可変リンク機構による鉄道車両の車体傾斜制御に関する基礎的研究*

(第1報, リンク機構による基本振り子特性と完全車体傾斜条件)

吉田 秀久^{*1}, 永井 正夫^{*2}Study on Car Body Tilting System Using Variable Link Mechanism
(1st Report, Fundamental Characteristics of Pendulum Motion
and Strategy of Perfect Tilting Condition)Hidehisa YOSHIDA^{*2} and Masao NAGAI^{*2} Department of Mechanical System Engineering, Tokyo University of Agriculture & Technology,
2-24-16 Nakacho, Koganei-shi, Tokyo, 184-8588 Japan

This paper aims to analyze fundamental dynamic characteristics of tilting railway vehicle using variable link mechanism for compensating both lateral acceleration that passengers feel and wheel load imbalance between inner and outer rails. In this report, geometric relations between the center of rotation, the center of gravity, and the positions of all four links of tilting system are analyzed. Then, equations of the pendulum motions of railway vehicle body with four-link mechanism are derived. This paper theoretically discusses about the geometrical shapes of link mechanism that can provide zero lateral acceleration and zero wheel load fluctuation simultaneously. Then, "perfect tilting condition", which is the control target of feedforward tilting control, is derived by linear equation of tilting motion.

Key Words: Railway, Dynamics of Machinery, Motion Control, Tilting Control, Link Mechanism, Vehicle Dynamics

1. 緒 言

鉄道車両が既存の曲線区間を走行する際に, 走行速度の向上により, 乗員にはカントで補償しきれない超過遠心加速度が作用するため, 乗り心地が悪化しやすい. そこで車体に作用する超過遠心加速度の影響を傾斜制御方式⁽¹⁾⁽²⁾により低減することが求められている.

これらの傾斜制御方式では多くの場合, 回転中心に対して車体の重心が移動することで, 傾斜角が実現する. そのため, 曲線走行時には外軌側に重心が移動することで, 車体を支持する左右の輪重にアンバランスが生じ, 輪重変動が発生する. 現在の傾斜制御方式では乗り心地確保のため傾斜角を制限しているため, 輪重変動も少ないものと思われる.

一方, 昨今の輪重管理の要求から緩和曲線通過時の安全性向上のために輪重変動を考慮することは, 車体傾斜車両の付加価値性をより高めるものと期待される.

本論文では, 国内で運用されているコロを利用した傾斜機構による振り子式傾斜機構(コロ式と以下称す)と異なる, リンク機構を利用した車体傾斜車両(リンク式と以下称す)を対象とする. 本リンク式は, コロ式などと同様にリンク配置による自然振り子特性が実現可能である. これまでに, 揺れまくらつり機構の固有振動数に関する研究⁽³⁾⁽⁴⁾がなされており, リンク式で

も固有振動数による影響があることが予想される.

リンク式では摩擦の問題によりアクチュエータを付加して強制的に傾斜制御をすることで, 乗り心地を確保し運用されている⁽²⁾. 強制的に傾斜制御をすることが出来れば, 構造等の工夫により, 乗り心地に影響を及ぼす超過遠心加速度と, 安全性に影響を及ぼす輪重変動を共に低減することが可能である.

そこで, 様々なリンク配置を室内で検討するために, 既に開発した曲線区間の高速走行を模擬できる超過遠心加速度シミュレータ⁽⁵⁾上に, 提案するリンク式車体傾斜機構を備えた模型装置を設計・製作した.

特に, リンク式は強い非線形性を持つことから機構解析ソフトなどによる解析手法に頼りがちである. しかし, ブラックボックス的になるため, これらの解析手法では, 傾斜制御方式を見通しよく理論的に取り扱うことは不向きである.

そこで, 本論文ではリンク式の車体傾斜車両をモデル化し, 線形近似手法による理論モデルを導いた. 次に, 模擬装置による実験結果と理論解析モデルによる解析結果とを比較し, モデルの有効性を明らかにする. 更に, 車体部床面の左右加速度と輪重変動の両方を積極的に抑える新しい車体傾斜制御方式を提案する.

2. 理論解析モデルの概要

2-1 モデルの設定と瞬間回転中心の導出 図1

に本研究で対象とする車体, 振り梁, 台車-輪軸・レール系で構成される車体傾斜車両の断面モデルを示す.

* 原稿受付 2006年1月18日.

^{*1} 正員, 東京農工大学大学院共生科学技術研究院(☎184-8588 小金井市中町2-24-16).

