ウェーブレット変換による多自由度構造物の損傷検出*

橋本 唯人^{*1}, 増田 新^{*2}
曾根 彰^{*2}, 射場 大輔^{*2}

Wavelet-Based Damage Detection of Multi-Degree-of-Freedom Structures

Yuito HASHIMOTO^{*3}, Arata MASUDA,
Akira SONE and Daisuke IBA^{*3} Mechanical and System Engineering, Kyoto Institute of Technology,
Goshokaido, Matsugasaki, Sakyo-ku, Kyoto-shi, Kyoto, 606-8585 Japan

In this paper, a method is proposed to identify the time and the location of the damage from responses of multi-degree-of-freedom (MDOF) structures based on the wavelet transform, which has the capacity to detect singularities. First, propagation of discontinuities in the response is investigated qualitatively in order to explain how the structural responses are influenced by sudden changes in structural parameters. Next, the influence of changes of stiffness to the response is quantified. And a method is proposed to connect the wavelet transform to the location of the damage by the state space representation of the MDOF structures. Finally, a simple experiment is carried out to show that the proposed methods are valid in the laboratory-scale structural model reinforced by additional stiffness members. Results of the experiment are showed that the proposed method can identify the existence of small changes in stiffness, but the damage identification is influenced by the way of selections of a sampling frequency and a central frequency of a wavelet.

Key Words: Damage Detection, Propagation of Discontinuities, Multi-degree-of-freedom Structures, Wavelet Transform, Sampling Frequency

1. 緒 論

建築構造物は地震や風などの外的要因によって構造物内部に稼動不可能に陥るような深刻な損傷が起こることがある。これらの損傷の大きさを知ることにより構造物の余寿命を考え、適切な対策を考えるということはきわめて重要なことである。そこで近年、稼動状態において構造物の損傷の有無や大きさを監視するヘルスマニタリングという考えが必要となっている。

これまで行われてきたヘルスマニタリングに関する研究で、構造物の損傷検出手法としてウェーブレット変換を用いた損傷検出手法が提案されている。これらの研究では地震などの繰り返し荷重による低サイクル疲労を対象とした手法⁽¹⁾やボルトの破損、部材の局所的な座屈など急激な剛性の変化を伴う損傷を対象にした手法⁽²⁻⁴⁾がある。本研究では、後者の損傷を対象にし損傷に伴って構造物の剛性は急激に変化し、そ

の時刻で生じる加速度応答波形に不連続な波形に着目する。不連続波形の検出能力を持つウェーブレット変換を用いてこの不連続波形の発生時刻を常時観測、常時検出できれば、構造物が稼動状態での常時損傷検出が可能となる。

このウェーブレット変換を用いた損傷検出方法は1自由度系モデルで多くなされてきた。しかし、ヘルスマニタリングで対象とする構造物のほとんどは多自由度構造物であり、この検出手法を多自由度系へ拡張する必要がある。その際には、損傷の発生時刻だけでなく、発生箇所も同定できなければならない。そこで、本研究では、ある箇所での剛性変化に伴って生じる応答波形内の不連続点が構造物の各点でどのように観測されるかを次のような二つの手法を基に評価する。

まず、加速度応答の導関数に注目して、剛性の不連続な変化に起因する不連続点が現れる最小の微分階数を調べることによって加速度応答のウェーブレット変換値と損傷箇所との関係を定性的に特徴付ける。次に、構造物の状態空間モデルに基づいて、剛性の不連続な変化が引き起こす過渡応答を調べることで、損傷発生位置と加速度応答のウェーブレット変換値の

* 原稿受付 2006年3月22日。

^{*1} 正員、京都工芸繊維大学大学院工学科学研究科(〒606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町)。^{*2} 正員、京都工芸繊維大学大学院工学科学研究科。

E-mail: hashimoto@viblab.mech.kit.ac.jp

関係を定量的に特徴付ける。また4層の構造物モデルを作成し振動実験を行なう。この振動実験により実際に本研究で提案した手法が有効であることを検証する。

2. ウェーブレット変換による損傷検出

2.1 ウェーブレット変換 関数 $f(t)$ の連続ウェーブレット変換は $\psi(t)$ をアナライジングウェーブレットとすると、次式で与えられる。

$$(Wf(t))(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \bar{\psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (1)$$

ここで、実数 a 、 b は、それぞれスケールパラメータ、シフトパラメータであり、 $\bar{\psi}(t)$ は $\psi(t)$ の複素共役を表す。また、アナライジングウェーブレット $\psi(t)$ は次式のような許容条件を満たす必要がある。

