開空間における放射クラスタ制御*

(放射クラスタ制御系の理論的構築)

貝 塚 勉^{*1}, 田 中 信 雄^{*2}

Radiation Cluster Control in a Free Field (Theoretical Development of Radiation Cluster Control System)

Tsutomu KAIZUKA and Nobuo TANAKA^{*3}

^{*3} Department of Aerospace Engineering, Tokyo Metropolitan University,
6-6 Asahigaoka, Hino-shi, Tokyo, 191-0065 Japan

Radiation cluster control is proposed for the purpose of attenuating harmonic sound radiation into a free field using error signals derived from structural vibration sensors. The approach falls into a category of MAC (middle authority control) between used LAC (low authority control: structural modal control) and HAC (high authority control: radiation modal control), possessing the benefit of practicality of LAC, while providing high control performance as well as flexibility of control gain assignment similar to HAC. The structure of radiation cluster control system is outlined, showing that it is possible to control a target cluster without affecting the other clusters. A design procedure for the radiation cluster control system is proposed.

Key Words: Sound and Acoustic, Sound Field Control, Noise Control, Sound Radiation

1. 緒言

本論文は、構造物から開空間へ放射される騒音(以下、放射音と呼ぶ)のアクティブ制御に関連するものである。一般に、放射音の大局的静粛化を志向する場合、評価関数として音響パワー^{[1][2]}を採用することが理想とされている。音響パワーは、マイクロホン・アレイを用いた音響計測によって取得できるが、このような計測システムは、省スペースや省コストの観点から現実的ではない。結局、音響計測を基調とする制御系は、放射音の局所的静粛化に適合した技術であり、大局的静粛化には不適合な技術といえる。

以上の経緯から、音響工学者達の関心は、構造計測を基調とする音響パワー制御へ遷移していった。これは、騒音源である構造物の振動計測を基にして、放射される音響パワーを予測するという試みである。ここで留意すべきは、構造場に対する直交因子である構造モードが、音響場においては直交因子であり得ないことである^[3]。換言すれば、構造モードは、音響場において互いに連成するということである。このことは、構造モードの抑制が、音響パワーの抑制に必ずしも結びつかないことを意味している^{[4][5]}。つまり、構造モードの計測/制御に基礎を置く従来の振動制御理論では、合理的な放射音制御を成就できない。

1990年、Borgiotti^[6]は、開空間における放射音問題を対象として、構造場から音響場への直交因子を定式化した。この直交因子は、一般に放射モード(radiation mode)と呼ばれる。以降、放射モードの基本特性の解明に向けて、放射モードの周波数依存性^{[7][9]}、放射モード解析の精度検証^[10]、放射効率を規範とした放射モードのグルーピング^[11]など、精力的な研究が行われている。また、放射モードの計測/制御に関する研究^{[12][17]}も進められており、特に放射モードの計測に関する議論が大きな焦点となっている。放射モードの計測には、次の二つの方法がある。一つは、センサ網によって構造物全表面の振動速度を計測し、当該計測信号から放射モードを算出する方法^[13]。一つは、構造モード・フィルタによって構造モード振幅を計測し、当該計測信号から放射モードを算出する方法である^[14]。これら二つの方法は、互いに長所短所を有しているものの、結論を言えば、どちらも実用的とはいえない。何故なら、これら計測システムの構築には、構造モード関数の既知、放射抵抗の既知、多数の集中定数系センサの使用など、厳しい前提を伴うからである。

本論文の目的は、構造計測を採用する立場から、実用的かつ合理的な放射音制御系を提案することである。本論文では、幾何学形状、材料の均質性、境界条件において対称性を満足する構造物(以下、対称構造物と呼ぶ)を対象として、放射モードとは異なる直交因子を新たに定式化する。まず、定性的な理論として、対称構造物の構造モード関数は、偶関数が奇関数

* 原稿受付 2006年4月14日。

^{*1} 准員、首都大学東京大学院システムデザイン研究科(〒191-0065 日野市旭が丘6-6) [日本学術振興会特別研究員DCI]。

^{*2} 正員、フェロー、首都大学東京システムデザイン学部。

E-mail: ntanaka@cc.tmit.ac.jp

のいずれかに帰属する。そこで、偶関数に帰属する全ての構造モードを一つの群れとして定義し、同様に、奇関数に帰属する全ての構造モードを一つの群れとして定義する。本論文では、このような構造モードの群れをクラスタ (cluster) と呼称する。次いで、クラスタが音響場において互いに連成しないこと、すなわち、クラスタが音響場に対する直交因子であることを数学的に証明する。本論文では、当該クラスタのことを放射クラスタ (radiation cluster) と呼称する。ここで、放射モードと放射クラスタの違いは、前者がモード単位の直交因子であるのに対し、後者がクラスタ単位の直交因子であることに帰着する。つまり、直交因子としての精緻性という観点からすれば、放射クラスタは、放射モードの下位概念に相当する。さらに、本論文では、放射クラスタの計測/制御システムを理論的に構築する。放射クラスタの計測にあたっては、構造モード関数、放射抵抗、多数の集中定数系センサを必要としない。結局、放射クラスタ制御とは、クラスタ単位の直交因子を設計思想の中核に置く合理性と、比較的簡素な構成で制御系を運用できる実用性とを兼ね備えた放射音制御系である。ところで、放射クラスタ制御に関連する研究は、開空間における周辺単純支持矩形平板の放射音問題^{[18][19]}、対称構造を有する閉空間における放射音問題^[20]を対象として既に報告されている。したがって、本論文は、文献[18]-[20]の姉妹論文としての側面を持つ。

2. 在来の放射音制御：LACとHAC

第2章では、構造計測を基調とする放射音制御に関連する過去の研究を整理し、各種制御法の合理性と実用性を総括する。その意図は、第3章にて提案する放射クラスタ制御と在来の放射音制御との体系化にある。第1節では、開空間における音響パワーを次の二通りに定式化する。一つは、構造物表面における横振動の複素速度を陽とした音響パワーの記述式。一つは、構造モード振幅を陽とした音響パワーの記述式である。これらの定式化を通して、複素速度および構造モード振幅が、音響パワーに対する直交因子でないことを示す。第2節では、第1節にて導出した複素速度形式、構造モード振幅形式の音響パワーを出発点として、各形式に則った放射モードを導出する。また、放射モード制御の合理性について解説すると共に、当該制御系の実用上の問題点を指摘する。

2.1 音響パワー まず、構造物表面上の複素速度を陽にして音響パワーを定式化する。構造物の表面

を M 個の要素に分割して考えたとき、 $m(=1, 2, \dots, M)$ 番要素の複素速度 $\mathbf{v}(\mathbf{r}_m, \omega)$ は、次式で与えられる^[13]。

