ロータ・磁気軸受系の同時最適設計*

岩 壺 卓 三^{*1}, 中 島 篤^{*2}

Simultaneous Optimum Design of Rotor/Magnetic Bearing System

Takuzo IWATSUBO^{*3} and Atsushi NAKASHIMA^{*3} Department of Mechanical Engineering, The Faculty of Engineering, Kansai University,
3-3-35 Yamate, Suita-shi, Osaka, 564-8680 Japan

In this study, a new simultaneous optimization method to design a rotor supported by an electromagnetic bearing is proposed. In this method a cross-section area of the magnet and number of coil turns, an electromagnet configuration, control gains under the capacity of amplifier and magnetic flux saturation are simultaneously designed under constraints of the maximum bearing outside diameter and bias gap. The result is checked by post design analysis and the validity was shown by using an example.

Key Words: Simultaneous Optimum Design, Magnetic Bearing, Rotor Magnetic Bearing System, Electric Magnetic Design

1. 結 論

磁気軸受を用いた回転機械は一般産業用に実用化され、その用途も拡大している^①。しかし磁気軸受を設計する際には、経験を頼りに試行錯誤を重ねているのが現状である。そこで、磁気軸受の設計経験がなくても、簡単に最適な設計が行えるようなシステムができることが望ましい。ところが現状では、まず機械構造物の設計を行い、その構造物に適した制御系を設計するという手順で設計されている（このような設計法を本論文では“構造系と制御系の別々設計”^②と呼ぶ）。そのため、制御しやすい構造物というような制御系設計の立場からの設計情報が構造設計に反映されていない。この問題を解決するために、構造系と制御系の相互関係を考慮して両者を同時に最適化する“構造系と制御系の同時最適設計”^{③④}すなわち制御系の設計の際に構造系が確定している別々設計と違って、同時最適設計では制御系の情報を含む評価関数に基づいて構造系を変更することができることから、制御しやすい構造を設計することができる可能性がある。

そこで、本研究では設計者が設計仕様を入力するとロータと磁石の形状、コイル巻数などと制御を含む

磁気軸受系の最適設計を同時に行う設計法を提案する。まず磁気軸受を用いたロータ・軸受系の基礎モデルを構築し、そのモデルにおける設計項目を設計変数として、別々設計法により初期設計を行う。その初期設計結果を設計変数の初期値とし、同時最適化問題を解く。

2. 設計対象のモデル化

本章では、設計対象となるロータ磁気軸受系の基礎モデルを構築する。

2.1 ロータ制御系のモデル化 本研究では、ロータ磁気軸受特性を考慮したモデルを考える。構造系は有限要素モデルを用い、制御系はモード解析法によって低次元化された構造系に対して設計するものとする。

質量マトリクス M 、減衰マトリクス C 、剛性マトリクス K を有する有限要素モデルに対して、制御力と外力が作用する閉ループ系の運動方程式は、

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = L_a u + L_d f \cdots \cdots (1)$$

ただし、 q は弾性ロータ有限要素モデルの節点ベクトルを示し、並進変位と回転変位の自由度を有する。 u は磁気軸受の吸引力に関するベクトルを示し、 L_a は磁気軸受の配置を示す行列を示す。 f は外力ベクトルで弾性ロータに作用する不つりあい力やその他の外力

* 原稿受付 2005 年 6 月 13 日。

^{*1} 正員、関西大学工学部 (〒564-8680 吹田市山手町 3-3-35)。^{*2} (株) 富士重工業 (〒373-8555 太田市スバル町 1-1) [元：神戸大学大学院]。

