トルク入力を用いた 3 リンクアクロバットロボットの姿勢制御*
(Backstepping 法による逆相運動の実現)越 本 振 一 郎^{*1}, 山 浦 弘^{*2}Posture Control of A 3-link Acrobat Robot By Torque Input
(The Realization of An Out-of-Phase Motion by Using A Backstepping Method)Shinitirou KOSHIMOTO^{*3} and Hiroshi YAMAURA^{*3} Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology,
2-12-1-13-10 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552 Japan

In this paper, we discuss an aerial posture control problem of a 3-link horizontal bar robot with nonzero initial angular momentum. Two joints of the robot can be controlled under the in-phase or out-of-phase constraint. We already succeeded in realizing 3-link aerial robot control under the in-phase constraint by using angular velocity in our previous study. In this paper, we show a way to control the robot under the in-phase and out-of-phase constraint by using torque input. First, the law of conservation of angular momentum is shown and an error equation is derived for a 3-link aerial robot. Next, the necessary condition which assures the existence of the control law under the out-of-phase constraint is derived. A feedback control law is derived by the backstepping technique which guarantees Lyapunov stability of the error system. The feedback control input is calculated numerically by solving a fourth order equation. The problem of un-uniqueness of the solution is avoided by a simple condition. Finally, simulation results are presented to show validity of the proposed control strategy.

Key Words: Underactuated System, Acrobat Robot, Backstepping, Out-of-phase Constraint

1. 結 論

近年、宇宙開発や人間支援を目的として、様々なロボットに人間が訓練により獲得するような巧みな運動や作業を行わせることが試みられている。ブラキエーション(枝渡り)運動の制御⁽¹⁾や、水中・空中に浮遊するロボットの姿勢制御⁽²⁾⁻⁽⁸⁾、車輪ロボット⁽⁹⁾の位置制御などがそれである。なかでも、スラスタを持たない宇宙ロボットや浮遊ロボット等の姿勢制御問題はその代表例である。空中にあるロボットは、運動を非線形運動方程式とノンホロノミック拘束となる角運動量保存則で記述でき、一般化座標の数よりも制御入力の数の方が少ない劣駆動系である。この劣駆動浮遊ロボットは、それ自身が持つ初期角運動量が零か否かによってシステムの性質が異なるという特徴がある。

初期角運動量が零の劣駆動浮遊ロボットは、入力に依存しない項、つまりドリフト項がない対称アフィン系として記述できる。この対称アフィン系は、Brockett⁽¹⁰⁾の定理よりいかなる連続状態フィードバックを用いても平衡点を安定化できないことが示されている。そのため、従来の方法では安定化が困難であったが、可変拘束制御⁽²⁾、滑らかな時不変フィードバック制御⁽³⁾などの手法が提案されている。

一方、初期角運動量が非零の劣駆動浮遊ロボットは、状態方程式の中にドリフト項が存在するアフィン系で記述でき、入力に関係なく状態が変化するという特徴を持っている。つまり、浮遊ロボットの絶対姿勢角に対応する状態変数が平衡点を持たないために制御問題を扱いづらくしている。これまでに、軌道計画に基づく手法、最短時間制御手法⁽⁴⁾、線形近似と時間軸状態制御を用いる手法⁽⁵⁾や、Backstepping法を用いた制御⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾などが提案されている。

筆者らはロボットによる運動の実現にはトルク入力による制御則を導出し、適当な大きさのトルク入力を

* 原稿受付 2005 年 12 月 12 日。

^{*1} 学生員、東京工業大学大学院理工学研究科(〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1-13-10)。^{*2} 正員、東京工業大学大学院理工学研究科。
E-mail: cosimoto@stu.mech.titech.ac.jp

選択することが重要であるという観点から、既に2リンク浮遊ロボットを対象に時変ゲインを有する逐次安定化 BackStepping 法⁽⁷⁾を提案し、合理的な大きさのトルク入力で姿勢制御が可能となることを示した。また、前報告⁽⁸⁾では制御手法の3リンク系への拡張を試み、二つの関節角速度が一致している同相運動拘束下での空中姿勢制御に成功した。

しかし、前報告では角速度入力を用いており、制御則を拡張してトルク入力を求める必要がある。また同相運動以外の姿勢制御則を明らかにしておらず、運動の選択肢が狭いという問題点がある。ここで、鉄棒ロボットの姿勢によっては逆相運動、つまり二つの関節角速度の正負が異なる運動の方が慣性モーメントを大きく変化できるため、逆相運動拘束下での空中姿勢制御が達成できれば運動の選択肢を広げることができる。以上のことから本論文では同相運動拘束下での制御則をトルク入力によるものに拡張することと、トルク入力を用いた逆相運動拘束下での3リンク劣駆動浮遊ロボットの空中姿勢制御を導出することを目的とする。