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}_m, \omega) = \boldsymbol{\Psi}^T(\mathbf{r}_m) \mathbf{a}(\omega) \quad (1)$$

ただし、 $\mathbf{r}_m$ を m 番要素の中心座標、 ω を角振動数、 $\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{r}_m) \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ を構造モード質量に対し正規化された構造モード関数ベクトル、 $\mathbf{a}(\omega) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ を構造モード振幅ベクトル、 N を考慮する構造モードの総数、 T を転置とする。なお、 $\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{r}_m)$ および $\mathbf{a}$ は、極めて単純な構造物を除いて解析的に得ることが困難だが、実験モード解析やFEMを用いることで近似的/数値的に得ることが可能である^[14]。さて、各要素の複素速度をベクトル形式で整理すると、次式のようになる。

$$\mathbf{v}(\omega) = [\mathbf{v}(\mathbf{r}_1, \omega) \ \cdots \ \mathbf{v}(\mathbf{r}_M, \omega)]^T = \boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{a}(\omega) \in \mathbb{C}^{M \times 1} \quad (2)$$

ただし、

$$\boldsymbol{\Psi} = [\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{r}_1) \ \cdots \ \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{r}_M)] \in \mathbb{R}^{N \times M} \quad (3)$$

ここで、全要素の表面上の複素音圧 $\mathbf{p}(\omega) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ を考える。このとき、 $\mathbf{p}(\omega)$ と $\mathbf{v}(\omega)$ の間には、次式の関係が成立する^[13]。

$$\mathbf{p}(\omega) = [p(\mathbf{r}_1) \ \cdots \ p(\mathbf{r}_M)]^T = \mathbf{Z}(\omega) \mathbf{v}(\omega) \quad (4)$$

なお、音響インピーダンス・マトリクス $\mathbf{Z}(\omega) \in \mathbb{C}^{M \times M}$ は、正定対称マトリクスであり^[11]、構造物の幾何学形状および周波数に依存する。 $\mathbf{Z}(\omega)$ は、極めて限られた場合を除いて解析解を得ることが難しく、レイリー積分やBEMを用いて近似的/数値的な解を得ることになる^[10]。そして、式(2),(4)を次式に示す音響パワー $W(\omega)$ の定義式^[9]に代入することで、 M 個の要素から放射される音響パワーを求められる。

$$W(\omega) = \frac{S}{2} \operatorname{Re}[\mathbf{v}^H(\omega) \mathbf{p}(\omega)] \quad (5)$$

ただし、 S を要素毎の表面積 (簡単のため、各要素の表面積を等しいと仮定する。)、 H を複素共役転置とする。式(4)を式(5)へ代入することで、音響パワーを複素速度の二次形式で記述できる。

$$\begin{aligned} W(\omega) &= \frac{S}{2} \operatorname{Re}[\mathbf{v}^H(\omega) \mathbf{Z}(\omega) \mathbf{v}(\omega)] \\ &= \frac{S}{4} \mathbf{v}^H(\omega) \operatorname{Re}[\mathbf{Z}(\omega) + \mathbf{Z}^H(\omega)] \mathbf{v}(\omega) = \mathbf{v}^H(\omega) \mathbf{R}(\omega) \mathbf{v}(\omega) \end{aligned} \quad (6)$$

ただし、

$$\mathbf{R}(\omega) = \frac{S}{2} \operatorname{Re}[\mathbf{Z}(\omega)] \in \mathbb{R}^{M \times M} \quad (7)$$

式(7)から明らかなように、放射抵抗マトリクス $\mathbf{R}(\omega)$

は、正定な実対称マトリクスである。また、 $\mathbf{R}(\omega)$ は、一般に対角マトリクスでないことに留意されたい。すると、式(6)から、複素速度 $\mathbf{v}(\omega)$ は、音響パワーに対する直交因子でないことが理解できる。すなわち、構造物表面における複素速度を抑制したところで、音響パワーが抑制される保証は無い^[3]。

続いて、構造モード振幅を陽にして音響パワーを定式化する。そのために、式(2)を式(6)に代入する。

$$\mathbf{W}(\omega) = \mathbf{a}^H(\omega) \mathbf{M}(\omega) \mathbf{a}(\omega) \quad (8)$$

ただし、

$$\mathbf{M}(\omega) = \mathbf{\Psi} \mathbf{R}(\omega) \mathbf{\Psi}^T \in \mathbb{R}^{N \times N} \quad (9)$$

ここで、放射抵抗マトリクス $\mathbf{M}(\omega)$ は、正定な実対称マトリクスである。また、 $\mathbf{M}(\omega)$ は、一般に対角マトリクスでないことに留意されたい。すると、式(8)から、構造モード振幅 $\mathbf{a}(\omega)$ は、音響パワーに対する直交因子でないことが理解できる。すなわち、構造モード振幅を抑制したところで、音響パワーが抑制される保証は無い^[3]。

以上のとおり、複素速度や構造モード振幅の計測／制御に基礎を置く従来の振動制御理論では、音響パワーを合理的に抑制できない。本論文では、放射音制御系としての合理性に乏しいという意味で、複素速度あるいは構造モード振幅の計測／制御に基礎を置く制御理論をLAC(low authority control)と位置付ける。

2.2 放射モード 本節では、音響パワーに対する直交因子として放射モードを定式化する。なお、放射モードは、前節にて示した二通りの音響パワー記述式に準ずるかたちで、二通りに導出できる。一つは、式(6)の複素速度形式からの導出。一つは、式(8)の構造モード振幅形式からの導出である。後述のように、いずれの立場を取るかによって、放射モード計測システムの設計戦略に大きな違いが生じることになる。

まず、複素速度形式からの放射モード導出を考える。式(6)は、複素速度 $\mathbf{v}(\omega)$ が音響パワーに対する直交因子でないことを示唆していると述べたが、これは、 $\mathbf{R}(\omega)$ が非対角マトリクスであることに起因する。ここで、 $\mathbf{R}(\omega)$ を対角化できたならば、直交因子を見出せるはずである。幸いにも、式(7)で定義される $\mathbf{R}(\omega)$ は、正定な実対称マトリクスであるため、次式のように対角化できる^{[3][13]}。

$$\mathbf{R}(\omega) = \mathbf{Q}^T(\omega) \mathbf{\Lambda}(\omega) \mathbf{Q}(\omega) \in \mathbb{R}^{M \times M} \quad (10)$$

ただし、 $\mathbf{Q}(\omega) \in \mathbb{R}^{M \times M}$ を $\mathbf{R}(\omega)$ の固有ベクトルから成