E-mail: iwatsubo@ipc.ku.kansai-u.ac.jp

を示し、 L_d は外力が作用する位置を表す行列である。
式(1)の右辺第1項の動的吸引力 u は、

$$u = k_i i + k_x L_s q \cdots \cdots (2)$$

ただし、

$$k_i = 2k \frac{I_{bias1}^2 - I_{bias2}^2}{(X + X_0)^2}, \quad k_x = 2k \frac{I_{bias1}^2 - I_{bias2}^2}{(X + X_0)^3} \cdots (3)$$

$$k = \frac{N^2 \mu_0 S}{4}$$

とする。ここで、 L_s はセンサーの位置を表す行列であり、 X 、 I_{bias1} 、 I_{bias2} は定常ギャップと電磁石1,2の定常電流を示し、 k_x は電磁石の負ばね定数、 k_i は電流ゲイン、 i は電磁石の制御電流、 N は電磁石のコイル巻き数、 μ_0 は真空透磁率、 S は電磁石鉄心の対向面積である。

この微分方程式をモード解析法によりモード座標系の表示 η に変換すると、

$$\tilde{M} \ddot{\eta} + \tilde{C}_n \dot{\eta} + \tilde{K}_n \eta = \Phi^T L_d f \cdots \cdots (4)$$

ここで Φ は座標変換ベクトルである。さらに、式(4)を制御するモードまでに低次元化すると次式のように表される。

$$\tilde{M}_r \ddot{\eta}_r + \tilde{C}_{nr} \dot{\eta}_r + \tilde{K}_{nr} \eta_r = \Phi_r^T L_d f \cdots \cdots (5)$$

ただし、 η_r は η の制御しようとするモードまでのベクトルである。

2.2 電磁石設計法 電磁石を設計する際には、アンプの容量や磁束飽和などを考慮した上で、電磁石用鉄心の形状・断面積やコイル巻き数などを決定する必要があり、その電磁石を磁気軸受に適用するとなると電磁石と磁気軸受に関する知識と経験が必要となる。ここでは電磁石の設計方法を述べる。⁶⁾

Fig.1 Configuration of electromagnet

図1のように向かいあった二つの電磁石を垂直方向から45°ずらして二組配置する場合について考える。電磁石の吸引力は次式のように表される。

$$F = \frac{N^2 \mu_0 S}{4} \left(\frac{i_1}{\frac{l}{2\mu_s} + x_1} \right)^2 - \frac{N^2 \mu_0 S}{4} \left(\frac{i_2}{\frac{l}{2\mu_s} + x_2} \right)^2 \cdots \cdots (6)$$

ここで、 i_1 、 i_2 は上下の電磁石1,2のコイル電流、 l は磁路長さ、 μ_s は電磁石鉄心の比透磁率、 x_1 、 x_2 上下の電磁石1,2とロータのギャップを示す。

磁気軸受の吸引力の制御に線形制御理論を適用するために、磁気軸受部の平衡点まわりでのロータの曲げ振動による並進変位を考慮して式(6)を線形近似する。そのためにここでは、

$$x_1 = X + x', \quad i_1 = I_{bias1} + i' \cdots \cdots (7)$$

$$x_2 = X - x', \quad i_2 = I_{bias2} - i'$$

とおく。 x' 、 i' はそれぞれギャップとコイル電流の変動成分を示す。式(6)は、

$$F = k \frac{I_{bias1}^2 - I_{bias2}^2}{(X + X_0)^2} + 2k \frac{I_{bias1} - I_{bias2}}{(X + X_0)^2} i' - 2k \frac{I_{bias1}^2 - I_{bias2}^2}{(X + X_0)^3} x' \cdots (8)$$

上式第1項はロータの自重とつりあう静的吸引力 F_{static} を、第2・3項は動的吸引力 $F_{dynamic}$ を表す。

$$F_{static} = k \left(\frac{I_{bias1}}{X_0 + X} \right)^2 - k \left(\frac{I_{bias2}}{X_0 + X} \right)^2 = k \frac{I_{bias1}^2 - I_{bias2}^2}{(X + X_0)^2} \cdots (9)$$

$$F_{dynamic} = 2k \frac{I_{bias1} - I_{bias2}}{(X + X_0)^2} i' - 2k \frac{I_{bias1}^2 - I_{bias2}^2}{(X + X_0)^3} x' \cdots (10)$$