最後に後方2回宙返り着地を対象とした計算機シミュレーションを示し、解の有効性を示す。

2. 3リンク劣駆動浮遊ロボットの制御問題

2.1 3リンク劣駆動浮遊ロボットのモデル 図

1は、腕と胴体と脚から構成される3リンク2関節駆動の劣駆動浮遊ロボットの解析モデルである。 m_i , I_i , L_i , L_{gi} ($i=1, 2, 3$) はそれぞれ、質量、慣性モーメント、リンクの長さ、リンクの端からリンクの重心までの距離である。また、 θ は水平方向に対して反時計回りに測った胴体の絶対角であり、 ψ_1 , ψ_2 はそれぞれ腕と胴体の間の関節角および胴体と脚の間の関節角である。各関節角に働くトルク入力を $\tau = (\tau_1, \tau_2)^t$ とすれ

Fig. 1 3-link free-flying robot

ば、3リンク浮遊ロボットの運動方程式は以下のよう

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) = E\tau \quad (1)$$

$$(M \in R^{3 \times 3}, C \in R^{3 \times 1}, E \in R^{3 \times 2})$$

ここで、 $q = (\theta, \psi_1, \psi_2)^t$ であり、 M は慣性行列、 C はコリオリ力、遠心力の項である(付録A)。また、3リンク浮遊ロボットの持つ初期角運動量を $P_0 (< 0)$ とすれば、角運動量保存則は

$$P_0 = -K_0(\psi_1, \psi_2)\dot{\theta} - K_1(\psi_1, \psi_2)\dot{\psi}_1 - K_2(\psi_1, \psi_2)\dot{\psi}_2 \quad (2)$$

のように表される。式中の K_0 , K_1 , K_2 は

$$K_0 = M_1 + 2A_1 \cos \psi_1 + 2A_2 \cos \psi_2 + 2A_3 \cos(\psi_1 - \psi_2)$$

$$K_1 = M_2 + A_1 \cos \psi_1 + A_3 \cos(\psi_1 - \psi_2)$$

$$K_2 = M_3 + A_2 \cos \psi_2 + A_3 \cos(\psi_1 - \psi_2)$$

ここで、 M_i , A_i ($i=1 \sim 3$) はそれぞれロボットの物理パラメータによって与えられる定数であり、詳細は付録Aに示す。

2.2 3リンク劣駆動浮遊系の制御問題

非零の初期角運動量を持つ浮遊ロボットは、制御入力に依存しないドリフト項を持つ系であるため、絶対角 θ に相当する状態変数が平衡点を持たない。そこで、3リンク浮遊ロボットの姿勢制御問題は、ある時刻 $t = T$ にロボットの姿勢角 θ_f , ψ_{1f} , ψ_{2f} を通過するような制御入力を導出することと定義できる。本論文では各関節角加速度を入力 $u_1 = \ddot{\psi}_1$, $u_2 = \ddot{\psi}_2$ として制御問題を扱い、さらに求めた角度・角速度・角加速度の時刻歴応答を運動方程式(2)に代入することでトルク応答 τ を求める。この3リンク劣駆動浮遊ロボットの姿勢制御問題は、基本的に一つの関節角を固定して2リンク劣駆動浮遊ロボットの姿勢制御手法を応用することによって解決できるが、本研究では制御時間の短縮を考え、2つの関節角を同時に変化させる手法を提案する。

3. 逆相運動拘束時の制御

3.1 同相運動拘束と逆相運動拘束 3リンク浮遊系の制御において二つの入力を独立に考える場合、系が複雑となり解析的に解が求まらない。このため、3リンクロボットの関節角に対する拘束を

$$\psi_2 = \alpha\psi_1 + \beta \quad (3)$$

のように与え、擬似2リンク系として扱う。特に、 $\alpha = \pm 1$ なる拘束を与えた場合に K_0 の中の余弦関数が簡単化できるため、制御系が扱い易くなる。 $\alpha = 1$ の時は図2の(a)のように2つの関節角が同じ方向へ回転するので同相運動拘束 (In-phase constraint) であり、 $\alpha = -1$ の時は図2の(b)のように2つの関節角が互いに逆方向へ回転するので逆相運動拘束 (Out-of-phase constraint) である。前報⁽⁸⁾では、同相運動拘束時の角速度入力を用いた制御則を導出することに成功した。本節では逆相運動拘束 ($\alpha = -1$) の角加速度入力を用いた制御則を導出し、また同相運動拘束時の角速度入力解を角加速度入力へと拡張する方法も示す。