る直交マトリクス、 $\mathbf{\Lambda}(\omega) \in \mathbb{R}^{M \times M}$ を $\mathbf{R}(\omega)$ の固有値を要素に持つ対角マトリクスとする。式(10)を式(6)へ代入すると、次式を得る。

$$\mathbf{W}(\omega) = \mathbf{y}^H(\omega) \mathbf{\Lambda}(\omega) \mathbf{y}(\omega) \quad (11)$$

ただし、

$$\mathbf{y}(\omega) = \mathbf{Q}(\omega) \mathbf{v}(\omega) \in \mathbb{C}^{M \times 1} \quad (12)$$

式(12)で定義される $\mathbf{y}(\omega)$ は、複素速度形式の放射モード振幅ベクトルに該当する。また、 $\mathbf{Q}(\omega)$ を構成する固有ベクトルは、放射モード形状に該当し、 $\mathbf{\Lambda}(\omega)$ の対角要素は、放射効率に比例する値に該当する。式(11)から明らかなように、放射モードは、音響パワーに対する直交因子に他ならない。すなわち、放射モード振幅 $\mathbf{y}(\omega)$ の抑制は、音響パワーの抑制を保証する^{[3][13]}。

ここで、複素速度形式の放射モード $\mathbf{y}(\omega)$ の計測方法について考察する。式(12)から明らかなように、放射モード振幅 $\mathbf{y}(\omega)$ は、複素速度 $\mathbf{v}(\omega)$ を取得した後、さらに $\mathbf{v}(\omega)$ をフィルタ $\mathbf{Q}(\omega)$ に通すことで計測できる。複素速度 $\mathbf{v}(\omega)$ を取得するには、構造物表面を覆うように集中定数系センサを離散的に配置し、各点の速度情報を同時に計測する必要がある。また、フィルタ $\mathbf{Q}(\omega)$ を設計するには、放射抵抗マトリクス $\mathbf{R}(\omega)$ の既知を前提とする。これに加えて、フィルタ $\mathbf{Q}(\omega)$ の周波数依存性が、当該計測システムを一層複雑なものにしている。(ただし、フィルタ $\mathbf{Q}(\omega)$ の周波数依存性に関する問題については、解決策^{[4][14][7]}が既に提案されている。)

続いて、構造モード振幅形式からの放射モード導出を考える。式(8)は、構造モード振幅 $\mathbf{a}(\omega)$ が音響パワーに対する直交因子でないことを示唆していると述べたが、これは、 $\mathbf{M}(\omega)$ が非対角マトリクスであることに起因する。ここで、 $\mathbf{M}(\omega)$ を対角化できたならば、直交因子を見出せるはずである。幸いにも、式(9)で定義される $\mathbf{M}(\omega)$ は、正定な実対称マトリクスであるため、次式のように対角化できる^{[3][13]}。

$$\mathbf{M}(\omega) = \mathbf{P}^T(\omega) \mathbf{\Omega}(\omega) \mathbf{P}(\omega) \in \mathbb{R}^{N \times N} \quad (13)$$

ただし、 $\mathbf{P}(\omega) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ を $\mathbf{M}(\omega)$ の固有ベクトルから成る直交マトリクス、 $\mathbf{\Omega}(\omega) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ を $\mathbf{M}(\omega)$ の固有値を対角要素に持つ対角マトリクスとする。式(13)を式(8)へ代入すると、次式を得る。

$$\mathbf{W}(\omega) = \mathbf{b}^H(\omega) \mathbf{\Omega}(\omega) \mathbf{b}(\omega) \quad (14)$$

ただし、

$$\mathbf{b}(\omega) = \mathbf{P}(\omega)\mathbf{a}(\omega) \in \mathbb{C}^{N \times 1} \quad (15)$$

式(15)で定義される $\mathbf{b}(\omega)$ は、構造モード振幅形式の放射モード振幅ベクトルに該当する。また、 $\mathbf{P}(\omega) \in \mathbb{R}^{N \times M}$ を構成する固有ベクトルは、放射モード形状に該当し、 $\Omega(\omega)$ の対角成分は、放射効率に比例する値に該当する。式(14)が示すように、放射モードは、音響パワーに対する直交因子に他ならない。すなわち、放射モード振幅 $\mathbf{b}(\omega)$ の抑制は、音響パワーの抑制を保証する。

ここで、構造モード振幅形式の放射モード振幅 $\mathbf{b}(\omega)$ の計測方法について考察する。式(15)から明らかのように、放射モード振幅 $\mathbf{b}(\omega)$ は、構造モード振幅 $\mathbf{a}(\omega)$ を取得した後、さらに $\mathbf{a}(\omega)$ をフィルタ $\mathbf{P}(\omega)$ に通すことで計測できる。構造モード振幅 $\mathbf{a}(\omega)$ を取得するには、構造モード・フィルタを構築する必要がある。なお、構造モード・フィルタの設計にあたっては、構造モード関数の既知を前提とする。また、フィルタ $\mathbf{P}(\omega)$ を設計するには、放射抵抗マトリクス $\mathbf{M}(\omega)$ の既知を前提とする。加えて、フィルタ $\mathbf{P}(\omega)$ の周波数依存性が、当該計測システムを一層複雑なものにしている。(ただし、フィルタ $\mathbf{P}(\omega)$ の周波数依存性に関する問題については、解決策^{[10][11]}が既に提案されている。)特筆すべきは、構造モード・フィルタを分布定数系センサにより構築することで、使用するセンサの数を大幅に削減できることである^[1]。つまり、構造モード振幅形式の放射モード振幅 $\mathbf{b}(\omega)$ を計測する場合には、複素速度形式の放射モード $\mathbf{y}(\omega)$ を計測するときのように膨大な数の集中定数系センサを使用せずに済む。しかし、その反面、構造モード・フィルタの設計には、構造モード関数の既知が前提となる。したがって、いずれの形式の放射モードを計測する場合にも、非常な苦勞を伴うことになる。

結局、放射モードに基礎を置く制御理論は、音響パワーを確実に抑制し得るという意味でHAC(high authority control)として位置付けられるものの、計測システムの複雑化が障壁となるため、実用困難な代物と言わざるを得ない。

3. 放射クラスタ制御: MACの提案

本章では、対称構造物を対象として、LACの実用性とHACの合理性を折衷した放射音制御系を提案する。第1節では、構造物の対称性を規範として、構造モード関数を偶関数と奇関数にクラスタ化することから始める。次に、各クラスタが、音響場において直交関係にあることを数学的に証明する。本論文では、当該ク

ラスタのことを放射クラスタと呼称する。第2節では、放射クラスタの計測/制御に関する理論を構築する。提案する制御系は、直交因子の計測/制御を基調とする合理的な放射音制御系であるのと同時に、構造モード関数、放射抵抗、膨大な数のセンサを要さない実用的な放射音制御系である。

