異なる積層構造をもつ CFRP 積層複合円筒殻の振動特性*

岡崎 勝利^{*1}, 谷 順二^{*2}, 裴 進 浩^{*3}
越 河 和 男^{*4}, 菅 野 幹 男^{*1}

Vibration Characteristics of CFRP Laminated Composite Circular Cylindrical Shells Laminated in Different Structures

Katsutoshi OKAZAKI^{*5}, Junji TANI, Jinhao QIU,
Kazuo KOSUGOU and Mikio SUGANO

^{*5} Department of Mechanical Systems Engineering, Yamagata University,
4-3-16 Jonan, Yonezawa-shi, Yamagata, 992-8510 Japan

The vibration characteristics of CFRP laminated composite shells were investigated experimentally and compared with those of isotropic shell. The laminates were composed of four-layered CFRP prepregs for angle-ply (unsymmetric laminate) and of five-layered ones for cross-ply (symmetric laminate). The isotropic shell with the same size as the composite shells was made of steel. In the experiment, these shells were mounted on a vibration table with clamped-free end condition, and excited horizontally by white noise. The natural frequencies and mode shapes were identified by modal analysis using STAR-system Software. The obtained frequencies of the shells were plotted as a function of circumferential wave numbers for each given axial wave number. It is found that the frequency curves of the laminated composite shell and the isotropic one cross at some circumferential wave number.

Key Words: Composite, Laminate, Angle-ply, Cross-ply, Modal Analysis, Circular Cylindrical Shell, Vibration

1. 緒 言

構造物の軽量化を図る目的で, CFRP 積層複合材は航空機基本構造体や新幹線の先頭構体等の構造部材に広く利用されている。繊維複合強化材の機械的特性は強化繊維の複合状態と積層順序などに強く依存し, 変形挙動も複雑である。それゆえ, 積層された各構造部材についての力学的解析が多く報告されてきた。積層複合円筒殻の振動解析を扱った報告も多数見られるが, その大部分は理論的研究である。積層円筒殻の振動に関する初期の報告^①には, 内層が等方性, 外層が直交異方性の 2 層非対称積層円筒殻の振動について Donnell 型の方程式をもとに解析したものがある。ここでは幾何学形状, 剛性率と初期応力が振動数におよぼす影響について明らかにされた。

積層には強化繊維方向を円筒殻母線方向とそれに直角方向に積層するクロスプライ積層と, 母線方向に対して任意の角度で積層するアングルプライ積層とがある。積層円筒殻の積層構成が殻厚方向に対して, 非対称積層と反対称積層の場合, 固有値にその影響が与えられることが知られている^{②③}。とくに少ない積層数ではその影響は大きく, 積層数が多くなるとその影響は無視できることが報告されている。しかし, これらの解析は, クロスプライ積層で, 振動モードを仮定し, 境界条件を両端単純支持と限定された報告である。同様の問題をアングルプライ積層殻について複数の境界条件下 Flugge 型の方程式を用いて解析した報告もある^④。反対称積層殻を種々の境界条件のもとで扱った報告例^⑤もあるが, 積層数と振動数に関しては上記報告^{②④}と同様の結果が報告されている。理論解析にはせん断変形を考慮した論文もある^{⑥⑦}が, いずれも一次せん断変形を考慮する事により振動数が線形解析の結果よりも低下することを述べている。さらに, せん断非線形性を考慮した積層複合回転殻の振動解析の報告^⑧では, 面内せん断応力は伸張変形と密接に関係し, 円周方向波数の小さい領域ではせん断非線形性が強く現れ, その結果, 振動数が低下することが指摘さ

* 原稿受付 2006 年 3 月 8 日。

^{*1} 正員, 山形大学工学部 (〒992-8510 米沢市城南 4-3-16)。

^{*2} 正員, フェロー, 東北大学流体科学研究所 (〒980-8577 仙台市青葉区片平 2-1-1)。

^{*3} 正員, 東北大学流体科学研究所。

^{*4} 東北大学流体科学研究所。

E-mail: ko@yz.yamagata-u.ac.jp

Table 1 Preparation of the CFRP laminated composite shells and SPCC steel one used in the experiments.

materials	laminate structure			shell size (mm)		
	lamination	layers	ply angle	diameter	height	thickness
CFRP	angle-ply	4	[0° /45° /45° /90°]	267	408	0.5
	cross-ply	5	[90° /0° /90° /0° /90°]	267	408	0.8
steel	isotropic	1	—	267	408	0.5, 0.8

