波動歯車装置のウェーブジェネレータ外周面と フレクスプライン内周面における混合潤滑解析* (無負荷トルク時の数値解析)

間 庭 和 聡^{*1}, 小 原 新 吾^{*2}

Mixed Lubrication Analysis for the Interface between Wave Generator Outside Surface and Flexspline Inside Surface in Strain Wave Gearing (Numerical Analysis under No-Load Torque Operation)

Kazuaki MANIWA^{*3} and Shingo OBARA^{*3} Department of Aerospace Engineering, Tokyo Metropolitan Institute of Technology,
6-6 Asahigaoka, Hino-shi, Tokyo, 191-0065 Japan

This paper represents a mixed lubrication analysis for the interface between the Wave Generator (WG) outside surface and the Flexspline (FS) inside surface in Strain Wave Gearing (SWG). The analytical model consists of the FEM model of the WG outer race and FS and the mixed lubrication model combined with the pressure-compliance equation of surface roughness contact developed by Greenwood and Williamson and the average Reynolds equation by Patir and Cheng. The lubricant film thickness, the hydrodynamic and asperity contact pressures and the lubricant flow vectors at the WG/FS interface are calculated as a function of the input rotational speed. The numerical results show that in the present operating conditions the SWG works primarily in the regime of mixed lubrication and the roughness contacts are made at both edges of the WG outside surface. In addition, axial lubricant flow from the inside to the outside at WG/FS interface is found at the relatively low rotational speed of the WG.

Key Words: Tribology, Strain Wave Gearing, Wave Generator, Flexspline, Mixed Lubrication Analysis, FEM, Grease, Oil

1. 緒 言

波動歯車装置は小型軽量、高回転精度という特長を持つ精密減速機構である。波動歯車装置は図 1 (a) ~ (d) に示すように、楕円形状の玉軸受であるウェーブジェネレータ (以下 WG), 薄肉カップで外歯のフレクスプライン (以下 FS), および剛体で内歯のサーキュラスプライン (以下 CS) の 3 つの要素から構成される。WG 長径は FS 内径よりわずかに大きく、FS の弾性変形を利用して WG を FS 内部に挿入し、図 1 (e), (f) に示すように楕円状に変形した FS の長軸部でのみその外歯と CS の内歯が噛合う構造となっている。WG 内輪を入力軸, FS を出力軸, そして CS をハウジングに固定した場合, 入力軸の回転により FS と CS の歯の噛合い位置が移動し, 入力軸が 1 回転すると FS と CS の歯数差 (通常 2 枚) 分だけ出力軸が入

Fig.1 Strain Wave Gearing

* 原稿受付 2006 年 4 月 18 日.

^{*1} 正員, 東京都立科学技術大学工学部 (☎ 191-0065 日野市旭ヶ丘 6-6).^{*2} 正員, 宇宙航空研究開発機構 (☎ 305-8505 つくば市千現 2-1-1).

E-mail: maniwa.kazuaki@jaxa.jp

力軸と反対向きに回転し、減速される。この時、WG外輪はFSの摩擦力によりひきずられて、FSと同じ方向に回転する。波動歯車装置は構造・作動原理上、以下の3つの接触・摩擦部を持つ。

- (1) WG玉軸受の玉と内外輪
- (2) WG外輪の外周面とFS内周面
- (3) FS外歯とCS内歯

波動歯車装置はその特長から、宇宙機器用の減速機としても使用されている^{(1)~(6)}。宇宙用の波動歯車装置は油またはグリースで潤滑されることが多く、地上で使用されるものと比較して、低回転速度、低負荷トルクで使用される。このような作動条件下では、

(2)の潤滑が最も厳しくなりWG外周面とFS内周面が摩耗し、角度伝達精度、伝達効率を低下させ寿命に至る場合が多いことが経験的に知られている⁽¹⁾。WG/FS間の潤滑状態については、WG外輪とFSの速度差がほぼ0であることから境界あるいは混合潤滑状態であると推定されてきたが、WG/FS間の潤滑特性を調べた研究例は著者の知る限りまだ報告されておらず、すきま形状や油膜圧力の発生状態、潤滑剤の流れ特性については明らかになっていない。このように、回転速度や負荷トルク等の作動条件によって潤滑状態がどのように変わるかが分かっていないため、波動歯車装置を組込んだ宇宙機器の開発においては、回転速度や負荷トルクを高くした加速試験が妥当であるか明らかとなっていない。さらに、波動歯車装置を組立てる際に、WG外周面やFS内周面のどの部分に潤滑剤を塗布すれば効果的な潤滑が行えるかについても十分な知見が得られていない。