3.1 放射クラスタ 対称構造物を考える場合、構造モード関数は、偶関数か奇関数のいずれかに帰属する。ここで、対称構造物の例を図1に示す。図中の構造物は、 x 方向に関してのみ対称性を満足している。したがって、このときの構造モード関数は、 x 方向に関して偶関数か奇関数に帰属する。本章では、簡単のため、図1に示すような x 方向に関してのみ対称性を満足する構造物を対象として論旨を展開してゆく。ただし、以下に提案する理論は、 xy 方向、 xyz 方向に関して対称性を満足する構造物を考える場合にも拡張できるように留意されたい。

構造物が x 方向に関して対称性を有することに着目して、領域 $x > 0$ の要素 $\mathbf{r}_{1,k}$ ($k=1, 2, \dots, M/2$)、領域 $x < 0$ の要素 $\mathbf{r}_{2,k}$ ($k=1, 2, \dots, M/2$)を定義する(図1参照)。構造モード関数が x 方向に関して偶関数か奇関数に帰属することを踏まえると、構造モード関数ベクトル $\Psi(\mathbf{r}_m)$ は、次式のようにクラスタ化される。

$$\Psi(\mathbf{r}_m) = \begin{bmatrix} \Psi_e(\mathbf{r}_m) \\ \Psi_o(\mathbf{r}_m) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(N_e+N_o) \times 1} = \mathbb{R}^{N \times 1} \quad (16)$$

偶関数に帰属するクラスタ $\Psi_e(\mathbf{r}_m) \in \mathbb{R}^{N_e \times 1}$ 、奇関数に帰属するクラスタ $\Psi_o(\mathbf{r}_m) \in \mathbf{R}^{N_o \times 1}$ は、それぞれ次式を満足する。

$$\Psi_e(\mathbf{r}_{1,k}) = \Psi_e(\mathbf{r}_{2,k}) \quad (17-a)$$

$$\Psi_o(\mathbf{r}_{1,k}) = -\Psi_o(\mathbf{r}_{2,k}) \quad (17-b)$$

このとき、式(3)は、次式に書き換えられる。

Fig. 1 An example of symmetric structures: Planar structure which has symmetry with respect to the x direction.

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{e,1} & \Psi_{e,2} \\ \Psi_{o,1} & \Psi_{o,2} \end{bmatrix} \quad (18)$$

ただし,

$$\Psi_{e,1} = [\Psi_e(\mathbf{r}_{1,1}) \quad \cdots \quad \Psi_e(\mathbf{r}_{1,M/2})] \in \mathbb{R}^{N_e \times M/2} \quad (19-a)$$

$$\Psi_{e,2} = [\Psi_e(\mathbf{r}_{2,1}) \quad \cdots \quad \Psi_e(\mathbf{r}_{2,M/2})] \in \mathbb{R}^{N_e \times M/2} \quad (19-b)$$

$$\Psi_{o,1} = [\Psi_o(\mathbf{r}_{1,1}) \quad \cdots \quad \Psi_o(\mathbf{r}_{1,M/2})] \in \mathbb{R}^{N_o \times M/2} \quad (19-c)$$

$$\Psi_{o,2} = [\Psi_o(\mathbf{r}_{2,1}) \quad \cdots \quad \Psi_o(\mathbf{r}_{2,M/2})] \in \mathbb{R}^{N_o \times M/2} \quad (19-d)$$

このとき, 次式が成り立つ.

$$\Psi_{e,1} = \Psi_{e,2} \quad (20-a)$$

$$\Psi_{o,1} = -\Psi_{o,2} \quad (20-b)$$

また, 式(7)は, 式(2),(4),(18)を考慮して, 次式に書き換えられる.

$$\mathbf{R}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{1,1}(\omega) & \mathbf{R}_{1,2}(\omega) \\ \mathbf{R}_{2,1}(\omega) & \mathbf{R}_{2,2}(\omega) \end{bmatrix} = \frac{S}{2} \text{Re} \left[\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{1,1}(\omega) & \mathbf{Z}_{1,2}(\omega) \\ \mathbf{Z}_{2,1}(\omega) & \mathbf{Z}_{2,2}(\omega) \end{bmatrix} \right] \quad (21)$$

このとき, 次式が成り立つ.

$$\mathbf{R}_{1,1}(\omega) = \mathbf{R}_{2,2}(\omega) \in \mathbb{R}^{M/2 \times M/2} \quad (22-a)$$

$$\mathbf{R}_{1,2}(\omega) = \mathbf{R}_{2,1}(\omega) \in \mathbb{R}^{M/2 \times M/2} \quad (22-b)$$

また, 式(9)は, 次式に書き換えられる.

$$\mathbf{M}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{e,e}(\omega) & \mathbf{M}_{e,o}(\omega) \\ \mathbf{M}_{o,e}(\omega) & \mathbf{M}_{o,o}(\omega) \end{bmatrix} \quad (23)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{e,e}(\omega) &= \{\Psi_{e,1}\mathbf{R}_{1,1}(\omega) + \Psi_{e,2}\mathbf{R}_{2,1}(\omega)\} \Psi_{e,1}^T \\ &+ \{\Psi_{e,1}\mathbf{R}_{1,2}(\omega) + \Psi_{e,2}\mathbf{R}_{2,2}(\omega)\} \Psi_{e,2}^T \in \mathbb{R}^{N_e \times N_e} \end{aligned} \quad (24-a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{e,o}(\omega) &= \{\Psi_{e,1}\mathbf{R}_{1,1}(\omega) + \Psi_{e,2}\mathbf{R}_{2,1}(\omega)\} \Psi_{o,1}^T \\ &+ \{\Psi_{e,1}\mathbf{R}_{1,2}(\omega) + \Psi_{e,2}\mathbf{R}_{2,2}(\omega)\} \Psi_{o,2}^T \in \mathbb{R}^{N_e \times N_o} \end{aligned} \quad (24-b)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{o,e}(\omega) &= \{\Psi_{o,1}\mathbf{R}_{1,1}(\omega) + \Psi_{o,2}\mathbf{R}_{2,1}(\omega)\} \Psi_{e,1}^T \\ &+ \{\Psi_{o,1}\mathbf{R}_{1,2}(\omega) + \Psi_{o,2}\mathbf{R}_{2,2}(\omega)\} \Psi_{e,2}^T \in \mathbb{R}^{N_o \times N_e} \end{aligned} \quad (24-c)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{o,o}(\omega) &= \{\Psi_{o,1}\mathbf{R}_{1,1}(\omega) + \Psi_{o,2}\mathbf{R}_{2,1}(\omega)\} \Psi_{o,1}^T \\ &+ \{\Psi_{o,1}\mathbf{R}_{1,2}(\omega) + \Psi_{o,2}\mathbf{R}_{2,2}(\omega)\} \Psi_{o,2}^T \in \mathbb{R}^{N_o \times N_o} \end{aligned} \quad (24-d)$$

