京区下鴨)。

E-mail: yabe@isc.osakac.ac.jp

最小化する溝諸元について論じた。

精密機器スピンドル軸受では、NRRO (Non-repeatable run-out: 非繰り返し回転精度) 特性も、また、考慮しなければならない重要な軸受特性の1つである^{(3)~(5)}。そこで、本報では、NRRO 特性をとりあげ、NRRO を低減させるための溝諸元について検討する。

しかしながら、NRRO 特性については、現在、それが何に支配されているのかは分かっていない。そこで、本報告では、『何らかの偶発的な原因によって、ロータに衝撃力が作用し』、その結果、『ロータに非定常な微小振動が生じた』として、これがNRROであると想定し、NRRO を、まず、前者の「原因側」と後者の「結果側」に分けて考える。そして、「原因側」には触れずに、「結果側」のみに注目する。すなわち、『NRRO 特性がよい』とは『ある衝撃力がロータに作用したときに生じるロータの非定常振動が相対的に小さい』ことであると考え。以下では、このようなモデル化によって、溝諸元とNRRO 特性の関係について検討し、NRRO 特性から見た溝諸元の最適化をはかる。なお、すべり軸受の衝撃応答特性については多くの報告があるが^{(6)~(9)}、それらは衝撃応答を介して軸受剛性や減衰係数を検討しようとするものであり、本研究のように、これをNRRO 特性と関連付けたものは見当たらない。

さて、スパイラル溝付軸受の作動特性は溝諸元パラメータである溝幅比 α (1対の丘・溝幅に対する溝幅の比)、溝角度 β (周方向座標に対する溝のねじれ角度)、および無次元溝深さ δ ($=\bar{\delta}/c_r$, $\bar{\delta}$: 溝深さ, c_r : 半径すきま) に依存する。本研究で述べる軸受の最適設計とは、設定した軸受作動指標値 (目的関数) を最小 (あるいは最大) にするように溝諸元パラメータを最適化することを指す。

2. 基礎式と軸受特性指標値の提案

2・1 軸受モデル 本研究では、図1に示すよう

Fig. 1 Schematic diagram of bearing system

な、軸方向に1つのスパイラル溝を有するジャーナル軸受を対象とする。解析に際して、前報と同様に、次のような仮定をおく。

- (i) 軸およびロータは完全な軸対称形状とする。
- (ii) 作動流体は非圧縮性流体とする。負圧領域でのキャビテーションの発生は考えない。
- (iii) 軸が固定されアウトロータが回転する構成とする。ロータの変位は平行変位モードのみとする。
- (iv) 無偏心近傍での作動を想定し、軸受特性は偏心率に対して線形近似できるものとする。
- (v) 軸受性能は無限溝数理論⁽¹⁰⁾ (Narrow Groove Theory: NGT) によって評価できるものとする。

なお、後章での具体的計算に際しては、軸受幅径比を $l/d=1.0$ としている。

2・2 ロータの運動方程式 ロータに衝撃負荷が作用したときのロータの運動方程式は、仮定(iv)により、無次元表記で以下のように書くことができる。

$$\frac{1}{36} M \lambda^2 \cdot \frac{d^2 Z}{d\tau^2} + KZ + 2\lambda \left(\frac{B}{\sigma} \right) \cdot \frac{dZ}{d\tau} = G_0 \delta(\tau) \quad (1)$$

ここに、 τ は無次元時間 ($\tau = \omega t$, t : 時間, ω : ロータの回転角速度), Z , K , B はそれぞれ、ロータ変位、軸受剛性、減衰係数の無次元要素表示であり、

$$Z = X + iY, K = K_{ii} + iK_{ji}, B = B_{ii} + iB_{ji} \quad (2)$$

で表される。 X , Y は半径すきま c_r で除して無次元化したロータ変位であり、 K , B は、

$$K = kc_r / (p_a l d), B = bvc_r / (p_a l d) \quad (3)$$

で定義される。式中、 k : 軸受剛性, b : 減衰係数, p_a : 周囲圧力, l : 軸受長さ, d : 軸直径 ($d=2r_0$), v : ロータの振動角速度, である。また、 K , B の添字は、 $i, j=x, y$ で、第1添字は力が作用する方向を、第2添字は変位の方向を表す。