3.2 逆相運動拘束時の制御

3.2.1 誤差システムの導出 逆相運動拘束を受けた3リンク劣駆動浮遊ロボットは、自由度が1つ低減された擬似2リンク系であり、実質のところ制御する変数の数は2つである。そのため、逆相運動拘束時の3リンク系の姿勢制御問題は、2リンク系と同様にある時刻 $t = T_m$ の姿勢 $\theta(T_m)$, $\psi_1(T_m)$ から時刻 $t = T_m + T_f$ に終端姿勢 θ_f , ψ_{1f} を通過させるような制御則を設計することである。本節では、その制御問題を誤差システムの安定化問題として定式化する。まず、角運動量保存の式(2)と逆相運動拘束 $\psi_2 = -\psi_1 + \beta$ から $\dot{\theta}$ について解くと、

$$\dot{\theta} = -\frac{P_0}{D(\psi_1)} - \frac{W(\psi_1)}{D(\psi_1)} \dot{\psi}_1 \quad (4)$$

となる。ここで、 W , D は

$$W(\psi_1) = M_2 - M_3 + A_1 \cos \psi_1 - A_2 \cos(-\psi_1 + \beta)$$

$$D(\psi_1) = M_1 + 2A_1 \cos \psi_1 + 2A_2 \cos(-\psi_1 + \beta) + 2A_3 \cos(-2\psi_1 + \beta)$$

である。次に、式(4)を適当な変数変換を用いることにより Strict-feedback form へ変換する。すなわち、 θ に代わる新しい変数 μ とその目標値 μ_r を

$$\mu(t) = \theta(t) - \theta_f + \int_{\psi_{1f}}^{\psi_1(t)} \frac{W(\lambda)}{D(\lambda)} d\lambda \quad (5)$$

$$\mu_r(t) = -\frac{P_0\{t - (T_m + T_f)\}}{D(\psi_{1f})} \quad (6)$$

のように定め、さらに誤差変数 x_1, x_2 を

$$x_1 = \mu - \mu_r \quad (7a)$$

$$x_2 = \psi_1 - \psi_{1f} \quad (7b)$$

$$x_3 = \dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_{1f} \quad (7c)$$

のように定義する。元のシステムである式(4)に対して、式(7a)~(7c)の変数変換を施せば

$$\dot{x}_1 = f(x_2) = -\frac{P_0}{D(x_2 + \psi_{1f})} + \frac{P_0}{D(\psi_{1f})} \quad (8a)$$

$$\dot{x}_2 = x_3 \quad (8b)$$

$$\dot{x}_3 = u_1 \quad (8c)$$

を得る。これは原点に平衡点を持つ Strict-feedback system であるので、ロボットに時刻 $t = T_m + T_f$ において目標姿勢角 θ_f , ψ_{1f} を通過させるという制御問題は、式(8)の平衡点における安定化問題として定式化された。

次に、制御時間 T_f のとり得る範囲について考察する。式(5)を時間微分することにより

$$\dot{\mu} = -\frac{P_0}{D(\psi_1)} = -\frac{P_0}{D(x_2 + \psi_{1f})} \quad (9)$$

を得る。よって、 $\dot{\mu}$ のとり得る範囲を数値計算によって求め、

$$\dot{\mu}_{\min} < \dot{\mu} < \dot{\mu}_{\max} \quad (10)$$

とし、さらに、式(10)の両辺を $t = T_m$ から $t = T_m + T_f$ まで時間で積分すると、初期条件に依存した制御時間 T_f の必要条件を以下のように得る。

$$\frac{-\mu(T_m)}{\dot{\mu}_{\max}} < T_f < \frac{-\mu(T_m)}{\dot{\mu}_{\min}} \quad (11)$$

3.2.2 安定化フィードバック解 本節では、式(8)の系に対して逐次安定化型 Backstepping 法を用いて逆相運動時の姿勢制御則を導出する。

Step 1:

式(8a)のサブシステムに対して、 x_1 を0に漸近させるために x_2 がとるべき値を求める。そのような x_2 の値を仮想入力 Q_1 とおく。まず、リアプノフ関数を

$$V_1 = \frac{1}{2} x_1^2 \quad (12)$$

のように定め、その時間に関する1階微分

$$\dot{V}_1 = x_1 \dot{x}_1 = x_1 f(x_2) \quad (13)$$

を負定にするような仮想入力 $Q_1 (= x_2)$ を求める。そこで、 $x_1 \xi(x_1, k_1) > 0$ である関数 $\xi(x_1, k_1)$ を導入して

$$-\xi(x_1, k_1) = f_1(x_2) \quad (14)$$

とおき、式(14)を満たすような x_2 を求めることを考える。ここで、 $x_1 \xi > 0$ となるような ξ について考えれば、式(8a)、(9)より、

$$-\dot{\mu}_{\max} - \frac{P_0}{D(\psi_{1f})} < \xi < -\dot{\mu}_{\max} - \frac{P_0}{D(\psi_{1f})} \quad (15)$$

