自転車用ディスクブレーキの鳴きの対策と解析*

中野 寛^{*1}, 末岡 淳男^{*2}, 劉 孝宏^{*3}
家藤 英世^{*4}, 折居 利昭^{*5}, 中江 貴志^{*5}

Countermeasure and Analysis of Squeal in Bicycle Disk Brakes

Yutaka NAKANO^{*6}, Atsuo SUEOKA, Takahiro RYU,
Hideyo IEFUJI, Toshiaki ORII and Takashi NAKAE^{*6} Department of Mechanical Engineering, Kagoshima University,
1-21-40 Korimoto, Kagoshima-shi, Kagoshima, 890-0065 Japan

This paper deals with the occurrence mechanism of the squeal phenomena generated in a new type of bicycle disk brake unit and its countermeasure experimentally and analytically. It was made clear that squeal was in-plane vibration in the direction of disk surface with frequency 650 Hz caused by frictional characteristics with negative slope with respect to the relative velocity, and was generated in the vibration system including brake unit and spokes, in the same manner of old type of disk brake unit. The countermeasure against squeal by using a dynamic absorber was conducted. The simple analytical model of the bicycle disk brake system was set up. Some features of squeal phenomena and the optimal design of dynamic absorber for quenching squeal were made clear analytically and it was confirmed that the analytical results agreed well with the experimental ones.

Key Words: Frictional Vibration, Self-Excited Vibration, Stability, Squeal, Dry Friction, Dynamic Absorber, Disk Brake, Bicycle

1. 緒 言

自転車用ディスクブレーキは、制動性能や放熱性の高さ、メンテナンスが簡単であることから、近年ダウンヒル競技用のマウンテンバイクなどで主流となっている。しかし、自動車用ディスクブレーキと同様に、自転車用ディスクブレーキにおいても鳴き⁽¹⁾⁻⁽³⁾が問題となる。一方、自転車用ディスクブレーキは自動車のそれと異なり、ロータの厚さが 2mm 程度と非常に薄いこと、ロータがハブを介してスポークで支持されているため、その取り付け剛性が低いことが特徴である。そのため、自動車用ディスクブレーキの鳴き⁽⁴⁾⁽⁵⁾とは異なる摩擦振動が発生する。

前報⁽⁶⁾⁽⁷⁾で取り扱った自転車用ディスクブレーキに対して、メンテナンスをより簡単にするため、特にロ

ータ形状の改善と、ホイールの軽量化に伴うスポーク本数の削減が行われた。その結果、本報で取り扱うディスクブレーキの鳴きは前報の鳴きとは異なる傾向を示すことがわかった。そこで本報では、新型ディスクブレーキユニットおよびベンチ実車実験装置⁽⁸⁾を利用した詳細な実験から鳴きの発生メカニズムを解明するとともに、鳴き対策として動吸振器の最適な適用法を示した。さらに、スポークを含む新型ディスクブレーキ系のモデル化を行い、ディスクブレーキの鳴きの再現と動吸振器による鳴き抑制効果を解析的に取り扱い、実験結果と解析結果のよい一致を確認した。

2. 鳴き特性と発生メカニズム

2.1 ブレーキユニットの比較 図 1 に新型ブレーキユニットと前報⁽⁶⁾⁽⁷⁾で使用した旧型ブレーキユニットの構造的な違いを示す。旧型ロータは摺動部とハブ取付部が一体となっており、ビスで固定する形式であったのに対して、新型ロータは小穴が多く開けられた摺動部と黒く見えるハブへの取付部がカシメを介して結合された 2 段構造で、ハブにスプラインを介してロータをワンタッチで取り付けられる構造になっている。

* 原稿受付 2005 年 11 月 10 日。

^{*1} 正員, 鹿児島大学工学部(☎890-0065 鹿児島市郡元 1-21-40)。^{*2} 正員, 九州大学大学院工学研究院(☎819-0395 福岡市西区元岡 744)。^{*3} 正員, 大分大学工学部(☎870-1192 大分市旦野原 700)。^{*4} 正員, 日産自動車(株)(☎104-8023 東京都中央区銀座 6-17-1)。^{*5} 学生員, 九州大学大学院工学部。