E-mail: hyoshida@cc.tuat.ac.jp

基本運動を明確化するため、空気ばね等のばね要素は考慮せず、車体-振り梁間の相対運動は無いものとし、車体と振り梁は剛に接続されたものと仮定する。本論文では車体-振り梁をまとめて以下、車体と称する。また、台車と輪軸・レール系も剛結合し同じ運動を行うと仮定すると、台車が車体を支持する純粋なリンク機構による傾斜特性のみを取り扱うことが可能となる。

図1に示した車体傾斜車両のリンク機構では、点Bが点Aを中心に、点Cが点Dを中心に円運動をする。しかし、車体側の $\overline{BC}$ 間距離が一定で拘束されるため、車体が傾斜可能となる。このように車体側と台車側が2本のリンク $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ で結ばれ、 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ をリンクとすると4節リンクを構成することにより傾斜(振り運動)することが出来る。2本のリンク $\overline{AB}$ と $\overline{CD}$ の延長線上で交わる点を瞬間回転中心Rとして定義する。

図2はリンク機構の幾何学的関係を示したものである。実車では座標原点を左右の車輪がレールと接触する面上で、左右軌道の間中位置を座標原点と取るが、本研究では、対象とする装置の構成上、超過遠心加速度を再現する動揺テーブル面上で、左右のロードセルの間中位置を原点の位置とする。

ここで $r_b=r_d$ の時は $\overline{BC}$ と $\overline{AD}$ が平行となるため、回転中心Rは存在しない。瞬間回転中心Rはリンク $\overline{AB}$ とリンク $\overline{CD}$ の延長線上での交点であるから、 $\overline{AB}$ を含む

Fig.1 Cross section model of tilting vehicle using link mechanism

Fig.2 Geometrical model of the four link mechanism

直線の式と $\overline{CD}$ を含む直線の式を求め、連立方程式を解くことでその座標は求められる。台車側 $\overline{AD}$ は軌道面であるY軸と並行とし、点Aの座標を (y_a, z_a) とする。リンク $\overline{AB}$ と台車側 $\overline{AD}$ とがなす外角を θ_a 、台車に対する車体の傾斜角を θ_b とし、モデルの簡単化のため、左右のリンク長は同一(すなわち $r_a=r_c$)と考える。以上より、瞬間回転中心Rの座標 (y, z) に関して以下の式が成り立つ。詳細は付録1を参照されたい。

$$y = y_a + r_a \cos \theta_a \frac{r_a \sin \theta_a - r_b \sin \theta_b}{r_b \sin(\theta_a - \theta_b) - r_d \sin \theta_a} \quad \cdots \cdots (1)$$

$$z = z_a + r_a \sin \theta_a \frac{r_a \sin \theta_a - r_b \sin \theta_b}{r_b \sin(\theta_a - \theta_b) - r_d \sin \theta_a} \quad \cdots \cdots (2)$$

車体重心Gは車体側 $\overline{BC}$ と $\overline{BG}$ の角度 α の位置に存在すると仮定する。また、車体重心Gは車体 $\overline{BC}$ の垂直2等分線上に存在する。以上により車体重心Gの座標 (y_g, z_g) に関して、以下の式が成り立つ。

$$y_g = y_a - r_a \cos \theta_a + r_g \cos(\theta_b + \alpha) \quad \cdots \cdots (3)$$

$$z_g = z_a - r_a \sin \theta_a + r_g \sin(\theta_b + \alpha) \quad \cdots \cdots (4)$$

ここで、角度 θ_a は θ_b の関数である。詳細は付録2を参照されたい。

$$\theta_a = \tan^{-1} \left(\frac{r_b \sin \theta_b}{r_b \cos \theta_b - r_d} \right) + \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{r_b^2 + r_d^2 - 2r_b r_d \cos \theta_b}}{2r_a} \right) \quad \cdots \cdots (5)$$

以上により、 $R(y, z)$ 、 $G(y, z)$ は傾斜角 θ_b のみの関数として表現される。

2.2 単純解析モデル 車体の傾斜運動は、回転中心R周りに車体重心Gが運動する。リンクで支持された重心Gは外力が作用することで、振り子運動を行う。これに伴いリンク自体も振り子運動を行うため、回転中心Rも移動する。本論文では見通しのよい解析を行うため、この回転中心Rが移動しないと仮定し、図3に示すとおり点R回りの点Gの回転運動として式を求める。但し、重力 g 、車体重心に作用する超過遠心加速度 α_u 、車体質量 m 、車体重心点回りの車体の慣性モーメント I_G とすると、モーメントの釣り合い式より、車体傾斜角 θ_b に関する運動方程式は以下のように示される。

$$\left[I_G + m \left\{ (y_g - y)^2 + (z_g - z)^2 \right\} \right] \ddot{\theta}_b = -mg(y_g - y) - m\alpha_u(z_g - z) \quad (6)$$

この方程式の特徴は θ_b の運動とともに物理振り子の腕の長さに相当する部分が変化することである。この式(6)と式(1)-(5)を同時に解くことで、リンク式の車体傾斜車両の θ_b に関する運動を解くことが可能である。