れている。Arnoldら⁹⁾は等方性円筒殻の振動時におけるひずみエネルギーと円周方向波数との関係を基本振動数曲線について、理論的な検討を行った。そのとき振動数とひずみエネルギーの関係は伸張変形と曲げ変形による寄与の違いにより表せることを示した。

積層複合円筒殻の振動実験の報告は余り多くない。アルミニウム円筒殻を円周方向に強化した場合と母線方向に強化した場合を、単純支持条件で実験と理論解析を行った結果¹⁰⁾がある。この場合にもArnoldら⁹⁾の解析を適用できることが示されている。両端自由のモノクリニック積層円筒殻振動についても、理論と実験による解析に基づき振動数の比較を行った報告¹¹⁾がある。グラスエポキシ積層円筒殻の振動実験を行い、ベイズ解析により剛性率の振動数への寄与を調べた報告¹²⁾もある。いずれの場合も振動モードを理論と実験の両面から比較してはいない。

本研究は、CFRP積層複合円筒殻の振動特性におよぼす積層の影響を調べるため、異なる積層構造をもつCFRP積層複合円筒殻を製作し、実験によるモード解析を行った。また、比較のために、均質等方性材料の鋼製円筒殻についても同様の実験を行った。FEM計算も行い、実験結果と比較・検討した。

2. 実験方法

2・1 円筒殻の製作 本実験で使用した積層複合円筒殻はアングルプライ4積層とクロスプライ5積層である。その製法について述べる。円筒作製用軟鋼製マンドレルにCFRPプリプレグ（三菱レイヨン：PYLOFIL）を巻きつけて積層・成形した。製作した円筒殻の諸元を表1に示す。表中、CFRPプリプレグの配向角は円筒母線方向に対して、積層の順序は内側からのものである。アングルプライ4積層は最も単純な擬似等方性積層構造であり、殻厚方向には非対称積層構造である。クロスプライ5積層円筒殻は直交異方性構造であり、殻厚方向には対称積層構造である。積層・成形後、オートクレーブ（芦田製作所製：type

Fig.1 Curing process diagram for an autoclave molding.

Fig.2 Photograph of cylindrical shells made of CFRP (left) and steel (right).

A-3517:内胴寸法は内径450 mm×奥行900 mm)を用いて加圧・加熱して硬化処理を行った。処理工程中の温度と圧力に対する時間の関係を図1に示す。最高温度が403 K、最大圧力が0.6 MPaであり、硬化処理の所用時間は約2 hr 30 minである。

一方、等方性殻として鋼製殻を製作した（以下等方性殻と呼ぶ）。材料には市販のSPCC材鋼板を使用し、円筒形に成形後、母線方向を溶接した。それにより製作した円筒殻は2種類で、それらの寸法は積層円筒殻

のアングルプライ積層とクロスプライ積層にそれぞれ同一である。図2に各円筒殻を示した。

2.2 振動測定 各円筒殻の下端をアルミニウム製円板 (20 mm 厚) に接着し、その円板を加振台にボルトで固定した。加振信号は、パーソナルコンピュータ用のソフトウェア dSPACE-System により発生させた白色雑音を用いた。その発生信号を加振器 (新日本測器製: type 205-A) の制御部に入力し、加振台に取付けた円筒殻に水平強制振動を加えた。実験の支持条件は上端自由/下端固定の片持ちである。振動応答の計測は、円筒殻の半径方向変位を非接触方式で計測した。積層円筒殻には光ファイバーセンサー (FOTONICS: type PM-30H) を、等方性円筒殻には渦電流センサー (KEYENCE: type EX-502) をそれぞれ使用した。半径方向変位計測のため、各円筒殻の外側表面に円周方向を 24 等分、母線方向を 7 等分する直線をそれぞれ引き、両線の各交点を変位計測点 (168 点) とした。とくに、積層円筒殻の変位計測には光ファイバーセンサーを使用するために、変位計測点に光反射用のアルミニウム箔片を貼付した (図2参照)。これらセンサーの測定可能な振動数範囲は各センサーの周波数特性により制限され、光ファイバーセンサーは 0 ~ 1kHz、渦電流センサーは 0 ~ 1.6kHz である。各変位センサーからの応答変位と加振加速度を共に 2 チャンネル FFT アナライザー (小野測器製: type CF6400) に入力し、それらの信号を周波数応答関数に処理し、GPIB によりそのデータをパソコンに取り込み、振動モード解析ソフト STAR-System を利用して、各円筒殻の振動特性を解析した。以上の計測ブロックダイアグラムを図3に示す。