E-mail: nakano@mech.kagoshima-u.ac.jp

Rotor

Fig.1 New and old models of bicycle disk brake unit

また、新型ロータの摺動部はステンレス製、ハブ取付部はアルミ鋳造合金製である。

キャリパは旧型ブレーキユニットと同様に、ピストンを介してロータの両面をパッドで押さえつける対向型であるが、ピストンの数が片側 2 本の対から片側 1 本の対に変更されている。

また、フロントホイールのスポークの直径は 2mm で旧型車輪と同じであるが、本数は 32 本から 24 本に減少している。新型車輪のスポークは図のようにハブ側にねじが切れ、ニップルでハブと固定されており、リム側は引っ掛けるだけの構造をしている。境界条件は、リム側が単純支持、ハブ側が固定端に近い状態である。旧型車輪では反対に、ハブ側が単純支持、リム側が固定端であった。また、旧型車輪では 2 本のスポークが互いに交差して接触していたが、新型車輪ではこのようなスポーク間の接触は全くない。これらの構造上の違いからいくつかの鳴き特性の違いが現れた。

2.2 実験装置 実験には、前報⁶⁾で用いたベンチ実車実験装置を使用した。この装置は実車本体を実験装置に取り込んだもので、旧車輪と旧ブレーキユニットから新車輪と新ユニットに取り替えた。実験は、車輪回転数 2 rps、ブレーキ油圧 1.0MPa とし、ともに一定の条件で行った。図 2 に新型ブレーキユニットにおける計測方法を示す。スポークやロータが回転してい

Fig.2 Measurement equipment

Fig.3 Squeal frequency

Fig.4 Relationship between pad temperature and squeal frequency

Fig.5 Relationship between rotating speed and squeal frequency

ることや、ロータが高温になることから、非接触で測定が行えるレーザドップラ振動計を用い、ロータのロータ面内方向と面外方向の振動速度を測定した。図 2 には、ロータに小さいアルミの反射板を取り付け、そのロータ面内方向の振動を測定している様子を示している。キャリパのロータ面外方向振動は加速度計で計測し、その加速度信号の周波数分析を行った。自転車用ディスクブレーキはロータが薄いことから、制動時の温度変化が激しいのが特徴である。そこで、パッドに熱電対をロウ付けしてパッド温度を測定した。

以後、各部品のロータ面内および面外の振動方向を単に部品の面内方向および面外方向と呼ぶ。

2.3 鳴きの特徴 図 3 は常温時、鳴きが発生しているときのキャリパの面外方向加速度の周波数分析結果である。図 4 はパッドの温度上昇に伴う鳴き振動数の関係を調べた結果である。黒丸の大きさはキャリパの面外方向加速度の大きさに対応している。実験開始から図中の矢印の方向に温度は上昇していくが、鳴き振動数は 650 Hz で、常にほぼ一定であることがわかる。図 5 は、鳴き振動数と車輪回転数の関係を調べるために、回転数を 2 rps から一時的に変化させたときの結果である。鳴き振動数は回転数にかかわらず 650 Hz でほぼ一定であるという自励振動の特性を示した。このとき、ロータの回転数領域は 1 rps～6 rps である。これらの特徴は旧型ユニットと同じ傾向であった。一方、相違点としては、これまでのブレーキユニットの鳴きは 1 kHz と高く、狭い高温領域で鳴き振動数の 1/2 の振動数をもつロータの面外方向の振動であるビビリが発生していたが、新型ユニットではこのような振動は発生せず、650 Hz の鳴きのみが常に発生した。しかし、高温になるに従って、鳴きのレベルが上昇していた。

2.4 振動特性 次に、鳴き発生メカニズムを調べるために、ブレーキをかけた状態で、ロータの打撃試験を行った。図 6 はロータの面外方向を打撃したときの各モードの連成固有振動数を表す。図 7 は、図 6 の記号に対応する常温時のロータの面外方向連成固有振動モードを示す。打撃試験では、温度と連成固有振動数の関係を調べるために、制動実験で温度を 400℃ まで上昇させ、冷却過程で打撃を行い、各温度に対する連成固有振動数を測定した。その結果、パッドの位置は常に振動の節になっており、固有モードには半径節モード⁶⁾が現れている。実験から、温度が高くなるにつれて面外方向の連成固有振動数がわずかに低下することがわかった。旧型ロータと比較して、連成固有振動数の低下は小さいものであったが、温度変化に依存しない鳴き振動数(650 Hz)はロータの面外方向の固有振動数とは直接関係しないことがわかった。しかし、300℃～400℃付近になるとモード D の 2.5 節モード(○印)が 650Hz に近づいていた。図 4 の鳴き実験においても、高温領域においてキャリパの面外方向の振動レベルが大きくなっていることから少なからず影響があると考えられる。