Fig.3 Link mechanism and normal pendulum

2.3 線形近似 前項で求めた式(6)及び式(1)-(5)では理論解析をする際に、非線形であるために非常に見通しが悪い。特に、制御器を設計する際には見通しの良い線形系の運動方程式が望ましい。そこで、求めた運動方程式の近似線形化を行う。車体傾斜モデルでは θ_b が零を中心に運動することから、Maclaurinの定理を用いた1次近似手法により、以下の3項目についての線形化を行う。

(1) 式(5)の θ_a について

式(5)の線形近似をすると、

$$\theta_a = \theta_a(\theta_b) = \theta_a(0) + \left. \frac{d\theta_a}{d\theta_b} \right|_{\theta_b=0} \theta_b$$

$$\theta_a = \left\{ \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \left(\frac{r_b - r_d}{2r_a} \right) \right\} + \frac{r_b}{r_b - r_d} \theta_b \quad (7)$$

(2) 等価振り子長 $\overline{RG}$ について

式(1)と(3)、及び式(2)と(4)を線形化すると、

$$y_g - y = \bar{A}_0 + (\bar{B}_0 - \bar{C}_0) \theta_b \quad (8)$$

$$z_g - z = \bar{C}_0 + \bar{A}_0 \theta_b \quad (9)$$

但し、

$$\bar{A}_0 = -\frac{r_b}{2} + r_e \cos \alpha \quad (10)$$

$$\bar{B}_0 = \frac{2r_a^2 r_b r_d}{(r_b - r_d)^2 \sqrt{4r_a^2 - (r_b - r_d)^2}} \quad (11)$$

$$\bar{C}_0 = r_e \sin \alpha - \frac{r_b \sqrt{4r_a^2 - (r_b - r_d)^2}}{2(r_b - r_d)} \quad (12)$$

なお、初期状態から r_b の長さが変化しない場合には、車体重心Gは車体 $\overline{BC}$ の垂直2等分線上に存在することから、 $\bar{A}_0 = 0$ となる。

(3) 慣性モーメントについて

上式より慣性モーメントは振り運動と共に変化するがここでは車体傾斜角 θ_b が零の場合の慣性モーメントとして仮定し、式(6)の線形化を図る。

$$I_G + m\{(y_g - y)^2 + (z_g - z)^2\} = I_G + m(\bar{A}_0^2 + \bar{C}_0^2) \quad (13)$$

以上によりリンク式の車体傾斜車両の運動方程式は、円軌道を示す線形な回転系の運動方程式で近似することが出来る。

$$\begin{aligned} [I_G + m(\bar{A}_0^2 + \bar{C}_0^2)] \ddot{\theta}_b \\ = m(g\bar{A}_0 + \alpha_u \bar{C}_0) - m(\alpha_u \bar{A}_0 + \bar{B}_0 - g\bar{C}_0) \theta_b \end{aligned} \quad (14)$$

2.4 線形運動方程式と非線形運動方程式の比較

2.2で求めた非線形運動方程式と2.3で求めた線形運動方程式を比較する。

式(6)の非線形運動方程式における慣性モーメントと、式(14)の線形運動方程式における慣性モーメントの関係を調べる。図4(a)にその結果を示す。また、式(6)を式(15)に、式(14)を式(16)に変形し、角加速度と角度の関係を調べる。図4(b)にその結果を示す。これらに用いるパラメータは後述する実験装置の値を用い $r_d = 0.250\text{m}$, $r_b = 0.350\text{m}$, $r_a = r_c = 0.250\text{m}$ とした。

$$\ddot{\theta}_b = \frac{-mg(y_g - y) - m\alpha_u(z_g - z)}{I_G + m\{(y_g - y)^2 + (z_g - z)^2\}} \quad (15)$$

$$\ddot{\theta}_b = -\frac{m(g\bar{A}_0 + \alpha_u \bar{C}_0)}{I_G + m(\bar{A}_0^2 + \bar{C}_0^2)} - \frac{m(\alpha_u \bar{A}_0 + \bar{B}_0 - g\bar{C}_0)}{I_G + m(\bar{A}_0^2 + \bar{C}_0^2)} \theta_b \quad (16)$$

図4(a)より、等価振り子長 $\overline{RG}$ の影響により、車体傾斜角 θ_b が0deg近傍以外では、ずれていることがわかる。図4(b)より、車体傾斜角 θ_b が10deg近くまでは線形化された運動方程式は非線形運動方程式をよく近似していることがわかる。本研究での傾斜角の対象が10deg以下であることから、近似された線形運動方程式を用いて解析を行う。