式(10)より、線形近似された磁気軸受の動的吸引力は、コイル電流の変化分 i' とロータの変位 x' にそれぞれ比例することが分かる。

ここで、電磁石に求められる事は静的な吸引力を発生させるために必要なバイアス電流による消費電力が小さいことと、わずかな制御電流で振動制御を行えることの二つである。

まず、バイアス電流による消費電力を考える。ここで、静的吸引力とロータ質量の自重とのつりあいよりロータを浮上させるために必要なバイアス電流はそれぞれ次式で表される。

$$I_{bias1} = (X + X_0) \sqrt{\frac{4\gamma Mg}{2\mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{N^2 S}} = \frac{k_{bias1}}{\sqrt{N^2 S}}$$

$$I_{bias2} = (X + X_0) \sqrt{\frac{4(\gamma-1)Mg}{2\mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{N^2 S}} = \frac{k_{bias2}}{\sqrt{N^2 S}}$$

$$\begin{pmatrix} k_{bias1} = (X + X_0) \sqrt{\frac{4\gamma Mg}{2\mu_0}} \\ k_{bias2} = (X + X_0) \sqrt{\frac{4(\gamma-1)Mg}{2\mu_0}} \end{pmatrix} \cdots (11)$$

ただし、 M : ロータの質量、 g : 重力加速度、上部電磁石で γMg 、下部電磁石で $(\gamma-1)Mg$ の力で吸引するとする。

また、安全余裕を見てここでは仮にこのバイアス電流 I_{bias1} を運転速度 ω [rad/sec] の2倍の周波数まで確保しようとする、

$$I_{bias1} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (L \cdot 2\omega)^2}}$$

$$\therefore V = \sqrt{R^2 + (L \cdot 2\omega)^2} I_{bias1} \cdots \cdots (12)$$

ただし V : コイルの電圧・また消費電力 P_1 , P_2 は次のように表される。

$$P_1 = VI_{bias1} = \sqrt{R^2 + (L \cdot 2\omega)^2} I_{bias1}^2$$

$$P_2 = VI_{bias2} = \sqrt{R^2 + (L \cdot 2\omega)^2} I_{bias2}^2 \cdots \cdots (13)$$

ここで、コイルの抵抗を定式化するために次の仮定をおく。コイルは鉄心まわりに何重にも巻かれるが、コイル一回巻きあたりの長さは常に鉄心の周長さに等しいとする。また、鉄心の断面は多くの場合、図2のように長方形断面であり各辺の長さの比を $W_{axi} : W_{leak} = 1 : \alpha$ とし、この α を鉄心断面形状係数と呼ぶ（ここでは、鉄心の円周方向長さを ℓ とし、軸方向長さを α とする）。この仮定のもとにコイルの抵抗 R とインダクタンス L を求めると

$$R = \rho \frac{l_{coil}}{S_{coil}} = k_R \sqrt{N^2 S}, k_R = \frac{8\rho}{\pi D_{coil}^2} \sqrt{\frac{(1+\alpha)^2}{\alpha}} \cdots (14)$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\frac{l}{\mu_s} + 2X} = k_L N^2 S, k_L = \frac{\mu_0}{\frac{l}{\mu_s} + 2X} \cdots \cdots (15)$$

ただし、 l_{coil} はコイル長さ、 S_{coil} はコイル断面積、 D_{coil} はコイル直径、 ρ は抵抗率を示す。

インダクタンスはエネルギーが保存されることを考えると、消費電力は次式で表される。

$$P_1 = VI_{bias1} = RI_{bias1}^2 = k_{bias1}^2 \sqrt{\frac{k_R^2}{N^2 S}} \cdots \cdots (16)$$

$$P_2 = VI_{bias2} = RI_{bias2}^2 = k_{bias2}^2 \sqrt{\frac{k_R^2}{N^2 S}} \cdots \cdots (17)$$

