モード連成による旋盤の一次びびり振動の発生機構について*

太田 博^{*1}, 鬼頭 昌士^{*2}, 半田 毅^{*3}A Study on Primary Chatter Caused by Mode Coupling
of Machine Tool StructureHiroshi OTA^{*4}, Masashi KITO and Tsuyoshi HANDA^{*4} Emeritus Professor, Nagoya University,
1212 Musashizuka, Nagakute-cho, Aichi-gun, Aichi, 480-1121 Japan

This study began to compare experiments with analysis of mode coupling of primary chatters in lathe. The movement of the workpiece traces an elliptical locus, however this becomes a circular locus near the stability limit. Either positive or negative of the traced direction in the elliptical locus has no relationship to the occurrence of chatter. When the major axis of the elliptical locus is exists in the quadrants 2 and 4, energy flows from the lathe spindle to the workpiece, and the vibration system becomes unstable. From the experimental data it can be seen that unstable vibration occurs when the major axis of the elliptical locus is exists in the quadrants 2 and 4, thus corroborating the theoretical analysis.

Key Words: Lathe Cutting, Vibration of Workpiece, Vibratory System of Two Degrees of Freedom, Torque Applied to Lathe Spindle

1. 緒 言

工作機械におけるびびり振動は、強制振動源があるために起こる強制びびり振動と、自励的に生じる自励びびり振動^{(1)~(3)}の2種類に分けられる。

これまでの研究によれば、自励びびり振動の発生機構には主として動的切削力の速度成分^{(1) (2)}、モード連成^{(1) (2)}、再生効果^{(3) (4) (5)}の三つがある。これらの発生機構のうちモード連成については、被削材の剛性の方向差により被削材が楕円軌道を描いて振動し、切削力によりエネルギーの流入が起こるとして説明されている⁽¹⁾。

本論文では、旋盤の被削材に発生する一次自励びびり振動について、被削材を剛性と減衰に方向差のある2自由度系と仮定し運動方程式^{(4) (5)}を立て、切削力と、被削材の変位による復元力とが働くことに注目し、エネルギーが旋盤主軸から流入すると考え、モー

ド連成による自励びびり振動の発生条件^{(7) (8)}について考察した。また、この理論解析の妥当性を実験により確認した。

2. 被削材の振動系

モード連成は振動特性に方向差のある2自由度以上の振動系で発生する。本論文では、被削材と主軸を含

Fig.1 Vibratory system of workpiece

* 原稿受付 2006年6月30日。

^{*1} 正員, 名誉員, 名古屋大学名誉教授 (〒480-1121 愛知県愛知郡長久手町武蔵塚 1212)。^{*2} アイシン・エイ・ダブリュ(株) (〒444-1164 安城市藤井町高根 10)。^{*3} 正員, 愛知工科大学工学部 (〒443-0047 蒲郡市西迫町馬乗 50-2)。

E-mail: handa-t@aut.ac.jp

めた系を剛性と減衰に方向差のある図 1 に示すような 2 自由度振動系と仮定することにする。また、工具の剛性は被削材の剛性に比べ十分に大きいとして工具の振動を無視し、被削材のみが振動するものと仮定する。

3. 被削材の運動方程式

一般には図 1 に示す基準座標からなる直交座標系 $O-\xi\eta$ と、水平軸、鉛直軸からなる直交座標系 $O-xy$ とは互いに一致せず、角度 $\phi = \angle \xi O x$ をなす。よって切削合力 F が作用するときの ξ, η に関する運動方程式と切削力 F_ξ, F_η は次式 (1), (2), (3) のようになる。

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{\xi} + c_\xi \dot{\xi} + k_\xi \xi &= F_\xi \\ m\ddot{\eta} + c_\eta \dot{\eta} + k_\eta \eta &= F_\eta \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$F_\xi = F_x \cos \phi - F_y \sin \phi = F \cos(\psi + \phi) \quad (2)$$

$$F_\eta = F_x \sin \phi + F_y \cos \phi = F \sin(\psi + \phi) \quad (3)$$

ただし ψ は切削合力 F の働く方向を、水平軸 x から測った角である。

本論文ではモード連成に主眼をおくため、切削力は被削材の切り込み深さに比例する(動的切削力の時間遅れ、切削速度に対する右下がり効果の両方を無視する)と仮定する。よって切削力は、

$$\left. \begin{aligned} F_x &= -bf_x x, & F_y &= -bf_y x \\ F &= -bf x \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