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \quad (2)$$

ここで、 $\hat{\psi}(\omega)$ は $\psi(t)$ のフーリエ変換を表す。

本研究では、アナライジングウェーブレットとして、次式で表される Gaussian の4階微分に $(-1)^4$ を掛けたものを用いる。

$$\psi_4 = (-1)^4 \frac{\partial^4 \phi(t)}{\partial t^4}, \quad \phi(t) = e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (3)$$

このアナライジングウェーブレットは0~3次までのモーメントが0となる。つまり、4個のバニングモーメントを持つ。

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^m \psi(t) dt = 0 \quad (0 \leq m \leq 3) \quad (4)$$

この性質を用いると、ウェーブレット変換は波形そのもの、またはその導関数に含まれる不連続点を検出できる。ただし、初めて不連続点がある導関数の階数が大きいほど検出は難しくなる。

2.2 損傷検出例 まず、2.1節で述べたウェーブレット変換を用いて、図1の4自由度構造物モデルでの損傷検出例を示す。入力加速度 $\ddot{x}_g(t)$ はEl Centro地震波を用いる。ここで、モデルのパラメータは $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 2000$ [kg]、 $k_1 = k_3 = k_4 = 1 \times 10^6$ [N/m]、 $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 500$ [N·s/m]であり、 $k_2(t)$ の初期 1×10^6 [N/m]である。また、サンプリング周波数は50 [Hz]であり、ウェーブレットの中心周波数は22 [Hz]としている。損傷位置は1層目と2層目の間とし剛性パラメータ $k_2(t)$ が損傷時刻 t_c で5%低下すると考える。また、損傷時刻は5.26秒である。図2にこのシミュレーション結果を示す。

この結果よりウェーブレット変換値は損傷箇所以最近い位置で最も大きく、外側の層にいくにつれて

Fig.1 Structural model

Fig.2 Consequences of the Simulation

小さくなっていくことがわかる。この結果は損傷による不連続性が各層に伝播していることを示すものである。そこでこの不連続性がどのように各層に伝播していくかを次章で定性的に検討していく。

3. 不連続性の伝播解析

剛性が不連続に変化すると、絶対加速度応答、またはその導関数に不連続性が現れる。ここでは、剛性の変化に起因する不連続性が構造物内を空間的にどのように伝播していくかを定性的に解析するとして、図1で示した単純な4自由度構造物モデルを用いる。また、損傷位置は1層目と2層目の間とし剛性パラメータ $k_2(t)$ が損傷時刻 t_c で変化すると考える。このモデルの運動方程式は次式ようになる。

$$[M_0]\{\ddot{x}_a(t)\} + [C_0]\{\dot{x}(t)\} + [K_0(t)]\{x(t)\} = 0 \quad (5)$$

$$\{x(t)\} = \{x_a(t)\} - \{x_g(t)\}$$

$$[M_0] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix}, \quad [C_0] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & c_2 & 0 & 0 \\ c_2 & c_2 + c_3 & c_3 & 0 \\ 0 & c_3 & c_3 + c_4 & c_4 \\ 0 & 0 & c_4 & c_4 \end{bmatrix},$$

$$[K_0(t)] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2(t) & k_2(t) & 0 & 0 \\ k_2(t) & k_2(t) + k_3 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 + k_4 & k_4 \\ 0 & 0 & k_4 & k_4 \end{bmatrix}$$

$$k_2(t) = \begin{cases} k_2 & 0 \leq t < t_c \\ k_2(1-\eta) & t \geq t_c \end{cases}$$

ここで, $[M_0]$, $[C_0]$, $[K_0(t)]$ は質量行列, 減衰行列, 剛性行列を表し, $x_a(t)$, $x(t)$, $x_g(t)$ は絶対変位, 相対変位, 入力変位を表す.

式 (5) を変形すると, 次式ようになる.

$$\{\ddot{x}_a(t)\} = [C]\{\dot{x}(t)\} + [K(t)]\{x(t)\} \quad (6)$$

$$[C] = -[M_0]^{-1}[C_0], \quad [K(t)] = -[M_0]^{-1}[K_0(t)]$$

2・1 節で述べたようにウェーブレット変換は, 波形そのもの, またはその導関数に含まれる不連続点を検出できる. そこで, 損傷に伴う不連続量が各層の絶対加速度応答にどのように出現するかをみるために, 式 (6) を 1 階微分したものと 2 階微分したものを次式に示す.