そこで、本研究では波動歯車装置のWG/FS間の潤滑特性を明らかにするため、出力軸に負荷トルクが加えられない無負荷状態で油潤滑された場合のWG外周面とFS内周面の間の混合潤滑解析モデルを作成し、回転速度をパラメータとして、すきま、接触圧力、潤滑油の油膜圧力および流れベクトルの分布を求めた。

2. 主な記号

d	: WG玉の直径
d_m	: WG玉軸受のピッチ円直径
h	: WGとFSの間のすきま(油膜厚さ)
$\bar{h}_T$	: 平均すきま
p_c	: 表面粗さ突起の平均接触圧力
p_f	: 油膜圧力
Q_i^k, Q_o^k	: k 番目の玉と内外輪の間の接触荷重
q_ω, q_θ	: 軸方向、周方向の潤滑油の流量
r_i	: 内輪の軌道溝半径

R_b^k	: k 番目の玉の軌道半径
R_{fs}, R'_{fs}	: 変形前後のFS内周半径
R_o, R'_o	: 変形前後のWG外輪軌道半径
R_{wg}, R'_{wg}	: 変形前後のWG外周半径
β	: 表面粗さ突起の曲率半径
η	: 表面粗さ突起の数密度
μ	: 潤滑油の粘度
σ	: WG外周面とFS内周面の合成二乗平均粗さ
ω_{fs}	: FSの回転速度
$\omega_{wgi}, \omega_{wgo}$	: WG内外輪の回転速度

3. 解析モデル

混合潤滑解析の対象であるWG/FS間のすきま形状は、WG外輪およびFSの弾性変形、回転速度や負荷トルクなどの作動条件によって決定される。そのため、それらを考慮した全体構造モデルを作成する必要がある。全体構造モデルは、図2に示すように、WG外輪とFSの変形をFEMにより計算する要素モデルと、平均流れモデル⁽⁷⁾とGWモデル⁽⁸⁾を組合せてWG/FS間の接触・潤滑状態を計算する混合潤滑解析モデルの2つから構成される。図2(a)において、WG内輪は高速で時計方向に、WG外輪とFSは減速された速度で時計方向に回転する。 x 軸がWGの短軸、 z 軸が長軸と一致している。

3・1 要素モデル WG玉軸受の内輪は、幾何学的に次式⁽⁹⁾で決まる楕円の軌道、ピッチ円を持つ剛体とした。

$$r = r_0 - \Delta/2 \cdot \cos(2\theta) \quad (1)$$

ここで、 r_0 は真円時の半径、 Δ は直径の楕円変位量である。さらに θ は周方向角度であり、0, 180 degで短軸、90, 270 degで長軸となる。軌道溝半径は周方向に沿って一定であると仮定した。玉は真球とし、周方向に等間隔配置とした。変形量の大きい外輪は図3(a)に示すようにFEMによって形状をモデル化しており、軸方向に8分割、周方向に40分割で要素数320とした。内外輪と玉の接触荷重は、ヘルツの接触理論を用いて計算した。内輪、外輪と k 番目の玉の相対接近量 δ_i^k 、 δ_o^k は、要素の形状と玉の半径方向位置 R_b^k を用いて次のように計算できる。

$$\delta_i^k = (R_b^k - R_{in}) - (r_i - d/2) \quad (2)$$

$$\delta_o^k = (R_b^k - R'_o) + d/2 \quad (3)$$

Fig. 4 Definition of mixed lubrication analysis region

$x_c = l_{wg}$ は出力側端部に対応する。また、 u , v は軸方向および周方向における表面速度、 ϕ_s , ϕ_θ は圧力流れに対する修正係数、 ϕ_{sx} , $\phi_{s\theta}$ はせん断流れに対する修正係数である。

WG/FS 間のすきま (油膜厚さ) は、変形後の WG 外輪と FS の形状から幾何学的に計算することができる。

$$h(x_c, \theta) = R'_{fs}(x_c, \theta) - R'_{wg}(x_c, \theta) \quad (9)$$

平均レイノルズ方程式のスクイズ項 (式 (8) 右辺第 5 項) は、すきまの形状および要素の速度を用いて計算できる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\omega_{wg} \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (10)$$