式(20),(22)を式(24)に代入すると, 次式を得る.

$$\mathbf{M}_{e,e}(\omega) = 2\Psi_{e,1}\{\mathbf{R}_{1,1}(\omega) + \mathbf{R}_{1,2}(\omega)\}\Psi_{e,1}^T \quad (25-a)$$

$$\mathbf{M}_{e,o}(\omega) = \mathbf{0} \quad (25-b)$$

$$\mathbf{M}_{o,e}(\omega) = \mathbf{0} \quad (25-c)$$

$$\mathbf{M}_{o,o}(\omega) = 2\Psi_{o,1}\{\mathbf{R}_{1,1}(\omega) - \mathbf{R}_{1,2}(\omega)\}\Psi_{o,1}^T \quad (25-d)$$

式(25)は, クラスタ間の直交性を明示している. すなわち, 当該クラスタは, 音響場に対する直交因子に他ならない. 本論文では, これを放射クラスタ(radiation cluster)と命名する.

以上から, 式(8)に定義される音響パワーは, 次式に展開できる.

$$\begin{aligned} W(\omega) &= \begin{bmatrix} \mathbf{a}_e(\omega) \\ \mathbf{a}_o(\omega) \end{bmatrix}^H \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{e,e}(\omega) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{o,o}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_e(\omega) \\ \mathbf{a}_o(\omega) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{a}_e^H(\omega) \mathbf{M}_{e,e}(\omega) \mathbf{a}_e(\omega) + \mathbf{a}_o^H(\omega) \mathbf{M}_{o,o}(\omega) \mathbf{a}_o(\omega) \end{aligned} \quad (26)$$

ただし, $\mathbf{a}_e(\omega) \in \mathbb{C}^{N_e \times 1}$, $\mathbf{a}_o(\omega) \in \mathbb{C}^{N_o \times 1}$ は, クラスタ化された構造モード振幅ベクトルである. さらに, 式(26)は, 次式のように整理できる.

$$W(\omega) = W_e(\omega) + W_o(\omega) \quad (27)$$

ただし,

$$W_e(\omega) = \mathbf{a}_e^H(\omega) \mathbf{M}_{e,e}(\omega) \mathbf{a}_e(\omega) \quad (28-a)$$

$$W_o(\omega) = \mathbf{a}_o^H(\omega) \mathbf{M}_{o,o}(\omega) \mathbf{a}_o(\omega) \quad (28-b)$$

式(28)は, 音響パワーの放射クラスタ成分を表している. そして, 式(27)に示すように, 音響パワーは, 各放射クラスタ成分の和として記述される.

以上では, 『音響場(音響パワー)に対するクラスタ単位の直交因子』として放射クラスタを定式化した. 一方, 放射モードは, 『音響パワーに対するモード単位の直交因子』という物理的意味を持つ. したがって, 放射クラスタは, 音響パワーに対する直交因子としての精緻性という観点からすると, 放射モードの下位概念に相当する. すなわち, 放射モードの抑制は, 音響パワーの抑制を確約するのに対し, 放射クラスタの抑制は, この限りではない. これは, 式(28)における $\mathbf{M}_{e,e}(\omega)$, $\mathbf{M}_{o,o}(\omega)$ が一般的に非対角マトリクスであることから理解できる. 放射クラスタの直交性は, あくまでクラスタの単位で見出せるのであって, それ以上のものでも, それ以下のものでもない.

3.2 放射クラスタ制御 本節では, 各放射クラスタを独立に計測する方法について論じ, 次いで, 各放射クラスタを独立に励起する方法について論ずる. 簡単のため, SISO(single input single output)の観点から議論を始めるが, 最終的には, MIMO(multiple input multiple output)として制御系を構築してゆく.

まず, 導入するセンサの数は, 放射クラスタの数に
合わせて2個に設定する. また, 各々のセンサを構造
物の対称性に合わせるかたちで対称的に配置する. セ
ンサ対の設置座標を $\mathbf{r}_{1,i}, \mathbf{r}_{2,i}$ としたとき (図1参照), 次
式が成り立つ.

$$\Psi_e(\mathbf{r}_{1,i}) = \Psi_e(\mathbf{r}_{2,i}) \quad (29-a)$$

$$\Psi_o(\mathbf{r}_{1,i}) = -\Psi_o(\mathbf{r}_{2,i}) \quad (29-b)$$

計測点の複素速度 $v(\mathbf{r}_{1,i}, \omega), v(\mathbf{r}_{2,i}, \omega)$ は, 次のベクト
ル形式で整理できる.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{v}}(\mathbf{r}_{1,i}, \mathbf{r}_{2,i}, \omega) &= \begin{bmatrix} v(\mathbf{r}_{1,i}, \omega) \\ v(\mathbf{r}_{2,i}, \omega) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \Psi_e^T(\mathbf{r}_{1,i}) & \Psi_o^T(\mathbf{r}_{1,i}) \\ \Psi_e^T(\mathbf{r}_{2,i}) & \Psi_o^T(\mathbf{r}_{2,i}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_e(\omega) \\ \mathbf{a}_o(\omega) \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{2 \times 1} \end{aligned} \quad (30)$$

ここで, 次式の演算処理を考える.

$$\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{r}_{1,i}, \mathbf{r}_{2,i}, \omega) = \mathbf{T} \bar{\mathbf{v}}(\mathbf{r}_{1,i}, \mathbf{r}_{2,i}, \omega) \in \mathbb{C}^{2 \times 1} \quad (31)$$

ただし, 変換マトリクス $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ を次式に定義する.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_e & \mathbf{t}_o \end{bmatrix} \quad (32)$$

なお,

$$\mathbf{t}_e = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (33-a)$$

$$\mathbf{t}_o = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}^T \quad (33-b)$$

$\mathbf{t}_e \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ は, 対称な計測点における偶関数の同振幅/
同位相性を考慮したものであり, $\mathbf{t}_o \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ は, 対称な
計測点における奇関数の同振幅/逆位相性を考慮した
ものである. このとき, 式(29),(30)を式(31)に代入す
ることで, 次式を得られる.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{r}_{1,i}, \omega) &= \begin{bmatrix} \tilde{v}_e(\mathbf{r}_{1,i}, \omega) \\ \tilde{v}_o(\mathbf{r}_{1,i}, \omega) \end{bmatrix} \\ &= 2 \begin{bmatrix} \Psi_e^T(\mathbf{r}_{1,i}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Psi_o^T(\mathbf{r}_{1,i}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_e(\omega) \\ \mathbf{a}_o(\omega) \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} \Psi_e^T(\mathbf{r}_{1,i}) \mathbf{a}_e(\omega) \\ \Psi_o^T(\mathbf{r}_{1,i}) \mathbf{a}_o(\omega) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

このとき, 取得された情報 $\tilde{v}_A(\mathbf{r}_{1,i}, \omega), \tilde{v}_B(\mathbf{r}_{1,i}, \omega)$ は, 計
測点 $\mathbf{r}_{1,i}$ における放射クラスタの複素速度である. 以
上のとおり, 少数のセンサを用意し, そのセンサの計
測信号に単純な加減算処理を施すだけで, 各放射クラ
スタを独立に計測できる. この計測法は, 構造モード
関数の対称性を利用しているものの, 構造モード関数
そのものを必要としないことに留意されたい.