と表される。上式で $f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$ 、また b は切削幅である。 x は ξ, η を使って

$$x = \xi \cos \phi + \eta \sin \phi \quad (5)$$

と変換されるから、式 (4)、(5) を、式 (2)、(3) に代入すれば、式 (1) は式 (6) となる。

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{\xi} + c_\xi \dot{\xi} + k_\xi \xi &= -bf \cos \phi \cos(\psi + \phi) \cdot \xi \\ &\quad -bf \sin \phi \cos(\psi + \phi) \cdot \eta \\ m\ddot{\eta} + c_\eta \dot{\eta} + k_\eta \eta &= -bf \cos \phi \sin(\psi + \phi) \cdot \xi \\ &\quad -bf \sin \phi \sin(\psi + \phi) \cdot \eta \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

4. 安定限界線図

式 (6) の ξ, η を式 (7) で表される振動解と仮定し、式 (6) に代入すれば、振幅 C, D に関する次のような連立方程式 (8) が得られる。

$$\xi(t) = Ce^{st}, \quad \eta(t) = De^{st} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} G_{\xi\xi}C + G_{\xi\eta}D &= 0 \\ G_{\eta\xi}C + G_{\eta\eta}D &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$C=0, D=0$ 以外の解が存在するためには C, D の係数からなる行列式が 0 でなければならぬから、

$$G_{\xi\xi}G_{\eta\eta} - G_{\xi\eta}G_{\eta\xi} = 0 \quad (9)$$

が成り立つ。式 (9) を s に関して展開すると、次の特性方程式 (10) が得られる。

$$f(s) = s^4 + Ts^3 + Us^2 + Vs + W = 0 \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{1}{m}(c_\xi + c_\eta) \\ U &= \frac{1}{m}\left(k_\xi + k_\eta + bf \cos \psi + \frac{c_\xi c_\eta}{m}\right) \\ V &= \frac{1}{m^2}\left[c_\xi k_\eta + c_\eta k_\xi + bf\left\{c_\xi \sin(\psi + \phi) \sin \phi\right.\right. \\ &\quad \left.\left.+ c_\eta \cos(\psi + \phi) \cos \phi\right\}\right] \\ W &= \frac{1}{m^2}\left[k_\xi k_\eta + bf\left\{k_\xi \sin(\psi + \phi) \sin \phi\right.\right. \\ &\quad \left.\left.+ k_\eta \cos(\psi + \phi) \cos \phi\right\}\right] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式 (10) の Routh - Hurwitz の安定判別式⁽⁶⁾ が零、