接触面内における潤滑油の流量は次式により計算することができる。

$$q_x = -\frac{h^3}{12\mu} \phi_s \frac{\partial p_f}{\partial x_c} + \frac{u_{wg} + u_{fs}}{2} \bar{h}_T + \frac{u_{wg} - u_{fs}}{2} \sigma \phi_{sx} \quad (11)$$

$$q_\theta = -\frac{h^3}{12\mu} \phi_\theta \frac{\partial p_f}{R_{fs} \partial \theta} + \frac{v_{wg} + v_{fs}}{2} \bar{h}_T + \frac{v_{wg} - v_{fs}}{2} \sigma \phi_{s\theta} \quad (12)$$

接触面内においてすきまが小さい領域では、表面粗さの突起どうしが接触し圧力が生じる。接触圧力は Greenwood らによって提案された平面と粗面の弾性接触モデルから求める⁽⁸⁾。

$$p_c = \frac{4}{3} E' \beta^{1/2} \sigma_s^{3/2} \int_{d/\sigma_s}^{\infty} (s - d/\sigma_s)^{3/2} \phi^*(s) ds \quad (13)$$

ここで、 $E' = E / (2(1 - \nu^2))$ 、 σ_s は表面粗さ突起の高さの標準偏差、 $\phi^*(s)$ は突起の高さの確率密度関数であり、これらは測定値を用いた。さらに WG/FS 間の総接触面積は、次式で求められる。

$$A_c = R_{fs} \int_0^{2\pi} \int_0^{l_{wg}} \left\{ \pi \eta \beta \sigma_s \int_{d/\sigma_s}^{\infty} (s - d/\sigma_s) \phi^*(s) ds \right\} dx_c d\theta \quad (14)$$

WG/FS 間における油膜圧力および接触圧力の和

$$p = p_f + p_c \quad (15)$$

がそれぞれの表面に働く。この表面に分布する圧力を WG 外輪、FS の FEM モデルへ適用するために等価節点力へ変換する。

$$\{p_{fs}^i\} = \int_s [N]^T \{p\} dS \quad (16)$$

圧力ベクトル $\{p\}$ は以下のように表される。

$$\{p\} = \begin{Bmatrix} p \cos \theta_{fs}^i - \tau_{fs\theta} \sin \theta_{fs}^i \\ \tau_{fsx} \\ p \sin \theta_{fs}^i + \tau_{fs\theta} \cos \theta_{fs}^i \end{Bmatrix} \quad (17)$$

ここで、 τ_{fs} は油膜によるせん断応力、 θ_{fs}^i は WG 外輪と FS の間の接触角である。突起接触による摩擦力は無視した。WG 外周面の場合は式 (17) の p を p 、 τ_{fs} を τ_{wg} と置いて計算すればよい。

4. 解析手順

解析の流れを図 5 に示す。解析方法は FEM および混合潤滑モデルを解きながら、WG 玉の半径方向位置と接触荷重、WG 外輪軌道に働く等価節点力、WG/FS 間の圧力分布について収束計算を行っていく。WG 玉の接触荷重は、玉と内外輪の間の接触荷重が等しくなるように収束計算により求めた。収束判定には、

$$\frac{|Q_o^k - Q_o^{k-1}|}{Q_o^k + Q_o^{k-1}} < 10^{-6} \quad (18)$$

を用いた。接触荷重 Q_o^k から式 (6) を用いて WG 外輪の要素モデルに与える等価節点力を求めるが、そのまま Q_o^k の値を用いて等価節点力を求めると数値的な不安定が生じ発散する。そこで、次式により緩和した接触荷重を用いて等価節点力を計算した。

$$\{Q_o\}^{new} = \{Q_o\}^{old} + \gamma_1 [\{Q_o\}^k - \{Q_o\}^{old}] \quad (19)$$

ここで、上付文字 old は計算過程における 1 つ前の値を、new は計算結果を示している。何も付いていない変数は式 (5) より求めた接触荷重である。また、 γ_1 は緩和係数である。等価節点力の収束判定には

$$\frac{|\{Q_o\}^k - \{Q_o\}^{new}|}{\{Q_o\}^k} < 10^{-4} \quad (20)$$

を用いた、WG/FS 間の圧力分布は、式 (19) と同様の緩和計算により求めた。

$$p^{\text{new}} = p^{\text{old}} + \gamma_2 (p - p^{\text{old}}) \quad (21)$$

圧力 p の収束判定にはその積分値を用いた。

$$\left| \frac{\iint p dx_c d\theta - \iint p^{\text{new}} dx_c d\theta}{\iint p dx_c d\theta} \right| < 10^{-2} \quad (22)$$