M は無次元ロータ質量で、ロータ質量を m とすると、

$$M = (mp_a r_0 / \mu^2 l d) \cdot (c_r / r_0)^5 \quad (4)$$

(μ : 作動流体の粘性係数) で定義される。

G_0 は衝撃力の力積 g_0 を $p_a l d / \omega$ で除して無次元化した無次元衝撃力, $\delta(\tau)$ はDiracのデルタ関数, である。なお、ここでは、簡単のため、衝撃力は時刻 $\tau=0$ において x 軸正方向に作用するものとしている。

さらに、 λ , σ はベアリング数とスクイズ数で

$$\lambda = (6\mu\omega / p_a) \cdot (r_0 / c_r)^2 \quad (5)$$

$$\sigma = (12\mu v / p_a) \cdot (r_0 / c_r)^2 \quad (6)$$

である。

2・3 NRRO 特性の指標値 無偏心状態で作動しているロータに、ある大きさの衝撃力が x 軸正方向に作用したときのロータの挙動 (ロータ重心の軌道) の計算結果の1例を図2(a)に、これを無次元時間 $\tau \sim$ 偏

心率 ε の関係で表した図を図2(b)に示す。このような衝撃力によるロータの非定常振動の大きさを定量的に評価する指標値として、本報告では次の3つを考える。

Fig. 2 An example of indicial response of rotor

(a) **最大偏心量** ロータに衝撃力が作用したときに生じるロータ変位は、その絶対量(最大値)が小さい方が望ましい。そのような特性の指標値として、図2(b)中に $\varepsilon_{\max}$ で示した偏心率の最大値を考える。 $\varepsilon_{\max}$ は G_0/λ に比例するので、

$$E_{\max} = \varepsilon_{\max} / (G_0 / \lambda) \quad (7)$$

を衝撃負荷に対するロータ変位の大きさの指標値の1つとする。これを、本報告では、「最大偏心量」と呼ぶ。最大偏心量 $E_{\max}$ は、スパイラル溝諸元パラメータである溝幅比 α 、溝角度 β 、溝深さ δ 、および、無次元ロータ質量とベアリング数の積 $M\lambda$ に依存する。そこで、平滑面回転系 (Smooth member rotating : SMR) で

Fig. 3 Typical contours of index $E_{\max}$

$M\lambda = 5.0$ と想定し、軸受特性に及ぼす影響が比較的小さい溝角度は $\beta = 33.0^\circ$ としたときの最大偏心量を、溝深さと溝幅比を両軸にとって等高線マップの形で図3に示す。図3中に“Stability limit”として示した点線は、 $M\lambda = 5.0$ の場合の半速度振れ回り (Half-frequency whirl : HFW) に対する安定作動限界 [前報参照] であり、 $E_{\max}$ はこれより内側の領域のみで定義される。

図から分かるように、指標値 $E_{\max}$ は溝幅が狭く溝深さが浅いほど小さくなる。 $E_{\max}$ を最小にする溝諸元は図中の○印であって、これは点線で示した安定限界線上に存在する。しかし、そのような溝諸元の設定では軸受作動の安定性に対する余裕がない。そこで、前報と同様に、実際のロータ質量は $M\lambda$ であるが、仮にその値が F_s 倍になっても軸受作動の安定性が保証されているような領域のみを対象領域とする。 F_s を「質量安全率」と呼ぶ。1例として $F_s = 2.0$ とした場合は、 $M_{cr}\lambda \geq F_s \cdot M\lambda = 10.0$ [M_{cr} : HFWの発生限界の無次元ロータ質量⁽²⁾]が設計対象領域となり、この場合は、図3において、+印で示した溝諸元が最適値となる。