(a) Relation between moment of inertia and angle

(b) Relation between angular acceleration and angle

Fig.4 Results of linear model and nonlinear model

3. リンク式の自然振子基本特性

3.1 模型実験装置 リンクに支持された車体の曲線通過時の挙動を検討するため、図5に示す設計・製作した模型実験装置を用いる。

超過遠心加速度は図5(a)中の下部のテーブル部が傾斜することで重力成分により再現される。また図5(b)に車体部概略を示す。リンク長 r_a とリンク上端間隔 r_d は調整可能で、リンク下端間隔 r_b は振子梁両端に取り付けられたサーボモータ駆動のリニアガイドにより、左右独立にかつ連続的に、間隔を調整可能な構造である。車体部・テーブル部には加速度計および角度計が

(a) Outside view (Picture)

(b) Outline of tilting experimental model with sensors

(c) Outline of tilting model with link

Fig.5 Experimental setup

Table 1 Experimental setup parameters

Index	Symbol	Value/Unit	Index	Symbol	Value/Unit
Car body mass	M	147.9kg	Length of Links	$r_a (=r_c)$	0.25m
Moment of Inertia of carbody roll	I_G	13.13kgm ²		(r_a, r_c, r_d)	r_d
Mass of bogie and Links	$2m_i$	99.3kg	Height of body c.o.g.	h	0.36m
Gage of track	$\bar{G}$	0.80m	Height of bogie c.o.g.	h_i	0.22m

設置され横方向加速度とロール角、台車部はロードセルにより支持され、左右の輪重をそれぞれ計測した。

車両が曲線を通過する際には、遠心力と重力により自由振動をする。また、円曲線では遠心力と重力がつりあった状態で傾く。これらはリンク式の自然振子式車体傾斜の状態（自然振子と称する）である。本章ではこの自然振子特性として以下に述べる3つの項目について検討する。

- ・固有振動数 f_n
- ・定常円旋回時の車体部左右加速度 α_d
- ・定常円旋回時の輪重変動率 $\Delta P/P$

3.2 自然振子特性(固有振動数) リンクに支持された車体挙動の基本特性を検討する。式(14)よりモデル化された固有振動数 f_n は次式で表される。

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m(\alpha_n \ddot{A}_0 + g\ddot{B}_0 - gC_0)}{I_G + m(\ddot{A}_0^2 + \ddot{C}_0^2)}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

また実験においては、初期角度約10degで自由振動させ、 θ_0 の時刻列応答から固有振動数 f_n を求める。

図6に固有振動数 f_n の計算結果及び実験結果を示す。リンク寸法は2.4で用いたものと同様である。 r_b が増加すると、固有振動数が増加する傾向が一致し、値についても同等なものが得られてることから、導出した運動方程式が妥当であることが確認出来る。

特に $r_b < r_d$ となる逆台形状では固有振動数は小さく、 $r_b > r_d$ となる正台形状では r_b が増加するにつれて固有振動数が飽和する傾向を示す。

以上より、大胆な仮定を前提として導出した式(14)にも関わらず、振り子特性も定量的に示されていることが

Fig.6 Natural frequency characteristics

分かった。 r_b の増加と共に多少近似が悪化するの、図3に示す等価振り子長RGの誤差によるものと考えられる。

3.3 定常円旋回時の車体部左右加速度 超過遠心加速度 α_u が曲線外軌側に作用した場合、車体を内軌側に傾けることにより超過遠心加速度 α_u を打ち消すことが出来る。その時、車体内部にいる乗客の感じる左右加速度を車体部左右加速度 α_d とすると、次式で与えられる。ただし、 V は曲線通過速度、 ρ は曲率、 θ_0 はカント角である。

$$\alpha_d = \rho_0 V^2 \cos(\theta_b + \theta_0) - g \sin(\theta_b + \theta_0) \approx \alpha_u - g \theta_b \quad (18)$$

遠心力と重力が一定に作用する曲率一定の円旋回中では、車体部の傾斜角は定常状態を保つ。このときの定常傾斜角は式(14)より次式で示される。

$$\theta_{b0} = -\frac{g\bar{A}_0 + \alpha_u \bar{C}_0}{\alpha_u \bar{A}_0 + g\bar{B}_0 - g\bar{C}_0} \quad (19)$$

従って、このときに乗客が感じる車体部における左右定常加速度 α_{d0} は、次式となる。

$$\alpha_{d0} = \alpha_u + \frac{g\bar{A}_0 + \alpha_u \bar{C}_0}{\alpha_u \bar{A}_0 + g\bar{B}_0 - g\bar{C}_0} g \quad (20)$$

図7に定常円旋回時の車体部左右加速度 α_{d0} の計算結果及び実験結果を示す。リンク下端間隔 r_b の変化により最小値を持つ傾向が一致している。計算結果及び実験結果で得られた値がほぼ等しいことより、定常時の関係式が妥当であることが分かった。