また、計算の過程において $h < 0$ となる領域が現れるため、その領域では

$$p = p_c \Big|_{h'=0} \quad (23)$$

と置いた。

Fig.5 Flow chart of numerical analysis

本解析では計算時間を短縮させるために、収束判定には式 (22) に示した比較的大きい値を用いた。後述する解析条件 0rpm において式 (22) の結果と収束判定値を 1 オーダー厳しくした場合の結果とを比較したところ、最小すきまの発生位置はほぼ同じで、その値は 0.026% の誤差となり、本解析精度でも問題ないと思われる。

5. 解析結果および考察

解析条件を表 1 に示す。本解析では WG 外輪と FS は同じ回転速度で、入力回転数の 1/160 倍とした。また潤滑油の粘度は、宇宙用として主流となっている合成炭化水素油 MAC (Multiply Alkylated Cyclopentane) の 30℃ における値を用いた。

Table 1 Analysis parameters

Strain Wave Gearing	
Reduction ratio	1/160
FS inner diameter [mm]	Approximately 50
Number of ball	23
Operating conditions	
Input rotational speed [rpm]	0, 10, 100, 1000
Viscosity of oil [Pas]	0.157
Surface roughness	
RMS of WG outside surface [μm]	0.11
RMS of FS inside surface [μm]	0.25

図 6 に、WG/FS 間の接触圧力分布を白黒の濃淡で、表面粗さで無次元化したすきまを等高線で示す。表面粗さとすきまの比が 3 より小さい領域を直接接領域と判定すると⁽¹²⁾、各条件において、WG 外輪の入力側短軸部、出力側長軸部ですきまが小さくなっており、その領域で WG 外周面と FS 内周面の直接接が生じている。回転速度 1000 rpm の場合のみ入力側短軸部での接触は生じていない。図 7 に回転速度と入出力側の接触力 (接触圧力の積分値)、総接面積 A_c の関係を示す。回転速度の増加に伴い入力側短軸部の接触力は 100rpm までにはわずかに増加し、一方、出力側長軸部の接触力は減少することが分かる。接触力のほとんどは出力側に作用しており、総接面積としては回転速度の増加とともに減少していく。

図 7 に示した解析結果が妥当であるかどうかを確認するために、別途実験を行い WG/FS 間の接触電気抵抗を測定した。図 8 に無負荷状態、入力回転速度 0~300 rpm における WG/FS 間の接触電気抵抗の測定結果を示す。実験は大気中で行い、雰囲気温度はおおよそ

Fig.6 Distribution of contact pressure and contour of non-dimensional separation (oil film thickness)

Fig.7 Contact load and total contact area versus input rotational speed

20℃, 使用した潤滑油は解析と同様に MAC である。WG 外輪と FS の間におよそ 50mV の電圧を印加し, それらの間の測定電圧から接触電気抵抗を算出した。図 8 より, 接触電気抵抗値が 0~18Ω であることから WG/FS 間は混合潤滑状態であったと推定できる。また接触電気抵抗値は回転速度とともに増加することが分かる。接触電気抵抗値の増加は, GW モデルより接

Fig.8 Experimental result for contact electric resistance versus input rotational speed

Fig.9 Distribution of oil film pressure

触荷重および接触面積の減少と考えることができ⁸⁾, 図 7 に示した解析結果は接触電気抵抗の測定結果と同じ傾向を示している。以上のことから本解析モデルは WG/FS 間の混合潤滑状態を模擬できていると考えられる。

続いて, 図 9 に 10, 100, 1000rpm における WG/FS 間の油膜圧力の分布を示す。同図 (d), (e) のように入力側と出力側に油膜圧力のピークが見られ, 回転

Fig.10 Distribution of flow vector and contour of oil film thickness

速度の増加に伴い油膜圧力も増加している。この油膜圧力の増加により出力側のすきまは押し広げられ、反対に入力側のすきまは狭くなり、図7に示したような入出力側の接触力の変化が生じたと考えられる。ただし、回転速度 1000 rpm の場合には入力側で発生する油膜圧力のピークが短軸部に移動しており、直接接触を防いだと考えられる。