(b) **偏心積分量** ロータに衝撃力が作用し、ロータが定常作動位置から変位したとき、そのロータが初期定常位置に早く戻ることができれば、それはNRRO特性がよいということに繋がるものと考えられる。そこで、このような特性を数値的に評価する指標値として、図2(b)において、ロータ偏心率が時間に対して掃引する面積、すなわち

$$\bar{\Sigma} = \int_0^\infty \varepsilon(\tau) d\tau \quad (8)$$

を考える。 $\bar{\Sigma}$ も G_0/λ に比例するので、基準化した指標値として、

$$\Sigma = \frac{\bar{\Sigma}}{G_0/\lambda} = \frac{1}{G_0/\lambda} \int_0^\infty \varepsilon(\tau) d\tau \quad (9)$$

を定義する。 Σ を「偏心積分量」と呼ぶ。

図3の場合と同様、SMR, $M\lambda = 5.0$, $\beta = 33.0^\circ$ と

Fig. 4 Typical contours of index Σ

し、溝深さと溝幅比を両軸にとった偏心積分量の等高線マップを図4に示す。偏心積分量を最小化する最適溝諸元は図中+印であって、この溝諸元は安定作動領域の中央位置付近にある。

(c) 偏心複合量 図3の最大偏心量からみれば、安定作動領域内で、溝幅比、溝深さができるだけ小さい方がよいが、このとき図4の偏心積分量は大幅に増大する。逆に、偏心積分量を小さくする溝諸元では、最大偏心量が大きくなる。すなわち、「NRRO」という1つの軸受特性に対して、「最大偏心量」と「偏心積分量」は相反する傾向を有する指標値になっている。

そこで、この両方を考慮に入れた指標値として、物理的な意味は乏しいが、表現の簡単さから、次の「偏心複合量」 E_C を定義する。

$$E_C = E_{\max} \times \Sigma \quad (10)$$

図3の場合と同様、SMR, $M\lambda = 5.0$, $\beta = 33.0^\circ$ とし、溝深さと溝幅比を両軸にとった偏心複合量の等高線マップを図5に示す。偏心複合量を最小化する最適溝諸元は図中+印である。この溝諸元は図4の偏心積分量最小化の溝諸元よりも、最大偏心量を小さく抑えるようにする要因のため溝幅比、溝深さがやや小さくなっている。

3. 最適溝諸元と軸受特性

3・1 最適溝諸元 ここでは上記の考え方に従い、溝角度 β も含めて溝諸元の最適化をはかった結果を示す。図6(a), (b), (c)はそれぞれ、 $E_{\max}$ 最小化規範、 Σ 最小化規範、 E_C 最小化規範に基づく最適溝諸元である。 $E_{\max}$ 最小化規範の場合は、質量安全率を $F_s = 2.0$ としている。なお、図中、SMRは平滑面回転系 (Smooth member rotating), GMRは溝付面回転系 (Grooved member rotating) の場合を示す。また、○印は、それぞれの設計規範を適用した場合について、軸受作動の安

定性を保証するとの条件内 [$M_{cr}\lambda \geq F_s \cdot M\lambda$] には設計解が存在しなくなる限界を示している。

いずれの場合についても、最適溝諸元は、特に溝幅比が、通常の K_{xx} 最大化規範による値 [前報, 表1参照] より小さいこと、ロータ質量については、その値が小さい領域では、最適溝諸元に及ぼす影響は比較的小さいことなどが分かる。なお、溝角度については、図で示した最適値からずれても、その影響は小さいことを確認している。

3・2 軸受諸特性 前報の結果も合わせ、これまでに、スパイラル溝付軸受の溝諸元設定の規範として、従来からの K_{xx} 最大化規範、 A_b 最小化規範 [前報: 不

Fig. 5 Typical contours of index E_C .