よって、上下に電磁石を有する場合でも、バイアス電流による消費電力を小さくするためには、 $N^2 S$ を大きくすれば良いことが分かる。

次に動的な吸引力について考えると、式(10)より

$$F_{dynamic} = 2k \frac{I_{bias1} - I_{bias2}}{(X + X_0)^2} i'^2 - 2k \frac{I_{bias1}^2 - I_{bias2}^2}{(X + X_0)^3} x'$$

$$= k_i' i'^2 - k_x' x'$$

$$k_i' = 2k \frac{I_{bias1} - I_{bias2}}{(X + X_0)^2}, k_x' = 2k \frac{I_{bias1}^2 - I_{bias2}^2}{(X + X_0)^3} \cdots (18)$$

と表せる。ここで、第一項の係数 k_i' を大きくし、第二項の係数 k_x' を小さくすると同じ大きさの力を発生させるために必要な制御電流は少なくなることがわかる。第一項、第二項の係数は、次のようになる。

$$k_i' = \frac{\sqrt{4Mg\mu_0}}{(X + X_0)} (\sqrt{\gamma} - \sqrt{\gamma-1}) \sqrt{N^2 S}$$

$$k_x' = \frac{2Mg}{(X + X_0)} = const. \cdots \cdots (19)$$

よって、 $N^2 S$ を大きくすれば良いことがわかる。

電磁石を設計する上でコイルの巻き数の2乗と鉄心断面積の積 $N^2 S$ を大きくするように設計すると電力効率の良い電磁石を設計することができる。これは電磁石の評価・比較にも用いることができる。また、 γ は小さいほど消費電力も小さくなるが、吸引力の制御電流に対する線形性を保つためには γ を大きくする必要がある、ここでは $\gamma=2$ と仮定している。

実際の設計においては、①磁束飽和、②軸受幅径比、③アンプの容量による出力電圧・出力電流に制限、④軸受の大きさなどを考慮する必要がある。

ここではまず、①磁束飽和について考える。磁束密度を $B[T]$ とすると吸引力は、次式で表される。

$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} 2S = \gamma \frac{Mg}{\sqrt{2}} \\ \therefore B^2 = \frac{\mu_0 \gamma Mg}{\sqrt{2}S} \dots\dots\dots (20)$$

ここで、磁気吸引力が電流に対して、線形性を保てる範囲を $B_{\min} < B < B_{\max}$ とすると、

$$\frac{\mu_0 \gamma Mg}{B_{\max}^2 \sqrt{2}} < S < \frac{\mu_0 \gamma Mg}{B_{\min}^2 \sqrt{2}} \dots\dots\dots (21)$$

また、鉄心断面積を決定する際には②軸受幅径比 l/d を考慮する必要がある。軸受幅 l を鉄心断面形状係数 α を用いて $l = \sqrt{\alpha S}$ とし、 $0.5 < l/d < 1.0$ の範囲内で設計すると、

$$\frac{(0.5d)^2}{\alpha} < S < \frac{(1.0d)^2}{\alpha} \dots\dots\dots (22)$$

式(21)(22)より鉄心断面積に対する制約条件が決まる。

次に③アンプの容量による制限について考える。定常電流 I_{bias1} を回転速度 ω_{rs} の2倍の周波数 $2\omega_{\text{rs}}$ まで出力するために必要となる電圧 V を求めると、

$$V = k_{\text{bias1}} \sqrt{k_R^2 + 4k_L^2 \omega_{\text{rs}}^2 N^2 S} \dots\dots\dots (23)$$

ここで、アンプの出力電圧範囲を $V_{\min} \sim V_{\max}$ 、最大連続出力電流を $I_{\max}$ とすると、

$$I_{\text{bias1}} = \frac{k_{\text{bias1}}}{\sqrt{N^2 S}} < I_{\max} \therefore \frac{k_{\text{bias1}}^2}{I_{\max}^2} < N^2 S \dots\dots (24)$$

式(24)より $N^2 S$ の範囲が求まる。このとき、前に述べたように $N^2 S$ を大きくするにつれ消費電力は小さくなるが、鉄心断面積 S 、コイル巻き数 N を大きくす