数値計算には、市販の FEM 解析ソフトの ANSYS を用いた。CFRP の諸材料定数には、以下の数値を採用した⁽¹³⁾。縦弾性係数には $E_1 = 147 \text{ GPa}$ と $E_2 = 9.8 \text{ GPa}$ 、横弾性係数には $G_{12} = G_{31} = 5.09 \text{ GPa}$ と $G_{23} = 4.9 \text{ GPa}$ およびポアソン比には $\nu_{12} = 0.3$ とし、繊維体積分率は 0.65 である。添字 1 は CFRP 繊維方向を示し、添字 2 は CFRP 繊維方向に直角な方向を示す。軟鋼については縦弾性係数を $E = 206 \text{ GPa}$ とし、ポアソン比を $\nu = 0.3$ とした。

3. 実験結果および考察

図4は、アングルプライ積層円筒殻の実験で得られた周波数応答関数 (FRF) である。図中、 m は母線方向波の半波長数を、 n は円周方向波の半波長数をそれぞれ表すパラメータである。周波数応答関数を観察すると、1 個の振動モードに対して複数の共振点ピークが

Fig. 3 Block diagram of an experimental system.

Fig. 4 Frequency response function for an angle-ply 4 shell.

Fig. 5 Vibration modes obtained for the resonant frequencies corresponding two-peak split in FRF curves ($m = 1, n = 3$).

存在することがわかる。本実験では、他の円筒殻でも同様の周波数応答関数が得られた。この現象は、円筒殻の初期不整により生じることが知られている⁽¹⁴⁾。本実験で用いた共振振動数の決定方法を $m = 1, n = 3$ の

		EXP.	FEM
m=1	Angle 4layers	●	—
	Steel 0.5	■	- - -
m=2	Angle 4layers	○	—
	Steel 0.5	□	- - -

Fig.6 Comparison of frequency curves between CFRP and steel shells ($m=1, m=2$).

振動モードを例にして図5に示す。図4中に記号(a)と(b)で示した2個の共振ピークに対応する振動モードは図5の(a)と(b)である。その二つを比較し、より整っていると判断される振動モード(図5で記号(a))に相当するピークの振動数を共振振動数とした。クロスプライ積層と等方性殻についても同様である(図5参照)。

図6は、表1に示したように、殻厚0.5mmのアングルプライ積層殻(図中 Angle 4layers と表示)と同寸法の等方性殻(図中 Steel 0.5 と表示)の $m=1$ と $m=2$ の振動数曲線である。横軸に円周方向波数(n)、縦軸に振動数(Hz)を取った。図中の各記号は実験値を示し、各線はFEM計算値を示す。 $m=1$ の曲線においては、いずれの殻の振動数も $n=4$ で最小値となり、その点近傍で曲線は交差する。実験値に注目すると、 $n<4$ の領域では、アングルプライ積層の振動数は等方性殻のそれと比較して高い。曲線が交差した後の $n>4$ の領域では、アングルプライ積層の振動数は等方性殻と比較して低い。アングルプライ積層では、実験値とFEM計算値の傾向は一致するが、全体に低い値となっている。 n が大きくなると等方性殻の振動数は実験値とFEM計算値とはほぼ一致する。次に、 $m=2$ の曲線は、FEM計算値が $n=7$ 近傍で交差し、実験値は $n=5$ で交差する。しかし、実験値の最小値を示す位置は、ア

ングルプライ積層は $n=7$ 、等方性は $n=6$ である。これらの曲線は $m=1$ の場合と比べて互いの曲線の交差する位置が右に移動する。実験においては、振動数の高い(とくに n が大きい)領域では、アングルプライ積層殻のFRFの応答は全体に低くなり、共振振動数を計測することが不可能な点もあった。いずれの殻の結果も、 n の小さい領域でFEM計算値と実験値の差は大きい。本実験の範囲では、 n が大きくなると、積層殻も等方性殻もそれぞれの $m=1$ と $m=2$ の曲線が互いに漸近する。