と書ける。求まった ξ の最大値と最小値をそれぞれ B_1 、 B_2 として、関数 $\xi(x_1, k_1)$ が $x_1 \xi(x_1, k_1) > 0$ となる条件を満たし、かつ後の計算で必要な1階微分が存在するよう、以下のように設定した。

$$\xi(x_1, k_1) = \begin{cases} -\frac{2B_1}{\pi} \tan^{-1}(k_1 B_2 x_1) & (x_1 \geq 0) \\ -\frac{2B_2}{\pi} \tan^{-1}(k_1 B_1 x_1) & (x_1 < 0) \end{cases} \quad (16)$$

図3は関数 $\xi_1(x_1, k_1)$ の概略図である。奥行き軸の k_1 は x_1 の収束速度を決定するゲインであり、制御初期入力を低減するために時変とした⁽⁷⁾。

Fig. 3 Ideal function $\xi(x_1, k_1)$

式(14)を解くために、次の関係式

$$\cos x_2 = \frac{1}{2} (e^{ix_2} + e^{-ix_2}) \quad (17)$$

$$\sin x_2 = \frac{1}{2i} (e^{ix_2} - e^{-ix_2}) \quad (18)$$

$$X = e^{i(x_2 + \psi_{1f})} \quad (19)$$

を用いて式(14)を整理すると、以下の X に関する四次方程式を得る。

$$X^4 + a_3 X^3 + a_2(x_1, k_1) X^2 + a_1 X + a_0 = 0 \quad (20)$$

ここで、 a_2 のみを変数であり、他は定数である。

$$a_0 = e^{i2\beta}, \quad a_1 = \frac{A_1 e^{i\beta} + A_2 e^{i2\beta}}{A_3}, \quad a_3 = \frac{A_1 e^{i\beta} + A_2}{A_3}$$

$$a_2(x_1, k_1) = \left[\frac{M_1}{A_3} - \frac{P_0 D(\psi_{1f})}{A_3 \{ \xi(x_1, k_1) D(\psi_{1f}) + P_0 \}} \right] e^{i\beta}$$

したがって、この方程式の解を X_s とすれば、仮想入力 Q_1 は式(19)より

$$Q_1 = -i \ln(X_s) - \psi_{1f} \quad (21)$$

となる。ここで、 Q_1 は連続な実数である必要を考慮すれば、

$$\ln(X_s) = \ln(|X_s|) + i \cdot \arg(X_s) \quad (22)$$

であるから、

$$Q_1 \in \text{Re} \Leftrightarrow |X_s| = 1 \quad (23)$$

の関係が必要であることが分かる。数値計算の結果、得られた4つの解のうち2つが式(23)の条件を連続的に満たすことが分かった。

Step 2:

式(8b)のサブシステムにおいて、 x_2 を Q_1 に漸近させるような x_3 の値を求める。また、そのような x_3 の値を仮想入力 Q_2 とおく。リアプノフ関数を

$$V_2 = \frac{1}{2} (x_2 - Q_1)^2 \quad (24)$$

のようにおく。この関数の時間に関する1階微分は

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= (x_2 - Q_1)(\dot{x}_2 - \dot{Q}_1) \\ &= (x_2 - Q_1)(x_3 - \dot{Q}_1) \end{aligned} \quad (25)$$

のようになる。よって、これを負定にするような仮想入力 $Q_2 = x_3$ は

$$Q_2 = -k_2(x_2 - Q_1) + \dot{Q}_1 \quad (26)$$

となる。但し、 k_2 は正の時変ゲインであり、 k_1 と共に以下の式で与える。

$$k_i(t) = \begin{cases} k_{if} \left\{ \frac{t}{\delta t_i} - \frac{1}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi t}{\delta t_i} \right) \right\} & (0 \leq t \leq \delta t_i) \\ k_{if} & (\delta t_i \leq t \leq T) \end{cases} \quad (27) \quad (i = 1, 2)$$

式中の k_{is} 、 k_{if} はそれぞれゲインの初期値、終端値であり、 δt_i はゲインが一定値になる時刻である。これらのパラメータを適切に選択することで、入力ピークの低減化と制御性能の両立を可能にできる⁽⁷⁾。

Step 3:

式(8c)のサブシステムにおいて、 x_3 を Q_2 に漸近させるような入力 u_1 を求める。リアプノフ関数を

$$V_3 = \frac{1}{2} (x_3 - \lambda)^2 \quad (28)$$

のようにおく。ここで λ は微分方程式

$$\dot{\lambda} = k_3(Q_2 - \lambda) \quad (29)$$

の解であり、デジタルフィルタとして初期入力の大きさを抑える役割を果たす。提案するリアプノフ関数の時間に関する1階微分は

$$\dot{V}_3 = (x_3 - \lambda)(\dot{x}_3 - \dot{\lambda}) = (x_3 - \lambda)(u_1 - \dot{\lambda}) \quad (30)$$

のようになり、これを負定にするような入力 u_1 は

$$\begin{aligned} u_1 &= \dot{\lambda} - k_3(x_3 - \lambda) = k_3(Q_2 - x_3) \\ &= k_3\{\dot{Q}_1 - k_2(x_2 - Q_1) - x_3\} \end{aligned} \quad (31)$$

となる。ここで k_3 は正の一定ゲインである。したがって、逆相運動時の角加速度入力は

$$\begin{cases} u_1 = k_3\{\dot{Q}_1 - k_2(x_2 - Q_1) - x_3\} \\ u_2 = -u_1 \end{cases} \quad (32)$$

と表せる。このときトルク入力 τ は、各姿勢角、角速度、角加速度を逆変換し、運動方程式 (2) の第2, 3項目に代入することで得られる。

ここで、式 (32) 中の $\dot{Q}_1$ は、式 (23) の条件の下で $X_r (\equiv \operatorname{Re}[X_s])$ と $X_i (\equiv \operatorname{Im}[X_s])$ を用いて以下のように表すことができる。

$$\dot{Q}_1 = \frac{d}{dt} \{\arg X_s\} = \frac{X_r \dot{X}_i - \dot{X}_r X_i}{X_r^2 + X_i^2} \quad (33)$$

式 (33) 中の X_r , X_i は四次方程式の解の公式である Ferrari の方法を用いて計算し、また $\dot{X}_r$, $\dot{X}_i$ を得るためにはそれらの微分を計算する必要があるが、本論文では式の展開を省略する。

また、同相運動拘束下でも同様に座標変換を行い、最終的に前報告⁽⁸⁾で求めた同相運動拘束下での角速度入力解 v を式 (31) 中の Q_2 に代入することで角加速度入力を拡張し、逆相運動と同様にしてトルク入力を求めることが出来る。

3.3 制御系設計 ここまでの考察で、逆相運動拘束の場合でも解が存在することが分かった。しかし、これらの制御は制御開始時において

$$\begin{cases} \psi_2(T_m) = \alpha \psi_1(T_m) + \beta \\ \quad = \alpha \{\psi_1(T_m) - \psi_{1f}\} + \psi_{2f} \\ \psi_2(T_m) = \alpha \psi_1(T_m) \end{cases} \quad (34)$$

を満たさなければならない。しかし、与えられる初期条件によっては $T_m = 0$ としたときに式 (34) の条件を満たさない。このため、ロボットが飛び出した時点からこれらの拘束を考慮した制御を行うことができず、制御則の切り替えが必要になる。この切り替え制御戦略は同相・逆相運動拘束で同一でよい。即ち、制御前

半において式 (34) の条件を満たすために、全体の姿勢角 θ を無視した関節角のローカルフィードバック制御

$$\begin{aligned} u_i &= -k_{ci1}(\psi_i - \psi_i(T_m)) - k_{ci2}\dot{\psi}_i \\ (0 \leq t \leq T_m, i = 1, 2) \end{aligned} \quad (35)$$

を行う。ここで、 $\psi_1(T_m)$, $\psi_2(T_m)$ は、ローカルフィードバックが最短で終わるように、図4のように定めた⁽⁸⁾。式で表すと、それぞれ以下ようになる。

$$\psi_1(T_m) = \frac{\alpha(\psi_2(0) + \psi_{2f}) + \psi_1(0) + \alpha^2\psi_{1f}}{\alpha^2 + 1} \quad (36)$$

$$\psi_2(T_m) = \frac{\alpha(\psi_1(0) - \psi_{1f}) + \psi_{2f} + \alpha^2\psi_2(0)}{\alpha^2 + 1} \quad (37)$$

また、式中の k_{ci1} , k_{ci2} ($i = 1, 2$) は初期入力を抑えるための時変ゲインであり、系が安定極 $p_{ai}(t) \pm p_{bi}(t)i$ を持つように

$$\begin{aligned} k_{ci1}(t) &= -2p_{ai}(t) \\ k_{ci2}(t) &= p_{ai}(t)^2 + p_{bi}(t)^2 \end{aligned} \quad (i = 1, 2) \quad (38)$$