(a)

(b)

(c)

Fig. 6 Optimum values of groove parameters [SMR, $F_s = 2.0$]

釣合い質量による同期振れ回り振幅を最小化すると
の規範. 指標値 A_b の定義については前報参照.], $E_{\max}$ 最
小化規範, Σ 最小化規範, E_C 最小化規範の5つを提
示した. それぞれの規範による溝諸元は当該の指標値
を最小化するものではあるが, 溝諸元をある規範に従
って設定した場合に, 当該指標値以外の指標値がどの
ようになるかについても検討しておく必要があろう.

図7(a)~(d)に, 各規範に従って最適化した溝諸元と
した軸受についての, 指標値 A_b , $E_{\max}$, Σ , および E_C
の計算結果を示す. 図中, 実線は SMR, 点線は GMR
の場合の結果である. また, ○印は, 図6の場合と同
様の意味を表している.

図に示された計算結果は3つのグループに大別でき
る. 1つは A_b 最小化規範, $E_{\max}$ 最小化規範による軸
受のグループである. このグループは, 図3のような,
それぞれの指標値の等高線マップからも分かるように,
軸受作動の安定性を保証した中でできるだけ溝幅比,
溝深さを小さく選ぶのがよいとする特性をもつもので,
指標値が軸受剛性の絶対値 $|K|$ $[=(K_{xx}^2 + K_{yx}^2)^{1/2}]$

に, より大きく依存するものである. なお, これら2
つの規範による軸受の特性は極めて類似しており, グ
ラフ上ではほとんど判別ができない.

第2は K_{xx} 最大化規範, Σ 最小化規範による軸受の
グループである. これらは, 等高線マップ中に極値を
有し, また指標値が主軸受剛性 K_{xx} (あるいは作動安
定性) に, より大きく依存するものである. そして,
上で, $E_{\max}$ と Σ の関係について述べたように, 溝諸元
設定の規範としては, これら第1, 第2のグループは
相反する性格を有している. すなわち, 本報告でとり
あげた NRRO 特性について言うとき, 指標値として $E_{\max}$
あるいは Σ のみを考えるのは好ましくない. 典型的に
は, 図7(c)の低 $M\lambda$ 域に見られるように, $E_{\max}$ 最小化
規範による溝諸元では Σ は極めて大きくなる. すなわ
ち, 衝撃力によるロータ変位の最大値は小さく抑えた
としても, 生じた振動が長く続くということになる.

第3番目は E_C 最小化規範による軸受である. これは,
その定義からも分かるように, 第1あるいは第2のグ
ループの規範による軸受の短所を補おうするものであ

Fig. 7 Comparison of the evaluation index values for the bearings with the proposed groove design

る。図から分かるように、この規範による軸受では低 $M\lambda$ 域でも Σ の値は比較的小さく、同時に A_b や $E_{\max}$ もある程度の値に抑えられている。すなわち、 E_c 最小化規範による軸受は平均的には優れた軸受特性を有していると言えよう。特に、従来からの設計規範である K_{xx} 最大化の規範による設計よりも、指標値 A_b 、 $E_{\max}$ については相応の改善がみられ、他方、 Σ の増加の程度はそんなに大きくはないことに注意すべきである。

3・3 衝撃応答特性の計算例 上ではロータの衝撃応答特性を指標値 $E_{\max}$ 、 Σ 、および E_c を通して眺めた。ここでは具体的な衝撃応答特性を例示する。

いま、SMR 系を対象とし、ロータ質量を $M\lambda = 5.0$ とする。このときそれぞれの規範による最適溝諸元は表1に示したようになる。これら5つの軸受について、無次元衝撃力の大きさを $G_0/\lambda = 0.01$ としたときの、無次元時間 τ に対するロータ偏心率 $\varepsilon(\tau)$ の計算結果を図8に示す。全般的に言って、最大偏心量が大きい場合は比較的減衰が大きくより早く定常位置に戻るのに対して、最大偏心量が抑えられた軸受は振動が長く続く傾向にあると言える。