$$\begin{aligned} \{\dot{x}_a^{(1)}(t)\} &= [C]\{\dot{x}(t)\} + [K(t)]\{\dot{x}(t)\} + [\dot{K}(t)]\{x(t)\} \\ &= ([C][C] + [\dot{K}(t)])\{\dot{x}(t)\} \\ &\quad + ([C][K(t)] + [\dot{K}(t)])\{x(t)\} - [C]\{\dot{x}_g(t)\} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \{\ddot{x}_a^{(2)}(t)\} &= [C]\{\ddot{x}(t)\} + [K(t)]\{\ddot{x}(t)\} + 2[\dot{K}(t)]\{\dot{x}(t)\} \\ &\quad + [\ddot{K}(t)]\{x(t)\} \\ &= ([C][C] + [K(t)])[C] + [C][K(t)] + 2[\dot{K}(t)]\{\dot{x}(t)\} \\ &\quad + \{([C][C] + [K(t)])[K(t)] + [\dot{K}(t)] + [\ddot{K}(t)]\}\{x(t)\} \\ &\quad - \{([C][C] + [K(t)])\{\ddot{x}_g(t)\} + [C]\{\ddot{x}_g(t)\}\} \end{aligned} \quad (8)$$

また, n 層目の剛性が損傷に伴って減少したとすると, $k_n(t)$ が損傷時刻 t_c で不連続となり, さらに $k_n(t)$ の影響により m 層目の絶対加速度応答も損傷時刻 t_c で不連続となる. また, $k_n(t)$ を l 階微分したものを $k_n^{(l)}(t)$ とおき, これらの不連続量をそれぞれ次式で評価する.

$$\{\Delta k_n(t_c)\} = \{k_n^+(t_c)\} - \{k_n^-(t_c)\} \quad (n=1, 2, 3, 4) \quad (9)$$

$$\{\Delta \ddot{x}_{am}(t_c)\} = \{\ddot{x}_{am}^+(t_c)\} - \{\ddot{x}_{am}^-(t_c)\} \quad (m=1, 2, 3, 4) \quad (10)$$

$$\{\Delta k_n^{(l)}(t_c)\} = \{k_n^{(l)+}(t_c)\} - \{k_n^{(l)-}(t_c)\} \quad (l=1, 2, \dots) \quad (11)$$

ここで, $\alpha^+(t_c)$, $\alpha^-(t_c)$ ($\alpha = \Delta k_n, \Delta \ddot{x}_{am}, \Delta k_n^{(l)}$) は

$$\alpha^+(t_c) := \lim_{t \rightarrow t_c^+} \alpha(t), \quad \alpha^-(t_c) := \lim_{t \rightarrow t_c^-} \alpha(t) \quad (12)$$

である.

今, 図 1 のように損傷に伴って 2 層目の剛性が減少したとすると, パラメータ $k_2(t)$ は損傷時刻 t_c で不連続となる. このとき, 各層の絶対加速度応答にどのような不連続性が現れるかをみる.

ある応答波形の n 階導関数がある時刻で不連続点を持つ場合, $n+1$ 階以降の導関数はこの時刻では存

在しない. つまり, 式 (6), 式 (7), 式 (8) において, 各層の応答波形を n 階微分していく過程で, 最初に不連続量が現れる微分階数に着目する必要がある. このことを考慮すると, 損傷時刻 t_c での各層の絶対加速度応答の不連続量に関する項は, 次のようになる.

$$\Delta \ddot{x}_{a1}(t_c) = \frac{\Delta k_2(t_c)}{m_1} \{-x_1(t_c) + x_2(t_c)\} \quad (13)$$

$$\Delta \ddot{x}_{a2}(t_c) = \frac{\Delta k_2(t_c)}{m_2} \{x_1(t_c) - x_2(t_c)\} \quad (14)$$

$$\Delta \ddot{x}_{a3}^{(1)}(t_c) = \frac{\Delta k_2(t_c)}{m_3} \frac{c_3(t_c)}{m_2} \{x_1(t_c) - x_2(t_c)\} \quad (15)$$

$$\Delta \ddot{x}_{a4}^{(2)}(t_c) = \frac{\Delta k_2(t_c)}{m_4} \frac{c_3(t_c)c_4(t_c)}{m_2m_3} \{x_1(t_c) - x_2(t_c)\} \quad (16)$$

これより, 1 層目, 2 層目は絶対加速度応答で損傷による不連続量の影響を受け, 3 層目は絶対加速度の 1 階微分に, 4 層目は絶対加速度の 2 階微分に影響を受ける. このことより, 損傷による不連続性は微分階数が 1 階増えるごとに 1 層外側に伝播していくと考えられる. また, 2・1 節で述べたように不連続になる導関数の階数が大きいくほどウェーブレット変換値の絶対値は小さくなると考えられる. よって損傷位置から遠くなるほど加速度応答のウェーブレット変換値は小さくなる. このことより, 損傷時刻で各層のウェーブレット変換値を比較することにより損傷位置の同定が可能となる.