次に、ロータの面内方向の打撃試験を行った。この実験も温度との関係を見るために、常温で制動していないとき、はじめに制動実験で高温状態にして、その後制動を解除した 300℃付近でのロータの面内方向の固有振動数とを比較した。制動していないときの固有振動数を測定したのは、前報⁷⁾の実験結果から鳴き

はパッドとロータ間の円周方向相対速度に対して負の勾配を有する乾性摩擦に起因した自励振動であることが推定されたためである。図 8 に固有振動数の実験結果を示す。実験から、面内方向に約 650 Hz 付近の固有振動数が存在して、この固有振動数は温度に依存しないことが確認された。キャリパやパッドなどその他の部品にも鳴き振動数 650 Hz に近い固有振動数は見られなかったことから、鳴き振動数はロータの面内方向の固有振動数と関係していると結論付けた。さらに、ロータ面内摺動部上の 3 箇所およびハブ上の 1 箇所に加速度計を取り付けて、振動数 655Hz をもつロータおよびハブの面内振動モードを打撃試験により常温で測定した。そのときの固有モードの測定結果を図 9 に示す。図の加速度計#1 の振動を基準に位相差を測定した結果、ロータおよびハブの 655Hz の振動はほぼすべて同位相であった。したがって、ロータとハブは一体となって面内方向に振動していることがわかる。以上の結果は、旧型ブレーキユニットと同じであった⁶⁾。

2.5 鳴き発生メカニズム 次に、鳴き発生時のロータおよびスポークそれぞれの面内方向および面外方向の鳴き振動モードをレーザドップラ振動計で測定した。ロータの面内方向およびスポークの面内・面外方向の振動は、回転中にアルミ反射板から反射した信号を計測している。ロータの面内方向は図 2 に示すカシ

Fig.6 Coupled natural frequencies with dependence of temperature

Fig.7 Coupled natural vibration modes of rotor at 20 °C

Fig.8 In-plane natural frequency of rotor on bench apparatus by actual bicycle

Fig. 9 Phase differences between rotor and hub in the in-plane direction

Fig.10 Vibration waveforms of rotor in squeal (1.25m/s/V)

Fig.11 Vibration waveforms of a spoke in squeal (1.25m/s/V)

Fig.12 Amplitudes of rotor and spoke

メボ近傍、ロータの面外方向はロータの外周部、スポークの面内・面外方向はスポークの振動が大きな位置

(ハブから 26 mm) をそれぞれ測定した。図 10 にロータの、図 11 にスポークの振動波形を示す。ロータの面内方向と面外方向の振動を比較すると、ともに 650 Hz で振動しているものの、振幅は面内方向の方が十分に大きいことがわかる。スポークは面内方向、面外方向ともに鳴きと同じ振動数で振動しているが、面外方向には鳴き振動数の 2 次成分が含まれている。

ロータおよびスポークの鳴き振動数 650 Hz 成分の振幅の比較を図 12 に示す。図から、鳴き発生時にはロータおよびスポークは面外方向よりも面内方向に大きく振動していることがわかる。また、ロータとスポークの振幅を比較すると、面内・面外両方向ともロータの方がスポークよりも大きな振動をしている。旧型ブレーキユニットの鳴きの振動レベルがスポークの面内・面外、ロータの面内、ロータの面外の順に大きかったことと比べると、大きく異なる結果となった⁶⁾。

新型ブレーキユニットを使って、スポークの固有振動数を調べたところ、鳴き振動数(約 650 Hz)がスポークの 1 次(約 490 Hz)と 2 次(約 1 kHz)の固有振動数のほぼ中間に位置していた。これが鳴き発生時にスポークの振動が小さい原因と考えられる。新型モデルではスポークの疲労破壊が全く起きていないのも、スポークの振動が小さいことと関係していると考えられる⁶⁾。

以上、新型ブレーキユニットにおいてもロータ面内方向の振動が大きいことから、鳴き発生メカニズムは旧型ブレーキユニットの鳴き^{6),7)}と同様に、パッドとロータの間の相対速度に対して負の勾配を有する乾性摩擦に起因した自励振動であることが明らかになった。