$$R = TUV - V^2 - T^2W = 0 \quad (12)$$

のとき特性根 s は安定限界となる(純虚数)。また式 (12) を変形することにより安定限界での切削幅 b_{lim} を与える条件式 (13) が得られる。

$$b_{lim} = \frac{A_2 + \sqrt{A_3}}{A_1} \quad (13)$$

ここで、 A_1, A_2, A_3 は次式 (14) で示される。式 (13) の条件式に表 1 の値⁽⁵⁾ を代入して求めた安定限界線図を図 2 に示す。

$$\begin{aligned}
 A_1 &= mf \left\{ 4c_\xi c_\eta + (c_\xi + c_\eta)^2 \cos 2\psi \right. \\
 &\quad \left. - (c_\xi - c_\eta)^2 \cos 2(\psi + 2\phi) \right\} \\
 A_2 &= 4 \left\{ -m(c_\xi + c_\eta)(c_\eta k_\xi + c_\xi k_\eta) \cos \psi - c_\xi c_\eta (c_\xi + c_\eta) \right. \\
 &\quad \times \{ c_\eta \cos(\psi + \phi) \cos \phi - c_\xi \sin \phi \sin(\psi + \phi) \} \\
 &\quad + m(c_\eta^2 k_\xi + c_\xi^2 k_\eta) \cos \psi \\
 &\quad - c_\xi c_\eta m \{ k_\xi \cos \phi \cos(\psi + \phi) + k_\eta \sin \phi \sin(\psi + \phi) \} \\
 &\quad \left. + 3c_\xi c_\eta m \{ k_\eta \cos \phi \cos(\psi + \phi) + k_\xi \sin \phi \sin(\psi + \phi) \} \right\} \\
 A_3 &= 4c_\xi^2 c_\eta^2 \{ (c_\xi + c_\eta)^2 \cos \psi - (c_\xi^2 - c_\eta^2) \cos(\psi + 2\phi) \\
 &\quad + 4m(k_\xi - k_\eta) \cos(\psi + 2\phi) \}^2 \\
 &\quad - 8c_\xi c_\eta m \{ (c_\xi + c_\eta)(c_\xi k_\eta + c_\eta k_\xi) + (k_\xi - k_\eta)^2 m \} \\
 &\quad \times \{ 4c_\xi c_\eta + (c_\xi + c_\eta)^2 \cos 2\phi - (c_\xi - c_\eta)^2 \cos 2(\psi + 2\phi) \} \\
 &\quad \dots\dots\dots (14)
 \end{aligned}$$

Table 1 Vibratory characteristics of workpiece⁽⁵⁾

Root mean square value of natural frequencies	$p/2\pi$ Hz	208
Spring constant	k_ξ M N/m	9.2
	k_η M N/m	10.8
Damping coefficient	c_ξ Ns/m	613.1
	c_η Ns/m	841.2
Equivalent mass	m kg	5.85
Angle of two coordinates system	ϕ degree	137
Specific thrust force	f_x GN/m ²	0.61
Specific cutting force	f_y GN/m ²	1.42

Fig.2 Critical limit of stability

5. 振動特性について

図2の安定限界線図付近の被削材の振動の特性を考察するため特性方程式(10)の根の一つを $s = \alpha + i\beta$ とおき、式(8)から次式(15)～(17)を得る。

$$\frac{D}{C} = p_0 + iq_0 \quad (15)$$

$$p_0 = -\frac{m(\alpha^2 - \beta^2) + c_\xi \alpha + k_\xi + bf \cos(\psi + \phi) \cos \phi}{bf \cos(\psi + \phi) \sin \phi} \dots\dots\dots (16)$$

$$q_0 = -\frac{2m\alpha\beta + c_\xi \beta}{bf \cos(\psi + \phi) \sin \phi} \quad (17)$$

ξ, η の振幅比 κ と位相差 δ は次式で与えられる。

$$\kappa = \sqrt{p_0^2 + q_0^2} \quad (18)$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{q_0}{p_0} \quad (19)$$

式(18)、(19)を使って振動 ξ, η を表すと

$$\left. \begin{aligned} \xi(t) &= Ce^{\alpha t} e^{i\beta t} = E \cos \beta t \\ \eta(t) &= \kappa Ce^{\alpha t} e^{i(\beta t + \delta)} = \kappa E \sin(\beta t + \delta) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$E = Ce^{at} \quad (21)$$

とおくことができる。被削材の描く式(20)の楕円軌道は $\delta > 0$ なら時計回り、 $\delta < 0$ なら反時計回りである。式(19)で表される位相差は $\delta = 0^\circ \sim 180^\circ$ であり、振動軌跡は常に時計回りである。このモデルで仮定した振動系には特性方程式の根が共役複素数の形で2組あることから分かるとおり、二つの振動様式が存在する。

本論文では、振動の理論解析をするにあたって二つの振動様式について、それぞれ根の実部 α をプロットしたところ、片方の α が必ずもう片方の α よりも大きいことがわかった。 α は振動の増幅や減衰を特徴づけるものであるため、特にびり振動が発生する $\alpha > 0$ となる解について振動特性の理論解析を行うことにした。式(21)において E を一定値と仮定することにより、式(20)は次式(22)となる。

$$\kappa^2 \xi^2 - 2\kappa \xi \eta \cos \delta + \eta^2 - \kappa^2 E^2 \sin^2 \delta = 0 \quad (22)$$