4. 損傷時の過渡応答に着目した不連続性の伝播解析

4・1 損傷による過渡応答 第 3 章では損傷に伴う剛性の変化量を不連続量として, この不連続量がどのように伝播していくかを検討し, 損傷箇所以最に近い位置でウェーブレット変換値は最も大きく, 外側の層にいくにつれて小さくなっていくという結果が得られた. しかし, この結果は定性的なものであり, 各層のパラメータ値の影響やモデルによる違いの詳細は不明である. 例えば, 同じ 4 層構造物でも, 図 1 のような単純なモデルと層間部材のダイナミクスまで考慮した図 3 のようなモデルが考えられるが, 後者の中間質量を 0 に漸近させれば, 後者は前者に一致する. すなわち, どちらも同じダイナミクスを表現できるはずである. ところが前節の定性的な議論だと, 例えば中間質量を 0 に漸近させたとしても前者における不連続性の伝播範囲と後者における伝播範囲は異なるということになってしまう. これは矛盾であり, 前節の議論の限界を示すものである.

そこでこの節では, 剛性の不連続な変化が加速度応答に及ぼす影響を定量的に評価する. これにより,

(a) Structural model with medium masses (b) Detail of the structural mode with medium masses

Fig.3 Structural model with medium masses

構造物における質量分布の影響や、モデルの局所的な特徴の影響などを詳細に議論することが可能になる。

対象とする構造物モデルは図1のモデルである。このモデルにおいて時刻 t_c で損傷により剛性パラメータ $k_2(t)$ が k_2 から k_{d2} に低下したとし、損傷前と損傷後に状態を分け状態空間モデルを書く。

[損傷前の状態空間モデル]

$$\{\dot{x}(t)\} = A\{x(t)\} + bu(t) \quad (0 \leq t < t_c) \quad (17)$$

$$\{y(t)\} = c\{x(t)\} \quad (18)$$

$$\{x(0)\} = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$$

$$\{x(t)\} = [x_1, x_2, x_3, x_4, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \dot{x}_4]^T, \quad u(t) = \ddot{x}_g(t),$$

$$\{y(t)\} = [\ddot{x}_{a1}, \ddot{x}_{a2}, \ddot{x}_{a3}, \ddot{x}_{a4}]^T, \quad \ddot{x}_{an} = \ddot{x}_n + \ddot{x}_g \quad (n=1, 2, 3, 4)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ K & D \end{bmatrix}, \quad c = [K \quad D]$$

$$b = [0, 0, 0, 0, -1, -1, -1, -1]^T$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{k_1+k_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & 0 & 0 \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2+k_3}{m_2} & \frac{k_3}{m_2} & 0 \\ 0 & \frac{k_3}{m_3} & -\frac{k_3+k_4}{m_3} & \frac{k_4}{m_3} \\ 0 & 0 & \frac{k_4}{m_4} & -\frac{k_4}{m_4} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -\frac{c_1+c_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & 0 & 0 \\ \frac{c_2}{m_2} & -\frac{c_2+c_3}{m_2} & \frac{c_3}{m_2} & 0 \\ 0 & \frac{c_3}{m_3} & -\frac{c_3+c_4}{m_3} & \frac{c_4}{m_3} \\ 0 & 0 & \frac{c_4}{m_4} & -\frac{c_4}{m_4} \end{bmatrix}$$

式(17), 式(18)より,

$$\{y(t)\} = \int_0^t ce^{A(t-\tau)}bu(\tau)d\tau \quad (0 \leq t < t_c) \quad (19)$$

[損傷後の状態空間モデル]

$$\{\dot{x}_d(t)\} = A_d\{x_d(t)\} + bu(t) \quad (t \geq t_c) \quad (20)$$

$$\{y_d(t)\} = c_d\{x_d(t)\} \quad (21)$$

$$\{x_d(t)\} = [x_{d1}, x_{d2}, x_{d3}, x_{d4}, \dot{x}_{d1}, \dot{x}_{d2}, \dot{x}_{d3}, \dot{x}_{d4}]^T$$

$$\{y_d(t)\} = [\ddot{x}_{ad1}, \ddot{x}_{ad2}, \ddot{x}_{ad3}, \ddot{x}_{ad4}]^T$$