3. 動吸振器による鳴き抑制対策

送電線などの流体励起振動の自励振動抑制に動吸振器を適用した例⁸⁾はあるが、摩擦自励振動抑制に動吸振器を用いた例は少なく、その最適設計法を実験的および解析的に議論した研究も見当たらない。

自転車用ディスクブレーキの鳴きは乾性摩擦に起因した自励振動で、ロータの面内方向主体の振動であることが、前章の実験でわかった。そこで、この面内方向の振動を抑制する動吸振器を製作した。図 13 に実験に用いた動吸振器とそれをブレーキユニットに取り付けた概略図を示す。図に示すとおり動吸振器はマウント部分をハブに取り付ける構造となっており、片持ちはり部分が動吸振器となっている。図 8, 9, 10(a)からロータとハブは一体となって剛体ねじり振動をしていることが実験から確認されたことから、対策の施しやすいハブに動吸振器を取り付けた。動吸振器の固有振動数のチューニングは図 14 に示すとおり、長穴に

Fig.13 Dynamic absorber attached to disk brake system

Fig.14 Impact testing of a dynamic absorber

取り付けたボルトとナットを上下させて行った。また、動吸振器に減衰を付加させるためにマウントと動吸振器の間に合成ゴムを挟んでいる。図 13 の動吸振器のモデルは自転車に実装するに値するものではなく、あくまでも実験室においてその効果を確認することと、その最適設計法を検討するためのものである。

図 14 に示すとおり、動吸振器の打撃試験を行い、レーザドップラ振動計を用いて動吸振器の先端の振動を計測して固有振動数と減衰比を計算した。動吸振器の主系に対する質量比は 4.7% で、その内訳は動吸振器部の片持ちはり、ボルト、ナットが 29g、主系はロータ、ハブ、スポークのブレーキユニットとマウントの質量の合計として 624g である。

実験ではまず、動吸振器を付けず、マウントのみをハブに取り付けた状態で鳴き実験を行い、鳴きが発生することを確認した。次に、動吸振器を搭載し、その固有振動数を変化させて、鳴き発生の有無を調べた。鳴き発生時のロータとキャリパの振動数は等しいため、鳴きの振動数および振動レベルの測定は計測しやすいキャリパに取り付けた加速度計を用いて行なった。

マウントのみを取り付けたときの鳴き振動数は約 640 Hz であった。図 15 に動吸振器を取り付けたときの実験結果を示す。ゴムを付加していないときの動吸振器の減衰比 ζ_d は 0.001 で、ゴムの枚数を増やしていき、減衰比を 0.06, 0.10, 0.13 と大きくしていった。 f_d は動吸振器単体の固有振動数、 f' は取り付けた動吸振器の効果がなく鳴きが発生したときの振動数、 f はマウントのみを取り付けたときの鳴き振動数 (640 Hz) を表し、各軸を無次元化している。図中の白丸の

Fig.15 Occurrence of squeal and its frequency with dynamic absorber

位置は動吸振器の固有振動数をチューニングしたときに発生する鳴き振動数を表しており、丸が大きいほど振動レベルは大きい。図 15(b), (c), (d) の網掛け部分は動吸振器の構造上チューニングが行えず実験ができなかった領域を示す。図 15 から、減衰比 ζ_d が小さい 0.001 のときは、動吸振器の固有振動数を鳴き振動数に対してどのようにチューニングしても鳴きが収まらず、動吸振器の効果はないことがわかる。動吸振器の減衰比を 0.06 と大きくし、×印で示す横軸の位置に動吸振器の固有振動数をチューニングすると鳴きは抑制された。このとき、鳴き振動数のピークは全く見られず、鳴き音も聞こえなかった。減衰比を大きくすると鳴きが生じないチューニング振動数範囲がさらに広がった。しかし、減衰比を大きくして 0.13 程度にしても抑制範囲が広がる傾向を示さなかった。減衰比を大きくしすぎると動吸振器と主系が一体となって振動を始めるため、減衰の効果は小さくなると予想される。したがって、動吸振器によって鳴きを抑制するためには、動吸振器の固有振動数を鳴きの振動数付近にチューニングするとともに、動吸振器に必ず減衰を付加する必要がある。今回の実験では、最適な減衰比が約 0.10-0.13 付近に存在することがわかった。この値は 1 自由度系の強制振動に対する質量比 5% における動吸振器の最適減衰比とほぼ一致する。