4. 結 言

本報告では、精密機器スピンドル用スパイラル溝

軸受に求められる軸受特性の1つとしてNRRO特性をとりあげ、これをロータに衝撃力が作用したときの衝撃応答特性であるとモデル化し、応答特性からみた溝諸元の最適化について論じた。

得られた主な成果は次のように要約できる。

- (1) 衝撃応答特性を評価する指標値として、最大偏心量、偏心積分量、偏心複合量の3つを提案し、これら指標値を最小化する溝諸元を提示した。
- (2) 前報で提案した同期振れ回り振幅最小化の規範による設計も併せ、各種規範による軸受について、提案した指標値特性を検討した。そして、 A_b 最小化規範あるいは $E_{\max}$ 最小化規範による軸受と、 K_{xx} 最大化規範あるいは Σ 最小化規範による軸受とでは、軸受作動指標値に対して相反する性質を有することを明らかにした。
- (3) これらの中間的な性質を持つように設定した E_c 最小化規範による軸受は、平均的には優れた特性を有することを明らかにし、特に、従来からの設計規範である K_{xx} 最大化による軸受よりも総合的には改善された特性を呈することを確認した。

参考文献

- (1) Wilcock, D. F. (Ed.), *Design of Gas Bearings*, MTI (1972).
- (2) Hirayama, T. et al., A Proposal of Optimum Groove Design Concepts of Spiral-Grooved Journal Bearings Applied to Spindles of Precision Equipments (1st Report), *Trans. of JSME, Ser. C*, Vol. 72, No. 713 (2006) pp. 241-246.
- (3) Miyasaka, M., Trends in Bearings of Small Size Motors for Precision Machines, *J. of Jap. Soc. of Tribologists*, Vol. 49, No. 8 (2004) pp. 625-631.
- (4) Fujikawa, Y., Front Technology of Hydrostatic Bearings, *Text of 49th Leading Course on Tribology, Jap. Soc. of Tribologists* (2004-2) pp. 1-20.
- (5) Obata, S., Front Technology of Hydrodynamic Bearings, *Text of 49th Leading Course on Tribology, Jap. Soc. of Tribologists* (2004-2) pp. 21-38.
- (6) Koike, H., & Ishihara, K., Impulse Responses of Rotor-Bearing System by Base-Excitation (1st Report), *Trans. of JSME, Ser. C*, Vol. 49, No. 438, (1983) pp. 173-181.
- (7) Koike, H., & Ishihara, K., Impulse Responses of Rotor-Bearing System by Base-Excitation (2nd Report), *Trans. of JSME, Ser. C*, Vol. 50, No. 451, (1984) pp. 470-478.
- (8) Nordmann, R. & Schöllhorn, K., Identification of Stiffness and Damping Coefficients of Journal Bearings by Means of the Impact Method, *2nd Intern. Conf. on Vibrations in Rotating Machinery, I Mech E, #C285/80*, (1980) pp. 231-238.
- (9) Qiu, Z. L. & Tieu, A. K., Identification of Sixteen Force Coefficients of Two Journal Bearings from Impulse Responses, *Wear*, No. 212 (1997) pp. 206-212.
- (10) Vohr, J. H., & Chow, C. Y., Characteristics of the Herringbone-Grooved, Gas-Lubricated Journal Bearing, *Trans. ASME, J. of Basic Eng.*, Vol. 187, No. 3 (1965) pp. 568-578.

Table 1 Optimum values of groove parameters

[SMR, $M\lambda = 5.0$, $F_s = 2.0$]

Criterion	Groove parameter		
	α	δ	β
Maximizing K_{xx}	0.500	1.099	32.9°
Minimizing A_b	0.238	0.866	33.1°
Minimizing $E_{\max}$	0.242	0.850	33.7°
Minimizing Σ	0.406	1.027	32.6°
Minimizing E_c	0.323	0.919	33.4°

Fig. 8 Examples of indicial responses of the rotor