$$\ddot{x}_{adn} = \ddot{x}_{dn} + \ddot{x}_g \quad (n=1, 2, 3, 4)$$

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & I \\ K_d & D \end{bmatrix}, \quad c_d = [K_d \quad D]$$

$$K_d = \begin{bmatrix} \frac{k_1+k_{d2}}{m_1} & \frac{k_{d2}}{m_1} & 0 & 0 \\ \frac{k_{d2}}{m_2} & -\frac{k_{d2}+k_3}{m_2} & \frac{k_3}{m_2} & 0 \\ 0 & \frac{k_3}{m_3} & -\frac{k_3+k_4}{m_3} & \frac{k_4}{m_3} \\ 0 & 0 & \frac{k_4}{m_4} & -\frac{k_4}{m_4} \end{bmatrix}$$

式(20), (21)より,

$$\begin{aligned} \{y_d(t)\} &= c_d e^{A_d(t-t_c)} \{x(t_c)\} \\ &+ \int_{t_c}^t c_d e^{A_d((t-\tau)-t_c)} bu(\tau) d\tau \quad (t \geq t_c) \end{aligned} \quad (22)$$

もし、損傷が起こらなかったと仮定すると,

$$\begin{aligned} \{y(t)\} &= ce^{A(t-t_c)} \{x(t_c)\} \\ &+ \int_{t_c}^t ce^{A((t-\tau)-t_c)} bu(\tau) d\tau \quad (t \geq t_c) \end{aligned} \quad (23)$$

ここで、損傷が起こらないと仮定した式を基準の応答と考え、損傷による過渡応答を評価する。式(22), 式(23)より、損傷に関する項である初期値応答は第1項なので、第1項のみを考慮すると、損傷により起こる過渡応答は次式のように表せる。

$$\begin{aligned} \{f(t)\} &= \{y_d(t)\} - \{y(t)\} \\ &= c_d e^{A_d(t-t_c)} \{x(t_c)\} - ce^{A(t-t_c)} \{x(t_c)\} \quad (t \geq t_c) \\ &= (c_d e^{A_d(t-t_c)} - ce^{A(t-t_c)}) \{x(t_c)\} \end{aligned} \quad (24)$$

式(24)より、 $(c_d e^{A_d(t-t_c)} - ce^{A(t-t_c)})$ の行列要素は損傷時の過渡応答波形の形を表していることがわかる。これより、 n 自由度モデルで考えると、次式となる。

$$\begin{aligned} &[c_d]e^{A_d(t-t_c)} - [c]e^{A(t-t_c)} \\ &= \begin{bmatrix} a_{11}(t-t_c) & a_{12}(t-t_c) & \cdots & a_{1n}(t-t_c) \\ a_{21}(t-t_c) & a_{22}(t-t_c) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{n1}(t-t_c) & \cdots & \cdots & a_{nn}(t-t_c) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (25)$$

ここで, a_{lm} ($l=1,2,\dots,n$), ($m=1,2,\dots,n$) は l 層目に対する m 層目の過渡応答成分である。

4・2 不連続性の検出可能性の見積もり 損傷時刻 t_c において, 加速度観測値が, 例えば図 4 (a) のような不連続性を持つ場合, これのウェーブレット変換値により不連続性を検出できるためには損傷時刻近傍におけるウェーブレット変換値の振幅が, その後の時刻におけるウェーブレット変換値の振幅より十分大きくなければならない。つまり, 図 4 (a) の P_1 と P_2 の比, すなわち, 次式で表される波高率 R が 1 より十分大きいことが必要である。

$$R = \frac{\max_{t_c - \varepsilon/2 \leq b \leq t_c + \varepsilon/2} |(Wy)(a, b)|}{\max_{t_c + \varepsilon/2 \leq b \leq t_c + \varepsilon/2 + \varepsilon_1} |(Wy)(a, b)|} \gg 1 \quad (26)$$

損傷の検出可能性を評価するために, 各観測点における応答のウェーブレット変換の波高率 R をシステムの支配方程式から見積もることを試みる。

まず, 損傷時刻 t_c 近傍 ($t_c - \varepsilon \leq t \leq t_c + \varepsilon$) において, 観測ベクトル $\{y(t)\}$ を次式のように表現する。

$$\{y(t)\} = \{y_u(t)\} + \{\Delta y(t)\} \quad (t_c - \varepsilon/2 \leq t < t_c + \varepsilon/2) \quad (27)$$

ただし,

$$\{\Delta y(t)\} = \begin{cases} 0 & (t_c - \varepsilon/2 \leq t < t_c) \\ \{y_d(t)\} - \{y_u(t)\} & (t_c \leq t < t_c + \varepsilon/2) \end{cases} \quad (28)$$