今回調べたリンク式のパラメータでは、超過遠心加速度を打ち消すことが出来ていない。さらに、逆台形の場合においては超過遠心加速度が増大する状態($\alpha_u = 1.813 \text{ m/s}^2$ を超える領域)に陥っている。これは逆振り子となってしまう、当然のことながら望ましくない。

また、極小値を持つような傾向により、今回検討したパラメータで自然振子のように振らせる場合、リンク下

Fig.7 Steady-state lateral acceleration for passengers on curve

端の間隔を変化させる場合では超過遠心加速度を打ち消す事が出来ない事が分かった。

3.4 定常円旋回時の輪重変動 車両が曲線通過時に、カントとのバランス速度を超えて走行する際に、遠心加速度が相殺されず、超過遠心加速度 α_u が外軌側に作用する。この場合、既存の傾斜方式では車体の重心が外軌側に移動するため、輪重変動は更に増加する。本研究では左右輪の輪重変動成分を ΔP 、静止輪重を P_0 とし、次式を輪重変動率と定義し、これについて検討する。ここで、実験対象の装置モデルに取り付けた荷重計の配置より、輪重変動の導出には、台車枠(装置台枠)の質量 m_t と台車重心位置座標(y_t, z_t)を考慮する。式に用いる長さ r_e は、図2に示すBG間の長さ、長さ $\bar{G}$ はロードセルの設置間隔(軌間に相当)を示す。ただし本研究では $y_t = 0$ となる。

$$\begin{aligned} \Delta P / P_0 &= \frac{2(my_t g + mz_t \alpha_u + 2m_t y_t g + 2m_t z_t \alpha_u)}{Gg(m + 2m_t)} \\ &= \frac{2\bar{D}_0}{Gg(m + 2m_t)} + \frac{2m(\alpha_u \bar{A}_0 - g\bar{C}_0)}{Gg(m + 2m_t)} \theta_b \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \bar{D}_0 &= m \left\{ \bar{A}_0 g + \left(z_t - \frac{1}{2} \sqrt{4r_a^2 - (r_b - r_d)^2} + r_t \sin \alpha \right) \alpha_u \right\} \\ &\quad + 2m_t z_t \alpha_u \end{aligned} \quad (22)$$

図8に定常円旋回中の輪重変動率 $\Delta P/P$ の計算結果及び実験結果を示す。なお、加わる超過遠心加速度 α_u は図7と同じ一定値である。結果はよく一致しており、輪重変動率についての関係式が妥当であることが分かった。

輪重変動については、固有振動数や超過遠心加速度ほど変化に大きな差はない。また、超過遠心加速度と同様に遠心力と重力による自然振子作用で傾斜させた場合、リンク下端間隔の変化では輪重変動を零に近づ

Fig.8 Steady-state wheel load ratio on curve

けることが難しいことが分かった。

4. 新しい傾斜制御系の提案

本研究では、乗客の感じる左右加速度と輪重変動を同時に低減する傾斜制御系を検討する。最初の取り組みとして、制御効果を明らかにするため、傾斜制御系の目標は乗員が感じる左右定常加速度(超過遠心加速度)及び輪重変動を同時に零とする。

4.1 新しい傾斜制御入力提案 前章で検討した、4節リンク機構による自然振子方式のリンク支持方式において、リンク下端間隔 r_b を単に変化させた場合では左右加速度と輪重変動を同時に零とすることは不可能であった。

そこで、リンク下端部 $\overline{BC}$ を車体重心との位置関係で、左右非対称に変化させることを提案する。図9にその概念図を示す。

初期状態において車体重心 G は車体 $\overline{BC}$ の垂直2等分線上に位置する。ジョイント B はそのまま、すなわち r_{bl} は固定で、ジョイント C を車体と相対的にずらすことで、 r_{br} の寸法を伸ばす。このときリンク機構の自然振子作用で、瞬間回転中心 R と車体重心 G は常に重力方向の鉛直下向きになることで釣り合うため、車体部 $\overline{BC}$ は水平面に対して傾斜し、釣り合うこととなる。

Fig.9 Difference of link geometrical shapes

本研究では、車体に対してジョイント B , C を相対的にずらす、すなわちリンク下端部の長さ $\overline{BC}$ を構成する r_{bl} と r_{br} の長さを独立にアクチュエータにより伸縮し、4節リンクの形状を制御する。

$$r_b = r_{bl} + r_{br} \quad (23)$$

ここでは、 r_{bl} と r_{br} を直接の制御入力とはせず、それぞれの和と、差である u_p, u_m を制御入力として議論する。

$$\begin{cases} u_p = r_{bl} + r_{br} \\ u_m = r_{bl} - r_{br} \end{cases} \quad (24)$$