式(22)を行列で表し、

$$F(x) = {}^t x H x + 2 {}^t h x + j \quad (2.3)$$

$$H = \begin{bmatrix} \kappa^2 & -\kappa \cos \delta \\ -\kappa \cos \delta & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$x = \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

ここで、 ${}^t x$ は、 x の転置を示す。さらに、

$${}^t T H T = D \quad (\text{対角行列}) \quad (2.6)$$

となる直交行列 T と 2 次列ベクトル x_0 を用いて直交変換と平行移動を組み合わせた直交座標変換、

$$x = T y + x_0 \quad (2.7)$$

$$y = \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \end{bmatrix}, \quad x_0 = \begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

を行い次式を得る。

$$\lambda_1 \xi'^2 + \lambda_2 \eta'^2 - E^2 \kappa^2 \sin^2 \delta = 0 \quad (2.9)$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{\kappa^2 + 1 \pm \sqrt{(\kappa^2 + 1)^2 - 4\kappa^2 \sin^2 \delta}}{2} \quad (3.0)$$

式 (2.9) は楕円の式であり、被削材の振動軌跡は楕円になることがわかる。楕円の形状については振幅比 κ と位相差 δ により得られる楕円の短径と長径の比を求めればわかる。短径/長径の値は次式 (3.1) で表され、これを図 3 に示す。

$$\frac{r_{\min}}{r_{\max}} = \frac{\min(\lambda_1, \lambda_2)}{\max(\lambda_1, \lambda_2)} = \frac{\kappa^2 + 1 \pm \sqrt{(\kappa^2 + 1)^2 - 4\kappa^2 \sin^2 \delta}}{2\kappa |\sin \delta|} \quad (3.1)$$

Fig.3 Minor axis/major axis

さらに楕円形状について詳しく調べるため、図 4 に示すように楕円の長径の主軸の向き θ について考える。

Fig.4 The direction of major axis of ellipse θ

式 (2.7) において T は回転行列で、

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{11} &= T_{22} = -\frac{2\kappa \cos \delta}{\sqrt{4\kappa^2 \cos^2 \delta + (-1 + \kappa^2 + \sqrt{Q})^2}} \\ T_{12} &= -T_{21} = -\frac{2\kappa \cos \delta}{\sqrt{4\kappa^2 \cos^2 \delta + (-1 + \kappa^2 - \sqrt{Q})^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.3)$$

$$Q = 1 + \kappa^2 (-2 + 4 \cos^2 \delta) + \kappa^4 \quad (3.4)$$

である。したがって、

$$T_{11} = \cos \theta \quad (3.5)$$

と置くことにより、楕円の長径の主軸の方向 θ を知ることができる。これを図 5 に示す。

Fig.5 Direction of major axis of ellipse θ

次に被削材の振動軌跡について考察してみる⁽⁷⁾⁽⁸⁾。まず楕円の軌跡は、常に時計回りの運動をする。従って位相差 δ によって安定、不安定を論じることではない。

次に楕円形状であるが、図2と図3からわかるように、不安定領域の現れる剛性の方向 ϕ 以外では、短径/長径の値はほぼ零であり、振動軌跡は往復直線運動に近い。不安定領域の存在する剛性の方向 ϕ では、安定限界付近で楕円軌跡は最も円形に近づき、その後また直線状になっていくことがわかる。

また楕円の長径の主軸の向き θ についても図5からわかるように、不安定領域の現れない剛性方向 ϕ では $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 、不安定領域の現れる剛性方向 ϕ においては、安定領域で $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 、不安定領域で $90^\circ < \theta < 180^\circ$ である。