ここで, $\{y_u(t)\}$ は損傷していないシステムの応答, $\{y_d(t)\}$ は損傷したシステムの応答である。これより式(27)の $\{y_u(t)\}$ は t_c の前後で滑らかにつながるので,

(a) Response and wavelet transform (b) Response after the time of the damage

Fig.4 Response and wavelet transform around the time of the damage

$\{y(t)\}$ のウェーブレット変換値は Δy のウェーブレット変換値に支配され, 次式のようになる。

$$(Wy)(a, b) = (W\Delta y)(a, b) \quad (a \ll 1) \quad (29)$$

今, $t \geq t_c$ における $\{y_u(t)\}$, $\{y_d(t)\}$ は,

$$\{y_u(t)\} = ce^{A(t-t_c)} \{x(t_c)\} + \int_{t_c}^t ce^{A(t-\tau)} bu(\tau) d\tau \quad (30)$$

$$\{y_d(t)\} = c_d e^{A_d(t-t_c)} \{x(t_c)\} + \int_{t_c}^t c_d e^{A_d(t-\tau)} bu(\tau) d\tau \quad (31)$$

となるので, $\{\Delta y(t)\}$ は次式のように書き換えられる。

$$\{\Delta y(t)\} = \begin{cases} 0 & (t_c - \varepsilon/2 \leq t < t_c) \\ \Delta(t-t_c) \{x(t_c)\} + \int_{t_c}^t \Delta(t-t_c) bu(\tau) d\tau & (t_c \leq t < t_c + \varepsilon/2) \end{cases}$$

$$\Delta(t) = c_d e^{A_d(t)} - ce^{A(t)} \quad (32)$$

損傷時刻 t_c 近傍では, 式(25)の過渡応答項の不連続性のほうが第 2 項より支配的だと考えると, 式 (29) は

$$(Wy)(a, b) = (W\Delta)(a, b) x(t_c) \quad (a \ll 1) \quad (33)$$

となる。したがって, 不連続を表すスパイク波形の最大振幅は,

$$\max_{t_c - \varepsilon/2 \leq b \leq t_c + \varepsilon/2} |(Wy)(a, b)| = \max_{t_c \leq b \leq t_c + \varepsilon/2} |(W\Delta)(a, b) \{x(t_c)\}| \quad (a \ll 1) \quad (34)$$

と見積もることができる。

次に, 損傷時刻 t_c 近傍領域 ($t_c - \varepsilon/2 \leq t \leq t_c + \varepsilon/2$) 以降の応答のウェーブレット変換は, $\Phi_d(t) := c_d e^{A_d(t)}$ とおくと,

$$(W\{y_d(t)\})(a, b) = (W\Phi_d)(a, b) \{x(t_c)\} + \left(W \left[\int_{t_c}^t \Phi_d(t-\tau) bu(\tau) d\tau \right] \right) (a, b) \quad (35)$$

であるが, 図 4 (b) のように $t_c \leq t \leq t_c + \varepsilon/2 + \varepsilon_1$ の領域で式 (35) の第 2 項はほとんど 0 であることを考慮すると, 振幅の最大値は次式のように評価できる。

$$\max_{t_c + \varepsilon/2 \leq b \leq t_c + \varepsilon/2 + \varepsilon_1} |(Wy)(a, b)| = \max_{t_c \leq b \leq t_c + \varepsilon/2 + \varepsilon_1} |(W\Phi_d)(a, b) \{x(t_c)\}| \quad (a \ll 1) \quad (36)$$

以上のことを考慮して, m 層目の応答観測値のウェーブレット変換値の損傷時における波高率 R を近似的に評価する量として, 本研究では損傷検出可能性指標 δ_m を次式のように定義する。

$$\delta_m = \frac{\max_n \left[\max_{t_c \leq b \leq t_c + \varepsilon/2} |(W\Delta)(a, b)| \right]_{m,n}}{\max_n \left[\max_{t_c \leq b \leq t_c + \varepsilon/2 + \varepsilon_1} |(W\Phi_d)(a, b)| \right]_{m,n}} \quad (a \ll 1) \quad (37)$$

4・3 不連続性の評価の検証 式 (26), 式 (37)