以上により、初期状態において車体重心 G は車体 $\overline{BC}$ の垂直2等分線上に位置するが、制御により、車

体重心 G は車体 $\overline{BC}$ の垂直2等分線上に存在しないように r_b の長さを調整することが可能となる。この調整分が新しい制御入力 u_p, u_m に相当する。

この方式は、車体傾斜角を制御入力により直接制御するのではなく、重力効果により傾斜させる。制御がフェールした際には、リンク式の自然振子作用が期待出来ることから、強制車体傾斜方式ではなく、自然振子方式とも区別出来るので、セミアクティブ傾斜制御と位置付けることができる。

4.2 完全車体傾斜条件 前述の通り、乗員が感じる左右定常加速度(超過遠心加速度)及び輪重変動を同時に零とすることを傾斜制御の目標とする。

$$\begin{cases} \alpha_d = 0 \\ \Delta P / P_0 = 0 \end{cases} \quad (25)$$

式(21)に各座標を代入し線形化し、式(19)と合わせることで、線形化された車体傾斜モデルより次の制御入力 u_p が得られる。詳細は付録3を参照されたい。

$$u_p = \bar{F}_0, \quad u_m = \frac{\alpha_u}{g^2 + \alpha_u^2} \bar{E}_0 \quad (26)$$

$$\bar{E}_0 = -2g \left(\sqrt{r_a(z_a + \frac{2m_l}{m} z_l)} + z_a + \frac{2m_l}{m} z_l \right) \quad (27)$$

$$\bar{F}_0 = r_d \left(1 + \sqrt{r_a(z_a + \frac{2m_l}{m} z_l)} \right) \quad (28)$$

$\bar{E}_0$ と $\bar{F}_0$ は共に、リンク式車体傾斜車両のパラメータで決定される。本論文の様に台車の運動を考慮しなければ、 $\bar{E}_0$ と $\bar{F}_0$ は共に固定値として取り扱うことができる。従ってこの場合に u_p は定数となり、制御入力は u_m の1入力として取り扱うことが可能となる。制御入力 u_m は超過遠心加速度の関数として示されることから、走行中に車体に作用する超過遠心加速度が予めわかれば、これを用いて、例えば、図10に示すようなフィードフォワード傾斜制御等が実現可能となる。

4.3 完全車体傾斜条件による傾斜性能 式(6)の非線形車体傾斜モデルより、式(25)を満たす制御入力

を探索する。これと、線形車体傾斜モデルより導出された式(26)の完全車体傾斜条件とを比較する。非線形運動方程式においては、式(25)における右辺を、左右加速度 α_d を $0.01 \text{ m/s}^2 (0.001g)$ 以下、輪重変動率 $\Delta P/P$ を 0.1% 以下と探索条件を規定した。

図11にリンク下端間隔 $\overline{BC}$ を構成する r_{bl} と r_{br} の長さの関係と完全車体傾斜条件を満たすの制御入力 u_m と u_p を示す。走行速度により車体部に作用する超過遠心加速度が変化することから、5種類の走行速度で探索を行った。このときのリンクパラメータ及び曲線条件は、

Fig.10 Block diagram of Feedforward tilting control

(a) Relationship of r_{bl} and r_{br} (b) Relationship of u_m and u_p

Fig.11 Optimal link shape of perfect tilting condition

$r_a=r_d=0.25[m]$, $\rho=2.5 \times 10^{-3}[1/m]$, $\theta_0=5.7[\text{deg}]$ とした。

非線形運動方程式による r_{bl} と r_{br} 、及びの u_m と u_p 探索解と完全車体傾斜条件における解は、ほぼ一致しており、完全車体傾斜条件の有効が示された。

5. 結 言

本論文ではリンク式車体傾斜車両のモデル化を行い、線形近似手法による理論モデルを導いた。次に模擬実験装置による実験結果と理論モデルによる解析結果とを比較し、提案したモデルの有効性を明らかにした。更に、車体部床面の左右加速度と輪重変動の両方を積極的に抑える新しい傾斜システムを提案した。この傾斜方式は、強制的に車体を傾斜させるのではなく、重力と遠心力のつりあい状態を可変とするセミアクティブ制御方式である。以下の結論を得た。

(1) 線形化近似手法を適用した理論モデルにおいて、実用的な傾斜角度領域で線形近似が有効なことを明らかにした。

(2) 車体傾斜機構のリンク長、リンク間間隔を変化させて、乗客の感じる車体部床面左右加速度と輪重変

動を小さくするには限界がある。

(3) 車体に対してジョイント B, C を相対的にずらすことで、リンク下端間長さを左右独立に調整可能な制御システムを提案した。

(4) 車体部床面左右加速度と輪重変動を同時に零とする完全車体傾斜条件を導出した。

(5) 非線形運動方程式による解を探索することで、導出した完全車体傾斜条件の有効性を明らかにした。

本研究は遠心力と重力による自然振子作用を利用して、セミアクティブ傾斜制御により、その傾斜効果の利点を広げることを目指した基礎的研究である。なお、本研究においてご助言を頂いた、東京農工大学遠山茂樹教授、鎌田崇義助教授、実験・計算に協力願った本学修了生の末木健之君、小塚千尋君、潮見俊輔君に謝意を表します。