6. 復元力⁽⁹⁾

被削材の微小変位に対する復元力について考える。被削材のばね定数を ξ 方向に $k_\xi = k - \Delta k$ 、 η 方向に $k_\eta = k + \Delta k$ とする。座標系 $O-\xi\eta$ に対して、点 $S(\xi, \eta)$ の復元力 F' は ξ, η 方向のばね定数が異なるため、原点 O 方向を向かない。復元力 F' の ξ, η 成分は、

$$\left. \begin{aligned} F'_\xi &= -(k - \Delta k)\xi \\ F'_\eta &= -(k + \Delta k)\eta \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

である。復元力 F' の OS 成分 F'_1 、 OS と直角方向の成分 F'_2 は変位を $r = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$ と置くと、式(36)より ξ, η をもちいて

$$F'_1 = -\frac{k r^2 - \Delta k (\xi^2 - \eta^2)}{r} \quad (37)$$

$$F'_2 = \frac{-2\Delta k (\xi\eta)}{r} \quad (38)$$

となる。旋回力 F'_2 の反力 $-F'_2$ は旋盤主軸にモーメントを生じるが、軸の角速度を一定値 ω に保つためには、このモーメントとつりあうトルク

$$T'_r = F'_2 r = -2\Delta k (\xi\eta) \quad (39)$$

を旋盤主軸に加えてやらなければならない。点 S を表わす複素数 $\zeta = \xi + i\eta$ を用いると式(39)は

$$T'_r = -\Delta k \operatorname{Im}[\zeta^2] \quad (40)$$

と表される。ここで被削材振動系に加えられるエネルギーは単位時間あたり

$$E = \omega T'_r \quad (41)$$

で表されるが、角速度 ω は一定値であるから、 T'_r の正負がそのまま被削材振動系のエネルギーの増加・減少に対応する。したがって、被削材振動系のエネルギーを考えるには、 T'_r の正負を考えればよい。図6に示すように、座標系 $O-\xi\eta$ において、第1, 3象限ではつねに $T'_r < 0$ 、第2, 4象限ではつねに $T'_r > 0$ となる。もし点 $S(\xi, \eta)$ が第2, 4象限により長い時間だけ存在すれば、旋盤主軸からエネルギーが補給されるため、被削材の振動は不安定となる。従って、 ξ, η 軸が T'_r の正負の境界線となる。いま、 ζ を

Fig.6 Plus and minus zones of torque T'_r

$$\zeta = Ae^{ipt} + Be^{-ipt} \quad (42)$$

と仮定する。式(42)の ζ は大きさ $|A|$ 、角速度 p で反時計方向に回転するベクトル(第1項)と、大きさ $|B|$ 、角速度 $-p$ で時計方向に回転するベクトル(第2項)のベクトル合成であるから、座標系 $O-\xi\eta$ からみた振動解は長径 $|A|+|B|$ 、短径 $|A|-|B|$ の楕円軌跡を描く。楕円の長径の主軸は、複素振幅 A, B のなす角の2等分線と一致することもわかる。旋盤主軸のトルク T'_r を計算すると、式(40)、(42)より

$$T'_r = -\Delta k \operatorname{Im}[A^2 e^{2ipt} + 2AB + B^2 e^{-2ipt}] \quad (43)$$

となる⁽⁷⁾⁽⁸⁾。式(43)の右辺の $[\]$ 内の第1項と第3項の虚部は時間 t とともに周期的に変動するのみで、その時間平均値は0であるから、これらの項は旋盤主軸からのエネルギーの出入りにはまったく関係がない。第2項の虚部は T'_r の正負に影響する。 AB の虚部 $\operatorname{Im}[AB] < 0$ は $T'_r > 0$ に、 $\operatorname{Im}[AB] > 0$ は $T'_r < 0$ にそれぞれ対応する。 $T'_r > 0$ となるのは $\operatorname{Im}[AB] < 0$ のときであり、これは複素振幅 A, B のなす角の二等分線が複素平面(図6)の第2, 4象限にあるときである。した