続いて, 各放射クラスタを独立に励起する方法につ

いて述べる. 導入するアクチュエータの数は, 放射ク
ラスタの数に合わせて2個に設定する. また, 各々の
アクチュエータを構造物の対称性に合わせるかたちで
対称位置に設置する. アクチュエータ対の設置座標を
 $\mathbf{r}_{1,j}, \mathbf{r}_{2,j}$ としたとき (図1参照), 次式が成り立つ.

$$\Psi_e(\mathbf{r}_{1,j}) = \Psi_e(\mathbf{r}_{2,j}) \quad (35-a)$$

$$\Psi_o(\mathbf{r}_{1,j}) = -\Psi_o(\mathbf{r}_{2,j}) \quad (35-b)$$

ここで, L 個の複素外力 $f_d(\mathbf{r}_l) (l=1, 2, \dots, L)$, 式
(35)で作用点を定義される一対の複素制御力 f_1, f_2 に
より励起される構造モード振幅は, 次式で得られる.

$$\mathbf{a}(\omega) = \mathbf{Y}(\omega) \left\{ \sum_{l=1}^L \Psi(\mathbf{r}_l) f_d(\mathbf{r}_l) + \begin{bmatrix} \Psi(\mathbf{r}_{1,j}) & \Psi(\mathbf{r}_{2,j}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \right\} \quad (36)$$

ただし, 構造共振マトリクス $\mathbf{Y}(\omega) \in \mathbb{C}^{N \times N}$ は, 対角マ
トリクスであり, 次式の対角要素 $Y_m(\omega)$ を持つ.

$$Y_m(\omega) = \frac{j\omega}{(\omega_n^2 - \omega^2 + j\eta_n \omega_n \omega)} \quad (37)$$

なお, ω_n を n 次構造モードの固角振動数, η_n を n 次
構造モードの減衰比とする. さらに, 式(36)は, 次式
のようにクラスタ化できる.

$$\mathbf{a}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_e(\omega) \\ \mathbf{a}_o(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_e(\omega) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Y}_o(\omega) \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$\left\{ \sum_{l=1}^L \begin{bmatrix} \Psi_e(\mathbf{r}_l) f_d(\mathbf{r}_l) \\ \Psi_o(\mathbf{r}_l) f_d(\mathbf{r}_l) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_e(\mathbf{r}_{1,j}) & \Psi_e(\mathbf{r}_{2,j}) \\ \Psi_o(\mathbf{r}_{1,j}) & \Psi_o(\mathbf{r}_{2,j}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \right\}$$

ここで, 次式の演算処理を考える.

$$\tilde{\mathbf{f}} = \begin{bmatrix} \tilde{f}_e & \tilde{f}_o \end{bmatrix}^T = \mathbf{T} \bar{\mathbf{f}} \in \mathbb{C}^{2 \times 1} \quad (39)$$

ただし,

$$\bar{\mathbf{f}} = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{C}^{2 \times 1} \quad (40)$$

式(39)を $\bar{\mathbf{f}}$ について解くと, 次式を得る.

$$\bar{\mathbf{f}} = \mathbf{T}^{-1} \tilde{\mathbf{f}} = \frac{1}{2} \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{f}} \quad (41)$$

式(29),(41)を式(38)に代入し, 次式を得る.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\omega) &= \begin{bmatrix} \mathbf{a}_e(\omega) \\ \mathbf{a}_o(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_e(\omega) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Y}_o(\omega) \end{bmatrix} \\ &\left\{ \sum_{l=1}^L \begin{bmatrix} \Psi_e(\mathbf{r}_l) f_d(\mathbf{r}_l) \\ \Psi_o(\mathbf{r}_l) f_d(\mathbf{r}_l) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_e(\mathbf{r}_{1,j}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Psi_o(\mathbf{r}_{1,j}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{f}_e \\ \tilde{f}_o \end{bmatrix} \right\} \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_e(\omega) \left\{ \sum_{i=1}^l \Psi_e(\mathbf{r}_i) f_d(\mathbf{r}_i) + \Psi_e(\mathbf{r}_{1,j}) \tilde{f}_e \right\} \\ \mathbf{Y}_o(\omega) \left\{ \sum_{i=1}^l \Psi_o(\mathbf{r}_i) f_d(\mathbf{r}_i) + \Psi_o(\mathbf{r}_{1,j}) \tilde{f}_o \right\} \end{bmatrix} \quad (42)$$

このとき、制御力 $\tilde{f}_e, \tilde{f}_o$ は、各放射クラスタを独立に励起できる。以上のように、少数のアクチュエータを用意し、そのアクチュエータの駆動信号に単純な加減算処理を施すだけで、各放射クラスタを独立に励起できる。この励起法は、構造モード関数の対称性を利用しているものの、構造モード関数そのものを必要としないことに留意されたい。

そして、式(34),(42)を統合することで、次式の放射クラスタ制御系を構築できる。

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{v}}_e(\omega, \mathbf{r}_{1,j}) \\ \tilde{\mathbf{v}}_o(\omega, \mathbf{r}_{1,j}) \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$= 2 \begin{bmatrix} \Psi_e^T(\mathbf{r}_{1,j}) \mathbf{Y}_e(\omega) \left\{ \sum_{i=1}^l \Psi_e(\mathbf{r}_i) f_d(\mathbf{r}_i) + \Psi_e(\mathbf{r}_{1,j}) \tilde{f}_e \right\} \\ \Psi_o^T(\mathbf{r}_{1,j}) \mathbf{Y}_o(\omega) \left\{ \sum_{i=1}^l \Psi_o(\mathbf{r}_i) f_d(\mathbf{r}_i) + \Psi_o(\mathbf{r}_{1,j}) \tilde{f}_o \right\} \end{bmatrix}$$

さて、以上の理論展開は、対称に設置された1組のセンサ対／アクチュエータ対から成る放射クラスタ制御系に関するものであった。ここで、 $i=1, 2, \dots, I$ 組のセンサ対、 $j=1, 2, \dots, J$ 組のアクチュエータ対を考えると、式(43)を次式に拡張できる。