とし、適当な $p_{ai}(t)$, $p_{bi}(t)$ を与えた。

Fig. 4 Determination of $\psi_1(T_m)$, $\psi_2(T_m)$

4. 計算機シミュレーション

4.1 初期・終端条件 3リンク劣駆動浮遊ロボットのリンクパラメータを表1のように設定した。飛出し時の各物理パラメータは、3リンク劣駆動ロボットの周期1.0sの自由大車輪軌道⁽¹¹⁾から適当な状態を選択した。終端状態とともに表2に示す。この時、初期角運動量は $P_0 = -78.6 \text{ kgm}^2/\text{s}$ となる。以上の条件のもとで、提案した制御則を用いてシミュレーションを行った結果を次に示す。

4.2 シミュレーション結果 同じ初期・終端条件を与えて同相運動拘束時の制御と逆相運動拘束時の制御を試みた際の結果を、それぞれ図5, 6に示す。ここでは制御時間を $T = 1.75 \text{ s}$ とし、 $T_m = 0.4$, $T_f = 1.35 \text{ s}$

Table 1 Link parameters of the 3-link acrobot

	1st link	2nd link	3rd link
m_i [kg]	6.06	33.4	20.7
I_i [kgm ²]	0.193	18	15.6
L_i [m]	0.593	0.602	0.879
L_{gi} [m]	0.294	0.357	0.502

Table 2 Initial and final conditions

	θ	ψ_1	ψ_2
Initial angle [rad]	2.85	-0.137	0.171
Initial velocity [rad/s]	6.32	1.99	-2.26
Final angle [rad]	4.5π	-0.5π	0

Table 3 Gain parameters($i = 1, 2$)

	Fig5~7		Fig.5	Fig6, 7
$p_{ai}(t)$	$-80t/(T_f - T_m)$	k_{is}	0	0
$p_{bi}(t)$	$10t(T_f - T_m)$	k_{if}	9.5	4.5
k_3	15	δt_i	0.5	0.4

として制御シミュレーションを行い、各ゲイン値に必要な値は表3のようにした。図5(a)、図6(a)はそれぞれ同相運動時、逆相運動時の姿勢角の時刻歴応答であり、(b)はトルク入力の時刻歴応答、(c)は飛び出してから着地するまでの0.2秒間隔の空中姿勢を示している。座標原点が鉄棒であり、破線はロボットの重心の軌跡である。図から、どちらの制御においても適度な大きさの入力で良く目標に収束していることが分かる。また、トルク入力を比較すれば、与えた初期・終端状態においては同相運動の方が小さな入力で運動を達成していることが分かる。さらに、図5では腕部と脚部が体より前に位置しており、屈身の宙返りとなっているのに対して、図6では脚部が体より後ろに位置しており、反り返るような伸身の宙返りになっていることが分かる。

4.3 解の一意性 3.2.2節において逆相運動拘束時の制御則は一意に求まらず、二つの解が考えられることを述べた。すなわち、図6と同じ条件下で、もう一つの逆相運動拘束時の制御則が存在する。この解を与えたシミュレーション結果を図7に示す。図から、二つの解は逆相運動の向きが逆であり、なおかつ図6では目標に収束しているものの、図7では目的と異なる状態に収束していること。このため、逆相運動では各条件において二つの制御則の内適切なものを選択する必要がある。ここで、図7において各関節角が目標の終端状態に収束しなかったのは、 x_2 が零以外に

$$\dot{x}_1 = -\frac{P_0}{D(x_2 + \psi_{1f})} + \frac{P_0}{D(\psi_{1f})} = 0 \quad (39)$$

(a) Time responses of θ , ψ_1 and ψ_2 (b) Time responses of u_1 and u_2

(c) Stick diagram

Fig. 5 In-phase constraint

を満たす安定点を持つためである。このとき x_1 は零に漸近収束するものの、 x_2 が制御終端において零とならないため、目標姿勢を達成することができない。

ここでは、解を一意に求めるために原点以外の安定点を x_{2s} とおき、制御切替時において x_2 が x_{2s} から遠ざかるよう、以下の条件を満たす解を選択した。

$$\begin{aligned} \ddot{x}_2(T_m) &= u_1 < 0 & (x_{2s} > 0) \\ \ddot{x}_2(T_m) &= u_1 > 0 & (x_{2s} < 0) \end{aligned} \quad (40)$$