ると軸受の大きさが大きくなることは容易に想像できる。そこで、④軸受の大きさを考慮した上で鉄心断面積 S 、コイル巻き数 N を設計する必要がある。ここでは、設計者が軸受の外径に上限を与えた時に、その軸受外径に納まる軸受で、かつ消費電力の小さい軸受、つまり $N^2 S$ が大きい軸受を設計する。その具体的設計法を以下に示す。図3のような軸受を考えて、軸受・電磁石の寸法を設計変数により定式化する。軸受内径 R_{in} と鉄心幅 $W_{\text{steel}} (= \sqrt{S/\alpha})$ より、コイルを巻く空間の幅 width と高さ height を定式化する。ここで電磁石の幅 W_{magnet} は次のように表される。

$$W_{\text{magnet}} = 2 \cdot (W_{\text{steel}} + 2 \cdot \text{width}) \dots\dots\dots (25)$$

この電磁石の幅 W_{magnet} が仮にロータ外周の $1/4$ に納まり、その中にコイルの巻き数 N が確保でき、軸受外径 R_{out} が一定値 $R_{\max}$ 以下で設計する、という条件を加えると、

$$N^2 S \leq \frac{(\sqrt{S/\alpha} - R_{\max} + R_{\text{in}})^2 (\sqrt{S/\alpha} - R_{\text{in}})^2 S}{D_{\text{wire}}^6} \dots\dots (26)$$

ただし、上式の右辺つまり $N^2 S$ の上限は鉄心断面積 S に関する関数であり、鉄心断面積 S は式(21)(22)に示された範囲内かつ $0 < \sqrt{S} < R_{\text{in}}$ の範囲内で変動する。よって $N^2 S$ の上限を最大にするように鉄心断面積 S を決定する。

また、式(24)(26)で $N^2 S$ についての条件が示された。これらの条件を満たす範囲内で $N^2 S$ が最大になるようにコイル巻き数 N を設計する。

これにより、設計者が軸受外径の上限を与えるとロータ質量・ロータ直径・定常ギャップより磁束飽和やアンプ容量などを考慮して鉄心断面積とコイル巻き数を決定することができる。

3. 同時最適設計の流れ

一般にこのような系の最適設計問題は多峰性であることから、本設計システムでは、設計者が入力した設計仕様に対して従来の設計方法と同様にロータ・磁気軸受系の別々設計を行い、これを初期設計とし、この設計結果を最適設計の初期値としてロータ・磁気軸受系を同時最適設計する。

3.1 初期設計 初期設計過程では、従来の回転機械の最適設計方法と同様に構造系と制御系を独立にそれぞれ最適設計を行う。すなわち、ロータ、電磁石、制御系を別々に最適設計する。したがってこの最適設

Fig.2 Configuration of electromagnet

Fig.3 Cross section of electromagnet

計を別々最適設計と呼ぶが、得られた最適値を同時最適設計の初期値として用いるので、初期設計と呼ぶこともある。初期設計のフローチャートを図4に示す。

3.2 同時最適設計 本節では、ロータ・磁気軸受・制御系についての設計変数を制約条件のもとで評価関数を小さくするような同時最適化について述べる。評価関数には磁気軸受におけるコイル電流の消費電力と軸受体積を用いている。また最適化にはペナルティ法を用い、図5にそのフローチャートを示す。

次に評価関数の定式化について述べる。まず、コイルの消費電力 P を上下部の電磁石におけるバイアス電流・動的制御電流の消費電力の総和と定義すると、式(16)(17)より、

$$P = R(I_{bias1}^2 + I_{bias2}^2) \quad \dots\dots\dots (27)$$

と表せる。

次に、軸受体積は前述したように軸受幅を $l = \sqrt{\alpha S}$ とすると、軸受外径 R_{out} を用いて、

$$V_{bearing} = l \times \pi R_{out}^2 \quad \dots\dots\dots (28)$$

と表わされる。

Fig.4 Flowchart to decide the initial value (Individual optimum design)