記 号 の 説 明

本文及び表 1 以外に、模型実験及び計算モデルの本論文で用いた記号と数値を以下に示す。

- r_a : リンク長 ($=0.250\text{m}$), r_b : リンク下端間隔 (m),
- r_c : リンク長 ($=r_a=0.250\text{m}$), r_d : リンク上端間隔 ($=0.250\text{m}$)
- r_e : 車体重心 G—リンクジョイント B 間隔 (m),
- r_{bl} : リンク下端左側間隔 (m),
- r_{br} : リンク下端右側間隔 (m),
- u_m : 提案する制御入力; リンク下端間隔差 (m),
- u_p : 提案する制御入力; リンク下端間隔和 (m),
- y_a : リンクジョイント A における左右座標 ($=r_d/2$),
- z_a : リンクジョイント A における上下座標 ($=0.460\text{m}$),
- α : 区間 $\overline{BG}$ とリンク下端間隔 $\overline{BC}$ がなす角 (rad),
- θ_a : 台車 $\overline{AD}$ とリンク $\overline{AB}$ のなす外角 (rad)

付録 1 瞬間回転中心 R の導出

瞬間回転中心 R の座標は、図 1 に示すようにリンク $\overline{AB}$ とリンク $\overline{CD}$ の延長線分上で交わる点である。従って直線 $\overline{AB}$ の式と直線 $\overline{CD}$ の式を求め、連立方程式を解くことで求められる。直線 $\overline{AB}$ と直線 $\overline{CD}$ の式は次式になる。

$$\text{直線 } \overline{AB}: z - z_a = \frac{z_b - z_a}{y_b - y_a} (y - y_a) \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\text{直線 } \overline{CD}: z - z_d = \frac{z_c - z_d}{y_c - y_d} (y - y_d) \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここで、ジョイント B, C, D の座標はジョイント A の座標、リンク長と角度を用いて以下の通りに示される。

$$\text{ジョイント B: } \begin{cases} y_b = y_a - r_a \cos \theta_a \\ z_b = z_a - r_a \sin \theta_a \end{cases} \quad \dots\dots\dots (31)$$

ジョイント C:

$$\begin{cases} y_c = y_b + r_b \cos \theta_b = y_a - r_a \cos \theta_a + r_b \cos \theta_b \\ z_c = z_b + r_b \sin \theta_b = z_a - r_a \sin \theta_a + r_b \sin \theta_b \end{cases} \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$\text{ジョイント D: } \begin{cases} y_d = y_a + r_d \\ z_d = z_a \end{cases} \dots\dots\dots (33)$$

式(29), (30)を連立して, 式(31)-(33)を代入することで, 式(1), (2)は導出される。

付録2 角度 θ_a の導出

図2において, ジョイントBとDとの間隔を p とおくと, p は $\triangle ABD$ において余弦定理より次式で表される。

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{r_a^2 + r_d^2 - 2r_a r_d \cos(\pi - \theta_a)} \\ &= \sqrt{r_a^2 + r_d^2 + 2r_a r_d \cos \theta_a} \end{aligned} \dots\dots\dots (34)$$

線分 $\overline{BD}$ と水平面とのなす角を ϕ とすると, 次の2つの関係式が成り立ち, ϕ が導かれる。

$$\begin{cases} \cos \phi = -\frac{r_a \cos \theta_a + r_d}{p} \\ \sin \phi = -\frac{r_a \sin \theta_a}{p} \end{cases} \dots\dots\dots (35)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{r_a \sin \theta_a}{r_a \cos \theta_a + r_d} \right) \dots\dots\dots (36)$$

次に $\triangle DBC$ に余弦定理を適用すると次式が成り立つ。

$$r_c^2 = p^2 + r_b^2 - 2pr_b \cos(\phi - \theta_b) \dots\dots\dots (37)$$

$$\therefore \theta_b = \phi - \cos^{-1} \left(\frac{p^2 + r_b^2 - r_c^2}{2pr_b} \right) \dots\dots\dots (38)$$