(a) Time responses of θ , ψ_1 and ψ_2 (b) Time responses of u_1 and u_2

(c) Stick diagram

(a) Time responses of θ , ψ_1 and ψ_2 (b) Time responses of u_1 and u_2

(c) Stick diagram

Fig. 6 Out-of-phase constraint (Successful Case)

Fig. 7 Out-of-phase constraint (Failed Case)

ただし、制御切替時に $\ddot{x}_2(T_m)$ が零以外の値を持つように、制御切替時の時変ゲイン $k_1(T_m) = \varepsilon^V (> 0)$ とした。図 8(a) は図 6(b) のトルク入力を制御切替時間近傍で拡大したものであり、トルク入力は連続になっている。一方で図 8(b) では式 (40) の判別条件を用いるために、制御切替時 ($t = T_m$) においてトルク入力が不連続が生じている。しかし、 ε の値を小さくすることで不連続を小さく抑えることができるため、運動

の実現を妨げる要因とはならず、制御解を一意に求めることが可能になった。ここでは $\varepsilon = 0.1$ とした。

5. 結 言

3リンク劣駆動浮遊ロボットの空中姿勢制御問題において、擬似2リンク系の制御について議論し、従来導出されていなかった逆相運動拘束時でも空中姿勢制御が可能であることを明らかにした。また、逆相運動

Fig. 8 Torque input around the switching time

時に存在する解の非一意性の問題についても、簡単な判別条件を提案してこれを回避することに成功した。さらに、同相・逆相運動共に、従来の角速度入力ではなくトルク入力による制御則を明らかにし、計算機シミュレーションによって入力の妥当性を示した。

文 献

- (1) Nakanishi, J., Fukuda, T., Koditschek, D.E., Study on the Control of a Two-Link Brachiating Robot : Brachiation on a Ladder with Irregular Intervals via Target Dynamics, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. Series C*, Vol.65, No.639(1999), pp.4387-4394.
- (2) Ikeda, T., Nam, T.K., Mita, T., Nonholonomic Variable Constraint Control of Free Flying Robots and Its Convergence, *Journal of the Robotics Society of Japan*, Vol.18, No.6(2000), pp.847-855.
- (3) Mukherjee, R., Kamon, M., Senda, K., Control of Planar Space Robots Using Smooth and Time-Invariant Feedback, *Journal of the Robotics Society of Japan*, Vol.16, No.3(1998), pp.399-406.
- (4) Mita, T., Hyon, S., Nam, T., Analytical Time Optimal Control Solution for Two-link Planar

Acrobot with Initial Angular Momentum, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.17, No.3(2001), pp.361-366.

- (5) Sampei, M., Honda, T., Koga, M., An Attitude Control of Underactuated Flying Objects with Initial Angular Momentum, *Journal of the Robotics Society of Japan*, Vol.19, No.4(2001), pp.461-467.
- (6) Xin, X., Mita, T., Kaneda, M., The Posture Control of a 2-link Free Flying Acrobot with Initial Angular Momentum, *Proc. of the 41st IEEE CDC*, (2002), pp.2068-2073.
- (7) Hattori, K., Yamaura, H., Ono, K., The Aerial Posture Control of An Acrobat Robot : Derivation of Driving Torque and Decrease of Maximum Driving Torque Using Time-Variant Gain, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. Series C*, Vol.70, No.691(2004), pp.782-789.
- (8) Hattori, K., Yamaura, H., Posture Control of A 3-link Acrobot By Angular Velocity Input : Control Strategy Based On Constraint of Joint Angles *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. Series C*, Vol.70, No.700(2004), pp.3493-3500.
- (9) Sampei, M., Feedback Control of Nonholonomic Systems, *Journal of the Society of Instrument and Control Engineers*, Vol.36, No.6(1997), pp.396-403.
- (10) Brockett, R.W., *Asymptotic Stability and Feedback Stabilization, Differential Geometric Theory*, Springer Verlag, 27, (1983), pp.181-191.
- (11) Yamaura, H., Suzuki, H., ONO, K., Giant-swing Motions and Control of a 3-DOF Link Mechanism, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.71, No.707(2005), pp.2289-2296.