4. 数値解析

第 2 章では、自転車用ディスクブレーキの鳴き発生メカニズムを実験的に明らかにした。本章では発生メカニ

Fig.16 Analytical model of bicycle disk brake

ズムの本質となるものを抽出して自転車用ディスクブレーキの鳴き解析モデルを構築し、動吸振器を搭載した解析結果と実験結果との比較を行う。

4.1 解析モデル 自転車用ディスクブレーキの鳴きは乾性摩擦に起因した自励振動で、ロータの面内方向主体の振動である。また、自転車用ディスクブレーキの鳴きは、ロータおよびキャリパのブレーキユニットのみならずスポークを含む系を考慮する必要がある。これは、スポークを含まないブレーキユニットのみを取り出した実験装置⁶⁾では実車で発生する鳴き (650 Hz) が再現できなかったことに基づいている。

図 16(a)に解析モデルの全体図を示す。モデル化に際して以下のような簡略化を行う。

(1) ロータとハブはロータの面内方向には一体となってねじり振動をしており、剛体とみなし得る。ロータの面外方向の振動は小さく、鳴きとは本質的に関係していないので、解析では無視する。

(2) スポークは長手方向にはばねとしてハブを支持し、面内方向には曲げ振動が可能な張力のかかったはりとする。スポークの振動特性は24本すべて同じとする。

(3) スポークのハブ側を固定端、リム側を単純支持とする。また、スポーク長手方向に関してはリムの剛性を考慮して、リム側をばね支持されているとする。

(4) キャリパとパッドの質量は無視する。

(5) ねじり振動用の動吸振器がハブの回転軸に取り付けられ、ねじり振動を防止する。解析では、実験で用いた片持ちはり様動吸振器とは異なる形式を採用する。

図 16(b)にロータ、ハブ、スポークの各部の変位および働く力を示す。ハブの中心に原点をとる。半径 R_0 の位置にハブの法線方向に対して傾き α で 24 本のスポークがハブの円周上に等間隔に取り付けられている。スポークはロータ側とその反対側に各 12 本ずつあるが、解析ではロータの面外方向の奥行きを考慮せず、同じ位置にスポークが 2 本ずつ取り付けられていると考える。ロータとハブのねじれ角を θ_1 、任意のスポークの長手方向座標を x 、それに垂直な座標を y 、横変位を $y(x, t)$ とする。また、ハブの中心に取り付けた動吸振器のねじれ角を θ_2 と

する。ハブの中心から半径 R_2 の位置にパッドを介してロータに摩擦係数 μ が作用する。ロータの角速度を Ω とすると、摩擦係数 μ はロータとパッド間の相対速度に対して負の勾配を持つとして、線形関数 $\mu = -\mu_1 v + \mu_0$ で近似する。ここで、 μ_0, μ_1 は正定数、 $v = R_2(\Omega + \dot{\theta}_1)$ はその相対速度である。1つのパッドとロータ間に働く摩擦力は $F_r = \mu N$ となる。ここに、 N はロータ片面に作用するパッドの一定押し付け荷重である。

4.2 運動方程式 スポークを張力のかかったはりと考え、スポークの運動方程式はスポーク共通に、

$$\rho A \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + c_1 \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} - c_2 \frac{\partial^3 y(x, t)}{\partial t \partial x^2} + EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

で表される。ここに、 ρ はスポークの密度、 A は断面積、 E は縦弾性係数、 I は断面二次モーメント、 T は張力である。また、スポークの横変位に対する減衰 c_1 および曲げに対する減衰 c_2 を考慮している。

式(1)の解を次式の形式で表す。

$$y(x, t) = Y(x)e^{\lambda t} \quad (2)$$

式(2)を式(1)に代入し、 $Y(x)$ を求めると、

$$Y(x) = C_1 e^{\frac{k_1 x}{l}} + C_2 e^{\frac{k_2 x}{l}} + C_3 e^{\frac{k_3 x}{l}} + C_4 e^{\frac{k_4 x}{l}} \quad (3)$$

ここに、 λ は複素固有値、 l はスポークの長さ、 C_1, C_2, C_3, C_4 は積分定数、 k_1, k_2, k_3, k_4 は次式の中の2つの複号±の符号を組み合わせで求められる。

$$(k_1, k_2, k_3, k_4) / l = \pm \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{c_2 \lambda + T}{EI} \pm \sqrt{\left(\frac{c_2 \lambda + T}{EI} \right)^2 - 4 \frac{\rho A \lambda^2 + c_1 \lambda}{EI}} \right)} \quad (4)$$