これらを用いて評価関数を次式のように定式化する。

$$J = \frac{P}{P_0} + \alpha_w \frac{V_{bearing}}{V_{bearing0}} \quad \dots\dots\dots (29)$$

ただし、 α_w は重み関数、添字 0 は初期設計に対する評価値を示す。

4. 設計結果と振動解析および考察

ここでは、実際に本システムを用いて設計を行った際の別々最適設計結果と同時最適設計結果の例を示し、post design analysis を行い、これにより、両最適設計ともに実現可能な設計であること確認する。振動解析はロータ・磁気軸受系の危険速度線図、モード形状、共振曲線、Q 値、時刻歴応答、制御電流などについて行っている。

4.1 設計仕様と設計結果および考察 設計の一例として実用化されている 1250[kW]の遠心圧縮機 (13000[rpm])を参考に設計を試みる。表1に示す設計

Fig.5 Flowchart of simultaneous optimum design

仕様の下に最適設計を行う。この設計仕様を本設計システムに入力した場合の別々最適設計と同時最適設計の結果を表 2 に示す。各設計変数の制約条件（最小値・最大値）と各諸元も同表に掲載している。両最適設計後の軸形状に関しては図 6 に図示する。

表 2 および図 6 で示した別々最適設計結果と同時最適設計結果について比較・検討する。ロータは対称とし軸直系は端から各段ごとに $d_1 \sim d_4$ としている。

ロータについて考察すると、同時最適設計のロータ質量は、別々設計のロータ質量に比べて 15.3%、軸受間隔とオーバーハング長に関しては、最適値がほぼ最小値と等しい値に収束した。これは、ロータの長さをできる限り短くすることが、ロータ質量が小さくなることや振動的に有利であることに裏付けられる。次に電磁石・軸受の設計について考察すると、以前は電磁石単体を評価することは難しかったが、2.2 節で提案したコイル巻き数の 2 乗と鉄心断面積の積 N^2S を評価に用いると電磁石単体の評価ができる。ここで、同時最適設計では別々最適設計に比べ N^2S が 13.7% 向上されている。これは評価関数に含まれる軸受体積・消費電力の低減につながる。実際に同時最適設計の軸受体積は別々最適設計に比べ 16.8% 小さくすることができた。軸受外径は別々最適設計に比べて大きくになっているが、設計者が設定する軸受外径の制限（最大値）よりも小さく収まっている。また、軸受幅が初期設計に比べ小さくなっているため、ロータ長は 2.76% 短くできている。これはまた、ロータ質量・消費電力の低減にも貢献している。

最後に、制御ゲインの設計について考察すると、大きさについては、同時最適設計と別々最適設計の場合で電磁石が異なるので一概には比較できない。ただし、その結果としてバイアス電流の大きさは 12.7%、

消費電力は 15% 低減できた。また、同時最適設計により軸受剛性は大きくになっているが、このとき制御電流は磁束飽和電流・アンプの飽和電流よりも小さく、この軸受剛性は実現可能である。

別々最適設計よりも同時最適設計の方が評価関数に取り入れた消費電力・軸受体積ともに小さくできることがわかった。しかし、このことよりも別々最適設計と同時最適設計がともに実現可能であり、かつ安全な設計であることが重要である。よって、設計結果に対して設計後解析の結果を次節に示し、両最適設計とともに実現可能かつ安全であることを確認する。