を用いて、数値的な検証を行なう。本研究では、4・1節の式 (25) である $(c_d e^{A_d(t-t_c)} - c e^{A(t-t_c)})$ を数値的に解き、行列要素それぞれの応答波形のウェーブレット変換値によって不連続性の伝播状況を確認する。対象とする構造物モデルは図1、図3の構造物モデルを用いる。図3の構造物モデルは主の質量部分とその下にある2つの中間質量部の質量との和が図1のモデルの質量部分に対応する。ここで、 $k_m = k'_n = k_n^*$ ($n=1,2,3,4$) であり、損傷時に k_m が0となる。つまり、損傷後剛性要素は k_n のみとなる。

まず、図1に示す構造物モデルを用いた結果を図5に示す。図5は行列要素の各行における損傷検出可能性指標の最大値を棒グラフにして示している。損傷検出可能限界は1としているが横軸に対数をとっているため、ここでは0である。図5より4章で述べている定量的な評価方法でも、図1に示す単純な構造物モデルにおいて、損傷に伴う不連続波は損傷位置の最も近い位置でウェーブレット変換値は最も大きくなり外側の層にいくにつれて徐々に小さくなっていくという3章の定性的な議論を確認できる結果となっている。

次に、モデル化の違いによる影響をみるため図3の構造物モデルを用いても検証した。中間質量部分の大きさを総重量の1/100としたものモデルでの結果を図6に示し、1/3にしたモデルでの結果を図7に示す。

まず、モデル化の違いによる影響を図5、図6からみると、図6では質量分布が同じでもモデル化の違いで図5とは異なり、より詳細な不連続性の伝播状況を示している。さらに、図6、図7から質量分布に関して検討すると、中間質量が大きくなれば不連続性の伝播が悪くなっている。また、図6、図7に示す構造物モデルには主の質量部分と主の質量部分の間にバネとダッシュポットがあるため、中間質量部分を飛び越えて主の質量に不連続性が伝播するなどの現象が見て取

Fig.5 Detectability of the structural model shown in Fig.1

Fig.6 Detectability of the structural model shown in Fig.3 (1/100)

Fig.7 Detectability of the structural model shown in Fig.3 (1/3)

れる。これより、4章で示す定量的な議論では、構造物のモデル化によってはそのモデルの質量配分やバネ、ダッシュポットの配置により変化する不連続波の伝播状況を可視化し確認することが可能となった。また、すべてのモデルにおいて損傷検出可能限界である1以上であるメイン質量部分の損傷検出可能性指標をみると、値は損傷部分に最も近い位置で最も大きく、外側に行くにつれて小さくなっている。これより、3章の定性的な議論はモデル化の違いに影響を受けないことがわかる。

5. 振動実験による検証

5・1 実験概要 この章では上の章で述べたウェーブレット変換による損傷同定手法を実験的に検証する。

構造物模型 (図8) は各層にバネを介したブレースを張った4層からなる多自由度構造物である。構造物模型に与える模擬的な損傷として、ブレース部分の破断を考える。ここで、各ブレースは金属棒で作られており、途中に柔らかいバネが挿入されている。したがって、ブレースの剛性はこのバネによって決められている。まず、損傷を模擬する部分に電磁石と鉄板を用いてブレースを結合しておく。そして、ある時刻で電磁石の電流を切ることにより電磁石と鉄板を切り離し、この時刻を損傷発生時刻とみなす。この損傷発生

Fig.8 Experimental setup

Fig.9 Bode diagram

時刻はトリガによって計測しておく、また、すべての層で動特性が同じになるように、損傷モデルを含む層以外の層のブレースにも電磁石と同じ質量を持つ質量を取り付けている。さらに、予備実験によりブレースの破断によってバネ定数の減少率は1.5%であることがわかっている。サンプリング周波数は、図9を参考にして4次モードまでが含まれる20 [Hz]の10倍である200 [Hz]とした。また、本振動実験で用いた入力波形は広帯域有色雑音であり、損傷位置はここでは1層目と2層目の間としている。

5・2 実験結果 上で述べた条件の基で計測した加速度応答波形を図10 (a) に示す。図10 (a) は上のグラフから4層目、3層目、2層目、1層目の加速度応答波形の順に並んでおり、最下部のグラフはトリガ波形を示している。また、図10 (a) の加速度応答波形のウェーブレット変換値を図10 (b) に加速度波形と同様の順序で示す。この結果より加速度応答波形では損傷時刻で損傷の兆候がみられないのに対し、ウェーブレット変換値では他の時刻より損傷時刻で相対的に大きくなり損傷時刻を示している。さらに、損傷部分であるブレースの両側の層、つまり1層目と2層目のウェーブレット変換値は大きくなり、さらに外側

(a) Responses (b) Wavelet transforms

Fig.10 Consequences of the experiment
(Sampling frequency 200[Hz])