図 10 に潤滑油の流れベクトルの分布と、すきまの等高線（単位は μm ）を示す。矢印の長さは流量に相当する。流れベクトルの分布から、入力側、出力側の両方において潤滑油の流入出が確認できる。また、回転速度に依存せず潤滑油の流入出領域はほぼ同じであるが、ベクトルの長さから流入量は回転速度が高い方が多いことが分かる。続いて図 11 に、図 10 の流れベクトルの軸方向成分を周方向に積分し、単位時間当たり軸方向に流れる体積流量を求めた結果を示す。ここで、体積流量が負の場合は入力側方向へ、正の場合は出力側方向へ流れることを意味する。図 11 に示

Fig.11 Distribution of total axial flow rate

ように、回転速度 10, 100 rpm においては入力側端では流出、出力側端では流入していることが分かる。これは、作動中に入力側端では接触面内から潤滑剤を排出し、出力側端からは接触面内に潤滑剤を供給することを意味している。例えばグリース潤滑を想定した場合、作動前に WG 外輪の入出力側においてグリース溜まりが存在したとすると、作動中にはグリースが WG/FS 間に流入出し、トータルとしては少しずつ出力側から入力側へグリースが移動していくと考えられる。このことから、宇宙用途など比較的回転速度が低い場合には、出力側端へ多くのグリースを塗布することが寿命上有利と考えられる。

6. 結 言

波動歯車装置の WG 外周面と FS 内周面の間のすきまに着目して、無負荷状態における混合潤滑解析モデルを作成し、回転速度をパラメータとして解析を行った。そして、WG/FS 間のすきま、接触圧力、油膜圧力および流れベクトルの分布を求めた。得られた知見は以下の通りである。

(1) WG/FS 間は、本解析の作動条件下では、部分的な接触を伴う混合潤滑状態にある。接触域は、WG 外輪の入力側短軸部と出力側長軸部の 2 ヶ所であり、回転速度に依存しない。また、接触力と総接触面積については、出力側長軸部の占める割合がほとんどであ

り、回転速度の増加とともに減少していく。一方、入力側短軸部の分担する割合は小さく、回転速度の依存性は小さい。

(2) WG/FS間には潤滑油の流れが存在し、回転速度の増加とともに流量は増加していく。WG外輪端については、入力側および出力側のいずれにおいても、周方向に流入域と流出域が存在する。また、軸方向の総流量については、回転速度10~100 rpmの低中速度域では、WG外輪の出力側から流入し、入力側へと流出していく。

文 献

- (1) Schafer, I. et al., Space Lubrication and Performance of Harmonic Drive Gears, *Proceedings 11th European Space Mechanisms And Tribology Symposium*, (2005-9), pp. 65-72.
- (2) Kaneko, Y. et al., The SELENE Project and the following LUNAR mission, *Acta Astronautica*, Vol. 47, Nos. 2-9, (2000), pp. 467-473.
- (3) Kunii, Y. et al., Development of micro-manipulator for tele-science by lunar rover: Micro5, *Acta Astronautica*, Vol. 52, (2003), pp. 433-439.
- (4) Secheresse, O. et al., SARA21-A New Rotary Actuator for Space Applications, *Proceedings of the 37th Aerospace Mechanisms Symposium*, (2004-5), pp. 153-161.
- (5) Sharif, B. and Joscelyn, E., Development of Mars Exploration Rover Lander Petal Actuators, *Proceedings of the 37th Aerospace Mechanisms Symposium*, (2004-5), pp. 211-220.
- (6) Sokol, J. et al., High Gain Antenna Gimbal for the 2003-2004 Mars Exploration Rover Progra, *Proceedings of the 37th Aerospace Mechanisms Symposium*, (2004-5), pp. 237-250.
- (7) Patir, N. and Cheng, H. S., An Average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial Hydrodynamic Lubrication, *Transaction of the ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 100, (1978), pp. 12-17.
- (8) Greenwood, J. A., and Williamson, J. B. P., Contact of nominally flat surfaces, *Proceedings of the Royal Society, Series A*, (1966), pp.300-319.
- (9) Xinyue, Z. et al., A Study of a New Shape Wave Generator for Strain Wave Gearing, *4th World Congress on Gearing and Power Transmission*, (1999-3), pp. 1129-1134.
- (10) Chengwei, W. and Linqing, Z., An Average Reynolds Equation for Partial Film Lubrication With a Contact Factor, *Transaction of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 111, (1989), pp. 188-191.
- (11) Patir, N. and Cheng, H. S., Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surfaces, *Transaction of the ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101, (1979), pp. 220-230.
- (12) Nakahara, T., Developments in Mixed Lubrication Theory, *Journal of Japanese Society of Tribologists*, Vol. 39, (1994), pp. 220-228.