Table2. Design result

		Minimum value	Maximum value	Individual Design	Simultaneous Design
Rotor	Diameter of shaft d1 [mm]	130.3	195.5	143.3	130.3
	d2 [mm]	136.8	205.2	150.5	143.3
	d3 [mm]	143.7	215.5	158	157.6
	d4 [mm]	150.8	226.3	165.9	173.4
	d5 [mm]	158.4	237.6	174.2	190.7
	Diameter of a bearing portion [mm]	195.4	260.6	195.4	195.4
	Interval of a disk and bearing [mm]	300		300	303.6
	Overhang length [mm]	150		150	153.1
	Full length [mm]			1828	1670 (-8.6%)
	Mass of shaft [kg]			293.6	248.7 (-15.3%)
Bearing	Regular gap [mm]	0.2	0.635	0.2	0.2
	α	1	2	2	1.193
	Number of turns of a coil			19	22
	cross-sectional area of magnet core [m ²]			0.008322	0.007048
	N^2S value			3.00	3.19 (+6.3%)
	Width of bearing [mm]			129	9.17 (-28.9%)
	Outer diameter of bearing [mm]		400	325.6	351.2 (+7.9%)
	Volume of bearing [m ³]			0.01074	0.00894 (-16.8%)
Control gain	PF gain K_p			160878	160877
	DF gain K_d			35.3	32.4
	Bearing stiffness [N/m]			7.354E+06	9.385E+06
	Bias current [A]			15.8	13.8 (-12.7%)
	Power consumption [W]			61.6	47.41 (-23%)

Table1. Design specifications

Operating condition	Operation speed	13000[rpm]
	Shaft power	1250[kw]
Rotor	Number of disk	6
	Diameter of a disk	280[mm]
	Width of a disk	20[mm]
	Interval of a disk	110[mm]
	Interval of a disk and bearing	300[mm]
	Overhang length	150[mm]
Capacity of amplifier	Continuable output current	30[A]
	Peak current	60[A]
	Maximum output voltage	400[V]

Fig.6 Configuration of rotor for before and after optimum design

4.2 振動解析および考察 Post Design Analysis

として以下の解析を行った。

① 危険速度線図(固有振動数)・モード形状、回転速度と固有値の関係を表す危険速度線図より、ロータの特性・運転速度と危険速度の関係を確認する。また実際に、系全体の固有値解析により求めた危険速度が運転速度から十分に離れているか確認する。

② 共振曲線(Q値)

図7に両最適設計の結果に対する共振曲線を示す。また、Q値を表3に示している。また、別々最適設計①と別々最適設計②で表された共振曲線は別々最適設計の途中過程での共振曲線を示している。ここで、この共振曲線を用いて本設計システムの流れについて説明する。

まず、図7の最低次の共振は剛体モードであり、回転速度が低いから、速く通過すれば振動が大きくなるのでこの部分の検討は省略し、曲げ1次振動について検討する。別々最適設計①は入力された設計仕様より求めた設計変数の初期値に対する共振曲線である。別々最適設計②は①で危険速度が運転速度付近にあるため、ロータの軸径を大きくする必要があり、運転速度が危険速度の±20%以上離れるまでロータ軸径を大きくし、大きくした共振曲線である。別々最適設計③は別々最適設計②の共振曲線ではQ値が10以上

Fig.7 Resonance curve

で、速度フィードバックゲイン K_d を大きくする必要があり、減衰を十分に確保できるまで、つまりQ値が10以下になるまで速度フィードバックゲインを大きくした共振曲線である。このように構造系と制御系を別々に最適設計した設計結果を同時最適設計の初期値として最適化を行い、その解を同時最適設計結果とし共振曲線を示している。

ここでは、別々最適設計と同時最適設計に対する共振曲線について以下の事項を確認する。まずは、運転速度が危険速度から十分に離れていること。また、定格速度まで回転数を上昇させる際に通過する危険速度において振動振幅がロータ・タッチダウンベアリング間のギャップ以下であること。かつ、危険速度におけるQ値が10以下であることを確認する。

図7、表3から解かるように、実際に別々最適設計・同時最適設計ともにこれらの条件を満たしている。

③ 時刻歴応答

次に、実際に運転する際のシミュレーションを行う。具体的には起動時から定格速度まで回転数を上げ、定格速度で定常運転する時までの時刻歴応答について調べる。ここでは、ロータがタッチダウンベアリングに接触しないことを確認することができた。