付録 A. 運動方程式の各パラメータ

式(2)中の各行列 M , C , E の詳細を以下に示す。

$$M_{11} = M_1 - 2A_1 \cos \psi_1 + 2A_2 \cos \psi_2 + 2A_3 \cos(\psi_1 - \psi_2)$$

$$M_{12} = M_2 - A_1 \cos \psi_1 - A_3 \cos(\psi_1 - \psi_2)$$

$$M_{13} = M_3 + A_2 \cos \psi_2 - A_3 \cos(\psi_1 - \psi_2)$$

$$M_{21} = M_{12}, M_{22} = M_2, M_{23} = -A_3 \cos(\psi_1 - \psi_2)$$

$$M_{31} = M_{13}, M_{32} = M_{23}, M_{33} = M_3$$

$$C_1 = \{ A_1 \sin \psi_1 + A_3 \sin(\psi_1 - \psi_2) \} \dot{\psi}_1^2$$

$$+ \{ -A_2 \sin \psi_2 - A_3 \sin(\psi_1 - \psi_2) \} \dot{\psi}_2^2$$

$$+ \{ 2A_1 \sin \psi_1 + 2A_3 \sin(\psi_1 - \psi_2) \} \dot{\psi}_1 \dot{\theta}$$

$$+ \{ -2A_2 \sin \psi_2 - 2A_3 \sin(\psi_1 - \psi_2) \} \dot{\psi}_2 \dot{\theta}$$

$$C_2 = -A_3 \sin(\psi_1 - \psi_2) \dot{\psi}_2^2 - 2A_3 \sin(\psi_1 - \psi_2) \dot{\psi}_2 \dot{\theta}$$

$$- \{ A_1 \sin \psi_1 + A_3 \sin(\psi_1 - \psi_2) \} \dot{\theta}^2$$

$$C_3 = A_3 \sin(\psi_1 - \psi_2) \dot{\psi}_1^2 + 2A_3 \sin(\psi_1 - \psi_2) \dot{\psi}_1 \dot{\theta}$$

$$+ \{ A_2 \sin \psi_2 + A_3 \sin(\psi_1 - \psi_2) \} \dot{\theta}^2$$

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ただし、式中の各記号はロボットの物理パラメータによって以下のように求められる。

$$\begin{aligned}
 M_1 &= I_1 + I_2 + I_3 + \frac{1}{m_1 + m_2 + m_3} \\
 &\quad [m_1 m_2 \{L_{g1}^2 + (L_2 - L_{g2})^2\} \\
 &\quad + m_2 m_3 \{L_{g2}^2 + (L_3 - L_{g3})^2\} \\
 &\quad + m_3 m_1 \{L_{g1}^2 + L_2^2 + (L_3 - L_{g3})^2\}] \\
 M_2 &= I_1 + \frac{(m_1 m_2 + m_1 m_3) L_{g1}^2}{m_1 + m_2 + m_3} \\
 M_3 &= I_3 + \frac{(m_2 m_3 + m_1 m_3)(L_3 - L_{g3})^2}{m_1 + m_2 + m_3} \\
 A_1 &= \frac{m_1 L_{g1} \{m_2 (L_2 - L_{g2}) + m_3 L_2\}}{m_1 + m_2 + m_3} \\
 A_2 &= \frac{m_3 (m_1 L_2 + m_2 L_{g2})(L_3 - L_{g3})}{m_1 + m_2 + m_3} \\
 A_3 &= \frac{m_1 m_3 L_{g1} (L_3 - L_{g3})}{m_1 + m_2 + m_3}
 \end{aligned}$$

付録 A2. 座標の逆変換とトルク入力の導出

トルク入力を求める際に各姿勢角の角度、角速度、角加速度の時刻歴応答を求めるための逆変換の詳細を示す。式(2)～(7)より、各パラメータが以下のように逆変換できる。

$$\begin{aligned}
 \psi_1 &= x_2 + \psi_{1f} & \psi_2 &= -\psi_1 + \beta \\
 \dot{\psi}_1 &= x_3 + \dot{\psi}_f & \dot{\psi}_2 &= -\dot{\psi}_1 \\
 \ddot{\psi}_1 &= u_1 & \ddot{\psi}_2 &= u_2 \\
 \theta &= x_1 + \mu_r + \theta_f + \int_{\psi_{1f}}^{\psi_1} \frac{W(\lambda)}{D(\lambda)} d\lambda \\
 \dot{\theta} &= -\frac{P_0}{D(\psi_1)} - \frac{W(\psi_1)}{D(\psi_1)} \dot{\psi}_1 \\
 \ddot{\theta} &= -(M_{12} \ddot{\psi}_1 + M_{12} \ddot{\psi}_2 + C_1)/M_{11}
 \end{aligned}$$

求めた各パラメータを運動方程式(2)の第2,3行目に代入することでトルク入力の時刻歴応答が得られる。

$$\tau_1 = M_{21}(q)\ddot{\theta} + M_{22}(q)\ddot{\psi}_1 + M_{23}(q)\ddot{\psi}_2 + C_2(q) \quad (41)$$

$$\tau_2 = M_{31}(q)\ddot{\theta} + M_{32}(q)\ddot{\psi}_1 + M_{33}(q)\ddot{\psi}_2 + C_3(q) \quad (42)$$