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{v}}_e(\omega) \\ \tilde{\mathbf{v}}_o(\omega) \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} \Psi_{e,s}^T \mathbf{Y}_e(\omega) \left\{ \sum_{i=1}^l \Psi_e(\mathbf{r}_i) f_d(\mathbf{r}_i) + \Psi_{e,a} \tilde{\mathbf{f}}_e \right\} \\ \Psi_{o,s}^T \mathbf{Y}_o(\omega) \left\{ \sum_{i=1}^l \Psi_o(\mathbf{r}_i) f_d(\mathbf{r}_i) + \Psi_{o,a} \tilde{\mathbf{f}}_o \right\} \end{bmatrix} \quad (44)$$

ただし、

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{v}}_e(\omega) \\ \tilde{\mathbf{v}}_o(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{v}_e(\mathbf{r}_{1,1}, \omega) & \cdots & \tilde{v}_e(\mathbf{r}_{1,l}, \omega) & \cdots & \tilde{v}_e(\mathbf{r}_{1,J}, \omega) \\ \tilde{v}_o(\mathbf{r}_{1,1}, \omega) & \cdots & \tilde{v}_o(\mathbf{r}_{1,l}, \omega) & \cdots & \tilde{v}_o(\mathbf{r}_{1,J}, \omega) \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{e,s} \\ \Psi_{o,s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_e(\mathbf{r}_{1,1}) & \cdots & \Psi_e(\mathbf{r}_{1,l}) & \cdots & \Psi_e(\mathbf{r}_{1,J}) \\ \Psi_o(\mathbf{r}_{1,1}) & \cdots & \Psi_o(\mathbf{r}_{1,l}) & \cdots & \Psi_o(\mathbf{r}_{1,J}) \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{e,a} \\ \Psi_{o,a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_e(\mathbf{r}_{1,1}) & \cdots & \Psi_e(\mathbf{r}_{1,l}) & \cdots & \Psi_e(\mathbf{r}_{1,J}) \\ \Psi_o(\mathbf{r}_{1,1}) & \cdots & \Psi_o(\mathbf{r}_{1,l}) & \cdots & \Psi_o(\mathbf{r}_{1,J}) \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{f}}_e \\ \tilde{\mathbf{f}}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{f}_{e,1} & \cdots & \tilde{f}_{e,l} & \cdots & \tilde{f}_{e,J} \\ \tilde{f}_{o,1} & \cdots & \tilde{f}_{o,l} & \cdots & \tilde{f}_{o,J} \end{bmatrix}^T \quad (48)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{f}_{e,j} \\ \tilde{f}_{o,j} \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} f_{1,j} \\ f_{2,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{1,j} \\ f_{2,j} \end{bmatrix} \quad (j=1, 2, \dots, J) \quad (49)$$

なお、 $\mathbf{r}_{1,i}, \mathbf{r}_{2,i}$ を i 組目のセンサ対設置座標、 $\mathbf{r}_{1,j}, \mathbf{r}_{2,j}$ を j 組目のアクチュエータ対設置座標、 $f_{1,j}, f_{2,j}$ を座標 $\mathbf{r}_{1,j}, \mathbf{r}_{2,j}$ に設置された一対の複素制御力とする。

最後に、放射クラスタ $\tilde{\mathbf{v}}_e(\omega), \tilde{\mathbf{v}}_o(\omega)$ の自乗値の最小化を考える。ここで、式(44)から次式を展開し、これを評価関数と置く。

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^l |\tilde{v}_e(\mathbf{r}_{1,i}, \omega)|^2 \\ \sum_{i=1}^l |\tilde{v}_o(\mathbf{r}_{1,i}, \omega)|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{v}}_e^H(\omega) \tilde{\mathbf{v}}_e(\omega) \\ \tilde{\mathbf{v}}_o^H(\omega) \tilde{\mathbf{v}}_o(\omega) \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{f}}_e^H \mathbf{A}_e \tilde{\mathbf{f}}_e + \tilde{\mathbf{f}}_e^H \mathbf{b}_e + \mathbf{b}_e^H \tilde{\mathbf{f}}_e + c_e \\ \tilde{\mathbf{f}}_o^H \mathbf{A}_o \tilde{\mathbf{f}}_o + \tilde{\mathbf{f}}_o^H \mathbf{b}_o + \mathbf{b}_o^H \tilde{\mathbf{f}}_o + c_o \end{bmatrix}$$

ただし、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_e(\omega) \\ \mathbf{A}_o(\omega) \end{bmatrix} = 4 \begin{bmatrix} \Psi_{e,a}^H \{ \mathbf{Y}_e(\omega) \}^H \Psi_{e,s}^T \Psi_{e,s}^T \mathbf{Y}_e(\omega) \Psi_{e,a} \\ \Psi_{o,a}^H \{ \mathbf{Y}_o(\omega) \}^H \Psi_{o,s}^T \Psi_{o,s}^T \mathbf{Y}_o(\omega) \Psi_{o,a} \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}_e(\omega) \\ \mathbf{b}_o(\omega) \end{bmatrix} = 4 \begin{bmatrix} \Psi_{e,a}^H \{ \mathbf{Y}_e(\omega) \}^H \Psi_{e,s}^T \Psi_{e,s}^T \mathbf{Y}_e(\omega) \sum_{i=1}^l \Psi_e(\mathbf{r}_i) f_d(\mathbf{r}_i) \\ \Psi_{o,a}^H \{ \mathbf{Y}_o(\omega) \}^H \Psi_{o,s}^T \Psi_{o,s}^T \mathbf{Y}_o(\omega) \sum_{i=1}^l \Psi_o(\mathbf{r}_i) f_d(\mathbf{r}_i) \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$\begin{bmatrix} c_e(\omega) \\ c_o(\omega) \end{bmatrix} = 4 \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^l \Psi_e^H(\mathbf{r}_i) f_d^*(\mathbf{r}_i) \{ \mathbf{Y}_e(\omega) \}^H \Psi_{e,s}^T \\ \sum_{i=1}^l \Psi_o^H(\mathbf{r}_i) f_d^*(\mathbf{r}_i) \{ \mathbf{Y}_o(\omega) \}^H \Psi_{o,s}^T \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{e,s}^T \mathbf{Y}_e(\omega) \sum_{i=1}^l \Psi_e(\mathbf{r}_i) f_d(\mathbf{r}_i) \\ \Psi_{o,s}^T \mathbf{Y}_o(\omega) \sum_{i=1}^l \Psi_o(\mathbf{r}_i) f_d(\mathbf{r}_i) \end{bmatrix} \quad (53)$$