すなわち起動時の軸を持ち上げる時の時刻歴応答と定格速度まで回転数を上げ、その定格速度で定常運転する時の時刻歴応答について調べる。図8、9に最適設計された場合の起動時と加速時・定常運転時の時刻歴応答を示す。ここでは、ロータがタッチダウンベアリングに接触しないことを確認する。

起動時の時刻歴応答を調べると、目標値(浮上位置)を中心とし、片振幅が定常ギャップの1/2以内に抑えられタッチダウンベアリングに接触しないことが分かる。また、浮上位置は目標値に十分近く定常偏差も小さいことがわかる。

次に、加速時・定常運転時の時刻歴応答について考える。これも初期設計・最適設計ともに片振幅が定常ギャップの1/2以下であり、タッチダウンベアリングに接触しないことが分かる。

Table 3. Q Factor

	Initial design	Optimum design
1st critical speed [rpm]	2239	2575
2nd critical speed [rpm]	3217	3921
3rd critical speed [rpm]	16652	17665
4th critical speed [rpm]	40775	39643
Rated operating speed [rpm]	13000	13000

④ 制御電流

電磁石ではコイルに流れる電流を制御することにより磁気吸引力を制御する。しかし、前にも述べたように、アンプの容量により出力できる制御電流に限界がある。特に、高周波においてはインダクタンスの影響が大きくなり、アンプの性能として定められている連続出力電流を確保できなくなってしまう。また、たとえ電流を出力できたとしても磁束飽和を起こしてしまうと磁気吸引力を発生させることができなくなってしまう。よって、実際の運転時に必要な制御電流を出力可能であるか確認する必要がある。また、制御電流が磁束飽和電流以下である必要がある。運転時に必要な制御電流とは、定常運転時および起動時や危険速度通過時に必要な大きな制御電流である。よって、この起動時と危険速度通過時の制御電流についても拘束条件を満たしているかどうか確認することができた。

Fig.8 Time history at the start

Fig.9 Time history of start up and steady operation

5. 結 言

本研究では同時最適設計を用いたロータ・磁気軸受系の設計システムを構築した。このことより、以下の知見を得た。

- (1) 電磁石の設計において、コイル巻き数 N の 2 乗と鉄心断面積 S の積 N^2S を電磁石の性能評価として用いると様々な電磁石の比較・評価を行うことができる。
- (2) N^2S の評価を用いると磁気軸受用の電磁石を設計する際に、軸受外径の上限と鉄心断面形状を与えることにより運転条件・ロータ質量・鉄心断面形状に応じて磁束飽和やアンプ容量などを考慮し、電磁石を設計することができる。すなわち設計者が軸受外径の上限を入力すると軸受内径と鉄心断面形状係数を設計変数とし、 N^2S を評価関数とする最適化問題を解くことにより電磁石の最適設計を行うことができる。
- (3) ロータ・磁気軸受・制御系の同時最適設計を行い、別々最適設計より設計変数およびロータの振動、制御電流等で優れた結果を得ることができた。また設計後解析を行うことによりこの設計結果が設計仕様を満たすものであることが確認できた。

文 献

- (1) Iwatasubo, T., et al, Research Trends and Future Subjects on Simultaneous Optimum Design of Structural and Control Systems for Mechanical Structure, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.59, No.559 (1993-3), pp.631-637
- (2) Iwatasubo, T., et al, Development of Simultaneous Optimum Design of Structural and Control System of Flexible Structures, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.57, No.534 (1991-2), pp.407-412
- (3) Yamakawa, H., Simultaneous optimization problem of structural and control systems, *Text of JSME Seminar*, Vol.920, No.50(1992), pp.39-54
- (4) Oginata, G., Simultaneous optimum design problem of structural and control systems, *Instrument and control*, Vol.36, No.4 (1997), pp.254-261
- (5) Matsushita, O., Standardization of Evaluation Stability Margin for Active Magnetic Bearing Equipped Rotors, *Proc. of ImechE*, No. C576-101 (2000-), on CD-ROM