以上より, 三角関数の加法定理, 三角関数の合成を適用し ϕ を消去することで, 式(5)が導出される。

付録3 完全車体傾斜条件の導出

制御入力 u_p, u_m を導入することで, 線形の運動方程式(式(14))と輪重変動(式(21))次の様に変換えられる。

$$\begin{aligned} I_G + m(\bar{A}^2 + \bar{C}^2) \ddot{\theta}_b \\ = -m(g\bar{A} + \alpha_u \bar{C}) - m(\alpha_u \bar{A} + g\bar{B} - g\bar{C})\theta_b \end{aligned} \dots\dots\dots (39)$$

$$\Delta P / P_0 = \frac{2\bar{D}}{Gg(m+2m_t)} + \frac{2m(\alpha_u \bar{A} - g\bar{C})}{Gg(m+2m_t)} \theta_b \dots\dots\dots (40)$$

$$\bar{A} = \frac{1}{2}u_m, \quad \bar{B} = 2r_a^2 r_d u_p / \left\{ (u_p - r_d)^2 \sqrt{4r_a^2 - (u_p - r_d)^2} \right\}$$

$$\bar{C} = h - u_p \sqrt{4r_a^2 - (u_p - r_d)^2} / 2 \{ 2(u_p - r_d) \}$$

$$\begin{aligned} \bar{D} = m \left\{ \bar{A}g + \left(z_a - \frac{1}{2} \sqrt{4r_a^2 - (u_p - r_d)^2} + h \right) \alpha_u \right\} + 2m_t z_t \alpha_u \\ \dots\dots\dots (41) \end{aligned}$$

ただし, ここでは車体重心 G は車体 $\overline{BC}$ の垂直二等分線上に存在しないように r_b の長さを調整することが必要のため, リンク下端間隔 $\overline{BC}$ から車体重心 G までの鉛直方向高さ寸法 h は変わらないと仮定し, 次の条件を導入する。

$$\begin{cases} r_b = r_{bl} + r_{br} \\ r_e \cos \alpha = r_{bl} \\ r_e \sin \alpha = h \end{cases} \dots\dots\dots (42)$$

静的なモーメントの釣り合い状態での傾斜角は式(19)で示される。左右加速度が零になる傾斜角は式(18)より次式のように示される。

$$\theta_b = \frac{\alpha_u}{g} \dots\dots\dots (43)$$

式(19)と式(43)より, 静的釣り合い状態で左右加速度が零になる条件は次式で示される。

$$(\alpha_u^2 + g^2) \bar{A} = -\alpha_u g \bar{B} \dots\dots\dots (44)$$

式(21)と式(43)より, 静的釣り合い状態で輪重変動が零になる条件は次式で示される。

$$(\alpha_u^2 + g^2) \bar{A} = \alpha_u g \bar{C} - \frac{g}{m} \bar{D} + g^2 \bar{A} \dots\dots\dots (45)$$

以上の式(44)と式(45)の左右加速度と輪重変動を共に零とする条件式より, 左辺を消去することで次式が得られる。

$$\alpha_u (\bar{B} + \bar{C}) + g \bar{A} - \frac{1}{m} \bar{D} = 0 \dots\dots\dots (46)$$

ここで, $4r_a^2 \gg (u_p - u_m)^2$ と仮定する。また, 点Aのy座標を $y_a = -r_d/2$ とすると, 式(41)は次の様に示される。

$$\bar{A} = \frac{1}{2}u_m, \quad \bar{B} = \frac{r_a r_d u_p}{(u_p - r_d)^2}, \quad \bar{C} = h - \frac{u_p r_d}{u_p - r_d} \dots\dots\dots (47)$$

$$\bar{D} = m \{ \bar{A}g + (z_a - r_d + h) \alpha_u \} + 2m_t z_t \alpha_u$$

式(47)を式(46)に代入し整理することで制御入力 u_p は式(26)のように導出される。また, 式(44)及び式(47)より制御入力 u_m も式(26)のように導出される。

文 献

- (1) Yukawa Y., Okamoto I., Koyanagi S., Fujimori S., Kasai K., Terada K.: An Active Tilting System for Railway Cars (In Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.53, No.496 (1987), 2588-2596
- (2) Roger Goodall: Active railway suspensions: Implementation status and technological trends, *Vehicle System Dynamics*, 28 (1997), 87-117
- (3) Matsudaira Tadashi.: Natural frequencies of passenger car and electric motor train (In Japanese), *Report of railway research work*, Vol.6, No.2, (1949-2), 3-14
- (4) Matsudaira Tadashi.: Natural Frequencies of Lateral Vibration of Bogie Car (In Japanese), *Report of railway research work*, Vol.12, No.23, (1955-12), 575-585
- (5) Yoshida H., Yamamoto N., Nagai M.: Tilting Control of Railway Vehicle using Electric Actuators (1st Report) (In Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.66, No.645 (2000), 1629-1635
- (6) Makino H., Takano M.: Mechanical Motion (In Japanese), (1978), 54-77, *Corona Publishing CO., LTD.*