式(50)がエルミート二次形式^[22]であることから、当該評価関数を最小とする制御則は、次式で得られる。

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{f}}_{e,opt}(\omega) \\ \tilde{\mathbf{f}}_{o,opt}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_e^{-1}(\omega) \mathbf{b}_e(\omega) \\ -\mathbf{A}_o^{-1}(\omega) \mathbf{b}_o(\omega) \end{bmatrix}^T \quad (54)$$

以上のとおり、放射クラスタ制御系は、構造物の対称性に合わせてセンサ対／アクチュエータ対を配置し、これらの計測信号／駆動信号に加減算処理を施すだけで、極めて容易に実装できる。また、当該制御系は、音響場に対する直交因子の計測／制御に基礎を置くため、合理的な放射音制御を期待できる。ただし、放射クラスタの直交性は、クラスタ単位で担保されるのであり、モード単位で担保されるのではない。したがって、放射クラスタ制御は、放射音制御系としての合理性という観点からは、放射モード制御の下位概念に相当する。すなわち、放射クラスタ制御は、LACの

実用性と HAC の合理性を折衷した MAC(middle authority control) として位置付けられる。

4. 結言

対称構造物を対象として、合理的かつ実用的な放射音制御系を提案した。本論文の成果をまとめると、下記の通り。

- [1] 対称構造物を考えると、構造モード関数は、偶関数か奇関数に帰属する。そこで、偶関数に帰属する構造モードから成るクラスタ、奇関数に帰属する構造モードから成るクラスタを定義した。
- [2] 上記のクラスタが音響場における直交因子であることを数学的に証明した。また、当該クラスタを放射クラスタ(radiation cluster)と命名した。
- [3] 放射クラスタの直交性は、クラスタ単位で成立する。すなわち、放射クラスタは、モード単位の直交因子として知られる放射モードの下位概念に相当する。
- [4] 放射クラスタの計測／制御に関する理論を構築し、放射クラスタ制御を提案した。当該制御系は、構造物の対称性に合わせるかたちでセンサ対／アクチュエータ対を設置し、それらの計測信号／駆動信号に単純な加減算処理を施すだけで、容易に実装できる。
- [5] 放射クラスタ制御は、LAC(low authority control: 構造モード制御)の実用性と HAC(high authority control: 放射モード制御)の合理性を折衷した MAC(middle authority control) として位置付けられる。

文献

- [1] P. A. Nelson, A. R. D. Curtis, S. J. Elliott, and A. J. Bullmore, "The minimum power output of free field point sources and the active control of sound", *J. Sound and Vib.* 116, (1987), pp. 397-414.
- [2] K. A. Cunefare and G. H. Koopmann, "A boundary element approach to optimization of active noise control sources on three-dimensional structures", *Trans. ASME. J. Vib. Acoust.* 113, (1991), pp. 387-394.
- [3] S. D. Snyder and Nobuo Tanaka, "On feedforward active control of sound and vibration using vibration error signals", *J. Acoust. Soc. Am.* 94, (1993), pp. 2181-2193.
- [4] S. D. Snyder and C. H. Hansen, "Mechanisms of active noise control by vibration sources", *J. Sound and Vib.* 143, (1991), pp. 519-525.
- [5] J. Pan, S. D. Snyder, and C. H. Hansen, "Active control of far-field sound radiated by a rectangular panel: A general analysis", *J. Acoust. Soc. Am.* 91, (1992), pp. 2056-2066.
- [6] G. V. Borgiotti, "The power radiated by a vibrating body in an acoustic fluid and its determination from boundary measurements", *J. Acoust. Soc. Am.* 88, (1990), pp. 1884-1893.
- [7] K. A. Cunefare, "The minimum multimodal radiation efficiency of baffled finite beams", *J. Acoust. Soc. Am.* 90, (1991), pp. 2521-2529.
- [8] G. V. Borgiotti and K. E. Jones, "Frequency independence property of radiation spatial filters", *J. Acoust. Soc. Am.* 96, (1994), pp. 3516-3524.
- [9] M. N. Currey and K. A. Cunefare, "The radiation modes of baffled finite plates", *J. Acoust. Soc. Am.* 98, (1995), pp. 1570-1580.
- [10] K. A. Cunefare and M. N. Currey, "On the exterior acoustic radiation modes of structures", *J. Acoust. Soc. Am.* 96, (1994), pp. 2302-2312.
- [11] K. A. Cunefare and M. N. Currey, "The radiation efficiency grouping of free-space acoustic radiation modes", *J. Acoust. Soc. Am.* 109, (2001), pp. 203-215.
- [12] W. T. Baumann, W. R. Saunders, and H. H. Robertshaw, "Active suppression of acoustic radiation from impulsively excited structures", *J. Acoust. Soc. Am.* 90, (1991), pp. 3202-3208.
- [13] S. J. Elliott and M. E. Johnson, "Radiation modes and the active control of sound power", *J. Acoust. Soc. Am.* 94, (1993), pp. 2194-2204.
- [14] G. P. Gibbs, R. L. Clark, D. E. Cox, and J. S. Vipperman, "Radiation modal expansion: Application to active structural acoustic control", *J. Acoust. Soc. Am.* 107, 2000, pp. 332-339.
- [15] A. P. Berkhoff, "Sensor scheme design for active structural acoustic control", *J. Acoust. Soc. Am.* 108, (2000), pp. 1037-1045.
- [16] A. P. Berkhoff, "Broadband radiation modes: Estimation and active control", *J. Acoust. Soc. Am.* 111, (2002), pp. 1295-1305.
- [17] T. Chanpheng, H. Yamada, T. Miyata, and H. Katsuchi, "Application of radiation modes to the problem of low-frequency noise from a highway bridge", *Applied Acoustics* 65, (2004), pp. 109-123.
- [18] N. Tanaka and Y. Kikushima, "Active control of distributed-parameter structure: Proposition of cluster control", *Trans. JSME. Ser. C.* 64, (1998), pp. 780-787.
- [19] N. Tanaka and S. D. Snyder, "Cluster control of a distributed-parameter planar structure: Middle authority control", *J. Acoust. Soc. Am.* 112, (2002), pp. 2798-2807.
- [20] T. Kaizuka and N. Tanaka, "Radiation cluster control in symmetric enclosures: Theoretical development of radiation cluster control system", *Trans. JSME. Ser. C.*, under review.
- [21] K. Naghshineh and G. H. Koopmann, "A design method for achieving weak radiator structures using active vibration control", *J. Acoust. Soc. Am.* 92, (1992), pp. 856-870.
- [22] S. D. Snyder and C. H. Hansen, "The design of systems to control actively periodic sound transmission into enclosed spaces, part 1: Analytical models", *J. Sound and Vib.* 170, (1994), pp. 433-449.