等方性円筒殻の $m=1$ の振動数曲線に関して Arnold⁹⁾は円筒殻の振動時のひずみエネルギーを円周方向の波数 n の関数として整理し、その結果、以下のように述べている。伸張変形と曲げ変形の振動時のひずみエネルギーへの寄与について、 n の小さい領域では伸張変形の寄与が大きく、曲げ変形によるそれは小さい。逆に、 n の大きい領域ではこれら二つの変形によるひずみエネルギーへの寄与は逆転する。また Ramasamy¹⁰⁾は n の小さい領域(伸張変形)では膜力が、 n の大きい領域(曲げ変形)では曲げ剛性が影響すると述べている。これらの考え方をもとに、図6について考察する。図中、各円筒殻の $m=1$ の振動数曲線は幾分かの相違は認められるが、基本的には $n=4$ を最小値とする曲線となり、前述の Arnold らの報告⁹⁾の曲線と類似の形状を示している。最小値を示す点は、それぞれの円筒殻の伸張変形成分と曲げ変形成分のひずみエネルギーへの寄与が等しい点と考えられる。また、本実験では、 $m=1$ の二本の曲線が交差する点は $n=4$ 近傍である。その点は各円筒殻のひずみエネルギーが等しくなる点であることを示唆している。 $n<4$ の領域では、アングルプライ積層殻の振動数が等方性殻に比較して高く、伸張変形によるひずみエネルギーへの寄与が等方性殻よりも大きいことを意味する。これは $\pm 45^\circ$ の2枚の積層が伸張変形(膜力)に対し抵抗を増すのが原因と考える。一方、 $n>4$ の領域では、等方性殻に比較してアングルプライ積層殻が低い振動数となり、曲げ変形によるひずみエネルギーへの寄与が小さいことを示している。アングルプライ積層は最も単純な擬似等方性構造で、材質が等方性と比べて疎であるために、曲げ剛性が弱く、 n の大きい領域では等方性殻と比べて低い振動数を示す。Xi⁸⁾は積層回転殻の振動解析において、 n の小さい領域ではせん断非線形性を考慮する必要があると指摘しているが、本研究のFEM計算は線形で扱っているため、それは考慮していない。本実験においても、積層殻の実験値はFEM計算値との間に差が見られる。

		EXP.	FEM
m=1	Cross 5layers	●	—
	Steel 0.8	■	- - -
m=2	Cross 5layers	○	—
	Steel 0.8	□	- - -

Fig.7 Comparison of frequency curves between the cross-5 CFRP and the steel shells ($m=1, m=2$).

図7は、表1に示したように、殻厚0.8mmのクロスプライ積層(図中 Cross 5layers と表示)と、それと寸法上の等方性殻(図中 Steel 0.8 と表示)の $m=1$ と $m=2$ の振動数曲線である。図6とは逆で、これらの曲線間では、 n の小さい領域ではクロスプライ積層殻の振動数が低く、 n が大きい領域ではその振動数は高くなる。 n が小さい領域でクロスプライ積層に起こるこの原因の一つは、この積層に2層ある配向角 0° の繊維の抵抗が小さく伸張変形を起こしやすいため、振動数は低くなる。それに対して、 n が大きい領域では、3層ある配向角 90° の繊維の半径方向曲げ変形により起こる円周方向の一波長が短くなり、曲げに対する抵抗が大きくなるためである⁽⁶⁾。 $m=1$ の曲線の実験値 $n=3$ で交差する。図6と同じように、 $m=2$ でも二つの振動数曲線の交差する位置と振動数の最小値を示す n の値が $m=1$ の曲線より大きい方に移動する。その原因の一つとして、 $m=2$ の振動モードには母線上に節が一つ現われるためと考える。それは、 n が小さい領域では伸張変形が主であるひずみエネルギーの中に曲げ変形の影響が現われるため、曲げ変形が優位である n の大きい方に移動すると考えられる。

Fig.8 Comparison of fundamental vibration modes between experiment and FEM for the angle-4 and the steel shells ($m=1$).

Fig.9 Comparison of vibration modes between experiment and FEM for both the angle-ply and the cross-ply5 CFRP shells ($m=2$).

図8は各種の4積層円筒殻とそれと同一寸法の等方性殻の $m=1$ の振動モードの結果である。上からアングルプライ層と等方性殻の順である。上段は実験結果を、下段はFEM計算結果をそれぞれ表している。図上方に記した数字は円周方向波数 n を、また、各振動モード図の下に記した数字は各モードに対応する振動数をそれぞれ示している。振動モードを観察しても、 n の小さい領域では伸張変形が主であり、 n の大きい領域では曲げ変形が主であることがわかる。図の中で実験による振動モードが空白のところは、本実験の方法では計測不能であったモードである。

図9はアングルプライ層とクロスプライ層の $m=2$ の振動モードの結果である。表示は図8と同様であり、実験による振動モードの空白は本実験では計測不能であったモードである。FEM計算値と実験値では振動数に差があるが、モード形状はよい一致が見られる。この図からも母線上に一つの節が生じていることがわかり、曲げ変形の成分が影響していることがわかる。図8と図9の場合において、両図における実験と計算との視点が互いに異なるため、図の形が違っており、単純に比較することは困難である。しかしながら、両図の結果には実験と計算とでモードのよい一致が認められる。また、構成要素であるCFRPプリプレグの積層数や配向角などの積層条件や殻厚が振動モード形状にはあまり影響をおよぼさないことがわかる。