一方、スポークの境界条件は次のようになる。

$$\left. \frac{dY(x)}{dx} \right|_{x=0} = 0, Y(l) = 0, \left. \frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \right|_{x=l} = 0 \quad (5)$$

ただし、ハブのねじれ角とハブ側スポークの横変位の適合条件は次式のようにになる。

$$y(0, t) = R_0 \theta_1(t) \cos \alpha \quad (6)$$

ハブとロータは面内方向の剛体ねじり振動を行っている、運動方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} J \ddot{\theta}_1 + C \dot{\theta}_1 - 2\mu_1 R_2^2 N \dot{\theta}_1 + C_d (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \\ + K_d (\theta_1 - \theta_2) = -24 E I R_1 \cos \alpha \cdot \left. \frac{\partial^3 y(x, t)}{\partial x^3} \right|_{x=0} \\ + 24 E I \left. \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \right|_{x=0} - \frac{24 E A}{l} R_1^2 \theta_1 \sin^2 \alpha \\ - 2\mu_0 N R_2 + 2\mu_1 N R_2^2 \Omega \end{aligned} \quad (7)$$

ここに、 J はロータとハブを含めた回転軸回りの慣

性モーメント、 C はロータとハブの回転運動に関する減衰を表す。スポーク長手方向のばねとリム側の支持ばねは直列で、リム側のばね定数がスポークのばね定数 EA/l よりも小さくなっており、その全体の補正値をパラメータ β を使って $\beta EA/l$ で表す。 C_d と K_d は動吸振器の回転の減衰係数とばね定数である。

動吸振器の慣性モーメントを J_d とすると、動吸振器の運動方程式は、次式となる。

$$J_d \ddot{\theta}_2 + C_d (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + K_d (\theta_2 - \theta_1) = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

式(8)の解 θ_2 も C_5 を定数として、次の形式で求める。

$$\theta_2(t) = C_5 e^{\lambda t} \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(7),(8)の変数 θ_1, θ_2 を次のように一定値（大文字の変数）と変動量（チルダ付き変数）の和で表す。

$$\theta_1 = \Theta_1 + \tilde{\theta}_1, \theta_2 = \Theta_2 + \tilde{\theta}_2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

式(5), (7), (8)から、変動量に関する方程式を行列形式にまとめると、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 & 0 \\ e^{k_1} & e^{k_2} & e^{k_3} & e^{k_4} & 0 \\ k_1^2 e^{k_1} & k_2^2 e^{k_2} & k_3^2 e^{k_3} & k_4^2 e^{k_4} & 0 \\ A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & D \\ B & B & B & B & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{bmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、

$$\begin{aligned} A_1 &= J \lambda^2 + (C + C_d - 2\mu_1 R_2^2 N) \lambda + \frac{24BEAR_1^2 \sin^2 \alpha}{l} \\ &\quad + K_d + \frac{24EK_1^3 R_1^2 \cos^2 \alpha}{l^3} - \frac{24EK_1^2 R_1 \cos \alpha}{l^2} \\ B &= -(C_d \lambda + K_d), D = -(C_d \lambda + K_d) R_1 \cos \alpha \\ F &= (J_d \lambda^2 + C_d \lambda + K_d) R_1 \cos \alpha \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

式(11)の定数 $C_1, \dots, C_5$ が非自明解を持つための条件、すなわち、特性方程式は次式となる。

$$\det \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 & 0 \\ e^{k_1} & e^{k_2} & e^{k_3} & e^{k_4} & 0 \\ k_1^2 e^{k_1} & k_2^2 e^{k_2} & k_3^2 e^{k_3} & k_4^2 e^{k_4} & 0 \\ A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & D \\ B & B & B & B & F \end{bmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

4.3 数値計算結果

Newton-Raphson 法を用いて式(13)の固有値 λ を計算し、安定性を調べた。収束した固有値 λ の実部が正となるときは虚部を 2π で除して不安定系の振動数を求め、鳴き振動数と比較する。計算に使用したパラメータを表 1 に記す。摩擦係数の定数 μ_0, μ_1 は前報⁶⁾の摩擦係数測定結果から決定した。