の層ではウェーブレット変換値は内側の層より相対的に小さくなっており、よく損傷の同定ができています。

5・3 サンプリング周波数について 本研究ではサンプリング周波数を200 [Hz]とした。しかし、ウェーブレット変換の理論ではスケールが小さいほど、すなわちウェーブレットの中心周波数を大きくすればするほど、不連続波形の検出能力が向上する。そこで、ウェーブレットの中心周波数を大きくするために、サンプリング周波数を大きく取るとウェーブレット変換の検出能力がどのようになるのかを検討する。ここで、用いたサンプリング周波数は500 [Hz]、1000 [Hz]である。また、ウェーブレットのスケールとサンプリング周波数との関係は、次式で与える。

$$a = \frac{1}{f_s} \quad (38)$$

ここで、 a はアナライジングウェーブレットのスケール、 f_s はサンプリング周波数を示す。

式 (38) より、どのサンプリング周波数をとっても、アナライジングウェーブレットの中心周波数とサンプリング周波数の関係は相対的に等しいとしている。サンプリング周波数500 [Hz]、1000 [Hz]で行なった損傷の検出結果を図11、図12に示す。

サンプリング周波数を上げていくと本研究で提案している手法の適用が困難であることがわかる。これは4自由度構造物モデルが持つ4個のモード以外の高い周波数領域に存在する高次のモードの影響が原因と考えられる。すなわち、2層目に生じる不連続性が3層目を飛び越え4層目に伝播しているように見えることや、高い周波数成分の波が遅れて現れることなどの現象が起こっていると考えられる。上で述べたことをサンプル点に着目して検証する。図13に示すようにサンプ

Fig.11 Consequences of the experiment
(Sampling frequency 500[Hz])

Fig.12 Consequences of the experiment
(Sampling frequency 1000[Hz])

Fig.13 Difference of data points changed
sampling frequency

リング周波数を大きくすると、応答のサンプル点が多くなるため不連続点以外の高周波な波もとらえてしまい不連続点を明確に表示できていない。逆に、サン

プリング周波数を小さくすると、応答のサンプル点が少ないため不連続点以外の高周波な波をとらえることができず、不連続点が明確に表示できていない。このことより、本研究では質点系で議論しているため、高次のモードやそれに伴う高周波な波を考慮した議論は難しいが、サンプリング周波数とウェーブレットの中心周波数をうまく選び、高次のモードやそれに伴う高周波な波を考慮しない範囲では議論することができると思われる。

6. 結 言

本研究では、ウェーブレット変換を用いた損傷検出手法を多自由度系へ拡張し、損傷の生じた時刻と位置を同定する手法を確認するために、定性的な解析手法と定量的な解析手法を提案した。

定性的な解析手法から、多自由度構造物において、剛性の不連続な変化に起因する不連続性は損傷箇所にもっとも近い位置でウェーブレット変換値の最も大きく、外側の層にいくにつれて小さくなっていくという見解を得た。さらに、定量的な解析手法から、構造物のモデル化によって、そのモデルの質量配分やバネ、ダッシュポットの配置により変化する不連続波の伝播状況を可視化することが可能となった。また、振動実験による検証も行ない本研究で提案した手法の有効性を確認した。

これらの結果より、本研究で示した手法は今後多自由度構造物において、損傷位置検出に発展する際の1つの手法として適用できると考えられる。

文 献

- (1) Segawa, R. et al., Experimental Study of Cumulative Damage Detection in Hysteretic Structures Using Wavelet Transform Analysis of Acceleration Response, *Proceeding of the ASME PV&P Conference*, Vol.402 (2000), pp.127-135.
- (2) Sone, A. et al., Health Monitoring System of Machines and Structures by Wavelet Transform (Generation of Orthonormal Bases of Wavelets and Detection of Abnormal Signals Generated at Random Intervals), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C* Vol.61, No.586 (1995), pp.166-172.
- (3) Al-Khalidy, A. et al., A Study of Health Monitoring Systems of Linear Structures Using Wavelet Analysis, *Proceeding of the ASME PV&P Conference*, Vol.347 (1997), pp.49-58.
- (4) Hou, Z. et al., Damage Detection Using Wavelet Approach and Its Application for On-line Health Monitoring, *Proceeding of The Second World Conference on Structural Control* Vol.3 (1998), pp.2351-2358.
- (5) Masuda, A. et al., Wavelet-Based Health Monitoring of Randomly Excited Structures, *Proceedings of the 15th ASCE Engineering Mechanics Conference*, No.208 (2002), pp. 1-8.