4. 結 言

異なる積層構造をもつ2種類のCFRP積層複合円筒殻に、上端自由/下端固定の支持条件下で強制水平加振を加え、モード解析を実験的に行った。振動応答に基づく振動特性解析結果を等方性材の鋼製円筒殻の結果と比較・検討し、以下の事項が明らかになった。

- (1) アングルプライ積層殻の振動数は n が小さい(伸張変形を主とする)領域では等方性殻の振動数より高く、 n の大きい(曲げ変形を主とする)域では等方性殻の振動数より低い。それに対し、クロスプライ積層殻と等方性殻の振動数の関係は n の大・小の領域でアングルプライ積層と逆の挙動を示す。これは積層構造が固有振動数に影響することを示している。
- (2) 殻の振動モード形状は、計算と実験との間に良い一致を得た。また、積層数、配向角そして材料の影響は顕著には現われない。

謝 辞

本研究を行うにあたり、三菱レイヨン株式会社よりCFRPプリプレグ(PYLOFIL)を提供していただいた。富士重工業株式会社 神山隆之、瀧澤直也並びに森暢之の諸氏には、積層複合円筒殻の製作技術をご教示

いただいた。鋼製円筒殻の作製には、山形県工業技術センター 田中善衛氏の協力をいただいた。ここに記して謝意を表する。

文 献

- (1) Dong S. B., Free Vibration of Laminated Orthotropic Cylindrical Shells, The Journal of the Acoustical Society of America, 44-6 (1968), 1628-1635.
- (2) Jones R. M. and Morgan H. S., Buckling and Vibration of Cross-Ply Laminated Circular Cylindrical Shells, AIAA Journal, 13-5 (1975), 664-671.
- (3) Uemura M., Vibration of Laminated Composite Cylindrical Shells, Nihon Koku Uchu Gakkaishi (Aeronautical and Space Sciences Japan), 27-307 (1979), 382-388.
- (4) Kobayashi S. and Nagashima T., Vibration Characteristics of Laminated Graphite-Epoxy Circular Cylindrical Shells, Nihon Koku Uchu Gakkaishi (Aeronautical and Space Sciences Japan), 34-389 (1986), 332-339.
- (5) Yamada G. et al., Free Vibration of a Cross-Ply Laminated Circular Cylindrical Shell, Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu, C (Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C), 57-533 (1991), 27-34.
- (6) Narisawa T. et al., A Study on Vibration Characteristics of Laminated Composite Cylindrical Shells, Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu, C (Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C), 66-646 (2000), 1747-1755.
- (7) Dong S. B. and Tso F. K. W., On a Laminated Orthotropic Shell Theory Including Transverse Shear Deformation, Journal Applied Mechanics, 39-4 (1972), 1091-1097.
- (8) Xi Z. C. et al., Free Vibration of a Laminated Composite Shell of Revolution: Effects of Shear Non-Linearity, International Journal of Mechanical Sciences, 41 (1999), 649-661.
- (9) Arnold R.N. and Warburton G.B., Flexural Vibrations of the Walls of Thin Cylindrical Shells Having Freely Supported Ends, Proceedings of the Royal Society of London, 197A (1949), 238-356.
- (10) Hoppmann II W.H., Some Characteristic of the Flexural Vibrations of Orthogonally Stiffened Cylindrical Shells, The Journal of The Acoustical Society of America, 30-1 (1958), 77-82.
- (11) Vanderpool M. E. and Bert C. E., Vibration of a Materially Monoclinic, Thick-Wall Circular Cylindrical Shell, AIAA Journal, 19-5 (1981), 634-641.
- (12) Lp. K. H. et al., Material Characterization for Orthotropic Shells Using Modal Analysis and Rayleigh-Ritz Models, Composites Part B, 29B (1998), 397-409.
- (13) Igawa H. et al., Forced Vibration of Rotating Anisotropic Shells of Revolution, Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu, C (Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C), 63-611 (1997), 2229-2236.
- (14) Amabili M., Theory and Experiments for Large-Amplitude Vibrations of Empty and Fluid-Filled Circular Cylindrical Shells with Imperfections, J. Sound and Vibration, 262(2003), 921-975.
- (15) Ramasamy R. and Ganesan N., Vibration and Damping Analysis of Fluid Filled Orthotropic Cylindrical Shells with Constrained Viscoelastic Damping, Computers and Structures, 70 (1999), 363-376.
- (16) Okazaki K. et al., Free Vibrations of a Laminated Composite Circular Cylindrical Shell Partially Filled with Liquid, Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu, C (Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C), 65-640 (1999), 4597-4604.