まず、動吸振器とマウントを付けていない状態で安定判別を行った。そのとき、特性方程式は式(13)の点線で囲まれた 4×4 の行列式 $= 0$ となる。計算結果から

Table 1 Values of parameters

A	$3.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2$	N	500 N
C	$0.058 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$	R_1	26 mm
c_1	$4.8 \times 10^{-2} \text{ N/m}^2 \cdot \text{s}$	R_2	73 mm
c_2	$1.8 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{s}$	T	1000 N
E	$1.97 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$	α	80 degrees
I	$7.85 \times 10^{-13} \text{ m}^4$	β	0.28
J	$6.20 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	μ_0	0.5
J_d	$3.10 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	μ_1	0.07 s/m
l	268 mm	ρ	8030 kg/m ³

初期値 λ_0 の値に関わらず、不安定となる固有値 λ から求めた振動数は約 650 Hz のみで、実際に発生する鳴き振動数と一致した。

次に、スポークの不安定モードを求めた。固有値 λ の実部が正となるとき、式(11)の上 4 つの式から定数 C_1, C_2, C_3, C_4 を求め、式(3),(2)に代入してスポークの鳴き発生時の振動モードを求めた。図 17 に λ の実部の 0 とし、虚部だけを考慮した鳴き振動波形の結果を示す。横軸はスポークの長手方向の位置を表し、ハブ側が左側、リム側が右側である。縦軸はある位置の振幅を規定したモード振幅を表す。図 17 は 1/6 周期毎の波形を示しており、図中の番号は経過時刻順を表す。図 17 からスポークの振動モードは 1 次と 2 次の中間のモードである。図 17 から複素モードの特徴である振動モードの節が明確に現れない様子が伺える。一方、実験で鳴き発生中のスポークの振動モードをドップラ振動計で測定した。反射板が小さいため、面内方向のスポークのハブ側半分だけを測定した結果、振動モードは 1 次と 2 次の中間のモードであることがわかり、解析結果と実験結果との良い一致が確認できた。また、この複素モードでは、ロータ摺動部の面内方向振動振幅が最も大きいことも確かめられた。

4.4 動吸振器による鳴き抑制

次に、動吸振器による不安定系の安定化、すなわち、鳴き抑制効果との相関を調べた。動吸振器の慣性モーメント J_d を主系の慣性モーメント J の 5% として計算する。また、動吸振器の回転ばね定数および減衰係数を、

$$K_d = (2\pi f_d)^2 \times J_d, C_d = 2\zeta_d \sqrt{J_d K_d} \quad \dots\dots\dots (15)$$

の関係から求めることにし、動吸振器の固有振動数 f_d を変化させてチューニングを行う。さらに、動吸振器の減衰比 ζ_d の値を変え、鳴き抑制効果との関係を確認する。図 18 に動吸振器の固有振動数を変化させたときに不安定となる振動数比を記号■でプロットしている。(a)と(b)は動吸振器の減衰比がそれぞれ 0.001 と 0.1 のときである。図 18(a), (b)から、減衰比が

Fig.17 Unstable mode of spoke

Fig.18 Unstable frequency with dynamic absorber

小さいときは動吸振器の固有振動数の変化に関わらず、系は不安定（鳴きが発生）になるが、減衰比を 0.1 程度に大きくすると系が安定（鳴きが発生しない）になる動吸振器の固有振動数チューニング領域が鳴き振動数付近に現れており、実験結果と良い相関を示している。

図 19 は、主系に対する動吸振器の慣性モーメント比を 5% と 10% にしたとき、動吸振器のチューニング振動数と減衰比の関係を調べた結果である。白い領域は安定な領域を示す。図 19 から、まず慣性モーメント比に関わらず、動吸振器の固有振動数を鳴きの振動数付近にチューニングすることが必要であること、さらに減衰がないとき、または減衰比が小さ過ぎるときは動吸振器による鳴き抑制効果は得られないことがわかる。また、図 19(a) の慣性モーメント比 5% のとき、動吸振器のチューニングによる安定領域が最も広いのは減衰比 ζ_d が 0.13~0.14 であり、動吸振器の質量比と慣性モーメント比の違いはあるものの、実験から求めた最適な減衰比 0.1~0.13 と近い値を示した。

以上のように、自励振動を動吸振器で抑制する場合、動吸振器のサイズ、動吸振器のチューニングおよび減衰の大きさの決定が重要な要素となる。その内、自励振動の種類によっては動吸振器の減衰が少ない方がよい場合もあるが、乾性摩擦による自励振動の場合は動吸振器の減衰に最適値が存在することが判明した。また、動吸振器によって鳴きが発生する不安定系から鳴きが発生しない安定系に移行させたとき、系自身が安定系になったわけであるから、動吸振器を含む系全体

Fig.19 Stable region dependent on tuning frequency and damping ratio

が振動しない。したがって、動吸振器のばねの疲労破壊の問題はない。

5. 結 言

新型ブレーキユニットに変更された自転車用ディスクブレーキの鳴き現象と対策を実験および解析から解明した。得られた結果は以下のようにまとめられる。

(1) 新型ブレーキユニットにおいても鳴きはロータとパッドの乾性摩擦に起因した自励振動であり、鳴き発生時にはロータの面内方向の振動が主体である。

(2) 鳴き発生時にスポークも鳴き振動数で振動しているが、ロータの振動振幅ほどは大きくなくスポークの疲労破壊には至らなかった。

(3) 動吸振器によって鳴きを完全に抑制することができた。鳴きを抑制するためには動吸振器の固有振動数を鳴き振動数付近にチューニングする必要があること、動吸振器にある程度減衰を付加しなければ効果がないことがわかった。減衰は大き過ぎても効果はなく、その値には最適値が存在する。

(4) スポークを含むブレーキユニット系で自転車用ディスクブレーキの鳴き解析モデルを構築した。解析では乾性摩擦による自励振動系を考え、ロータの面内方向の振動のみにしぼり、スポークは張力のかかったはりでモデル化し、解析を行った。その結果、解析結果と実験結果との良い一致を確認した。

(5) 解析モデルにも動吸振器を適用して、動吸振器の最適設計法を示した。乾性摩擦に起因した自励振動系を動吸振器で抑制するためには、動吸振器を鳴き振動数付近にチューニングして、適度な減衰を付加する必要があることを解析的に確認した。また、これらの結果と実験結果との良い一致も確認した。

文 献

- (1) Hayashi, H., Tribology of Brakes, Bicycle Brakes (in Japanese), *Journal of Japanese Society of Tribologists*, Vol.41, No.4 (1996), pp.305-310.
- (2) Ooya, T., Ooki, T., and Hattori, Y., Study on Squeal in Bicycle

- Caliper Brake I (Study on Safety and Control Performance of Bicycle), *Bicycle Technology Information*, Vol.9 (1980), pp.32-36.
- (3) Ooya, T., Ooki, T., and Hattori, Y., Study on Squeal in Bicycle Caliper Brake II (Study on Safety and Control Performance of Bicycle) (in Japanese), *Bicycle Technology Information*, Vol.15(1982), pp.37-43.
- (4) Sueoka, A., Ryu, T., Shirozu, K., and Ichiba, Y., Squeal of a Disk Brake of Floating Type for Cars (1st Report, Relationship between Occurrence of Squeal and Contact Region between Rotor and Pads in Experiment) (in Japanese), *Trans. JSME, Series C*, Vol.67, No.658 (2001), pp.1727-1734.
- (5) Steel, P. D., Fieldhouse, J. D., Talbot, C. J. and Crampton, A., In-plane vibration investigations of a noisy disk brake, In Barton DC and Blackwood A.(Eds) *Braking 2004*, Leeds, (2004), 103-112, Bury St Edmunds and London: Professional Engineering Publishing.
- (6) Ryu, T., Sueoka, A., Shirozu, K., Emura, A. and Nakano, Y., Experimental Investigation on Squeal and Chatter Phenomena in Bicycle Disk Brakes (Part 1, Regeneration Experiments of Squeal and Chatter and Their Characteristics) (in Japanese), *Trans. JSME, Series C*, Vol.70, No.689(2004), pp.30-37.
- (7) Sueoka, A., Ryu, T., Shirozu, K., Emura, A. and Nakano, Y., Experimental Investigation on Squeal and Chatter Phenomena in Bicycle Disk Brakes (Part 2, Generation Mechanisms of Squeal and Chatter and Their Countermeasures) (in Japanese), *Trans. JSME, Series C*, Vol.70, No.689 (2004), pp.38-45.
- (8) Mansour, W. M., Quenching of limit cycles of a van der Pol oscillator, *Journal of Sound and Vibration*, **25**(3), (1972), 395-405.