がって、被削材の描く楕円軌跡の主軸が第2, 4象限にあるときに動的不安定振動が発生する^{(7), (8)}。

位相差 δ については式(4.2)において、 $|A|$ と $|B|$ の大小関係によって決まるものであり、 $|A| > |B|$ であれば軌跡は反時計方向に回り $\delta < 0$ 、 $|A| < |B|$ であれば軌跡は時計方向に回り $\delta > 0$ となる。したがって、位相差 δ については、被削材のびり振動の発生に関して意味を持つものでないことがわかる。今回の条件においてはすべての領域において、 $|A| < |B|$ であったため、軌跡は時計回りであり、 $\delta > 0$ となったのである。図5において、楕円の主軸の向きは、不安定領域では $90^\circ < \theta < 180^\circ$ であり第2象限にある。

また楕円の形状については、短径/長径の値が大きいということは、楕円が円に近いということであり、このとき点Sは、第1→第4→第3→第2象限と移動するが、それぞれの象限にあるときの時間がほぼ同じとなり、エネルギーの流入と散逸の差がなく、振動は収束も発散もしない安定限界となる。逆に短径/長径の値が小さければ、楕円の主軸の向きによっては、第1, 第3象限にある時間が第2, 第4象限にある時間よりも長くなり、エネルギーの散逸量がエネルギーの流入量を上回り、振動は収束する。あるいは、第2, 第4象限にある時間が第1, 第3象限にある時間よりも長くなれば、エネルギーの流入量が散逸量を上回り、振動は発散することになる。

7. 切削力

切削力により働くモーメントに対して旋盤主軸に与えなければならないトルクは、次式(4.4)となる。

$$T_r = -x F_y + y F_x = -b f_x x \left(y - \frac{f_y}{f_x} x \right) \quad (4.4)$$

前節6の復元力と同じように、図7の原点Oを通る切削力 F の直線が T_r の正負の境界線となる。したがって、切削力の方向 ψ も、被削材の振動の安定、不安定を決定する要因となることがわかる。

Fig. 7 Plus and minus zones of torque T_r .

8. 実験結果

実験にはオークマ(株)製のLS450×800型旋盤を使用した。切削中に被削材の振動特性および定常切削中の切削条件が変化しないよう、切削工具に突っ切りバイト(イゲタロイ43-4, 非鉄金属用超硬合金H2, すくい角 6° , 逃げ角 6°)を用いて乾燥状態で横切り切削を行った。また実験では、被削材の水平変位 x と鉛直変位 y をセンサで、切削力の背分力 F_x と主分力 F_y を切削動力計で、旋盤主軸の毎分回転数をロータリエンコーダでそれぞれ測定した⁽⁵⁾。

被削材の振動系は、振動モデルで仮定したように、旋盤の主軸、駆動軸、支持軸など被削材とともに変位する全ての部分が含まれる。旋盤の主軸側の振動系は複雑で、特にチャックは有限個のつめによって被削材を保持しているため、静止座標系からみると周期的に被削材の剛性が変化する。それで駆動軸への被削材の取り付けはチャックを用いずにボルト8本で行い、さらに旋盤主軸側の剛性の被削材剛性への寄与率を下げるため、駆動軸と支持軸のばね定数の比は被削材の位置でほぼ1:2.0とされており、被削材の剛性がほとんど支持軸および心押台の剛性に依存するような構造である。被削材(旋盤主軸、結合部玉軸受、偏平支持軸と心押台)の構造を図8に示す。また、駆動軸は回転し、支持軸は固定となっているため、被削材のばね定数が非線形とならないように複列自動調心型軸受#2205を介して両者は結合されている。被削材の材料としては切削力の変動が小さい黄銅板(JIS-C2801P, 外径160mm, 幅5mm)を用いた。

得られた電気信号(x , y , F_x , F_y)は、A-D変換をしてサンプリング時間0.6 msでデジタル値としてパーソナルコンピュータに転送し、あらかじめ求めた換算係数をかけることにより変位、切削力が得られる。

実験条件については、旋盤の構造上から剛性の方向性は変わらないので、 $\phi = 137^\circ$ で、切削幅 b のみを変える実験を行った。

Fig. 8 Lathe spindle, asymmetrical shaft supported by tail stock

切削幅 3.85, 2.95, 2.00 mm (不安定領域)と
 切削幅 1.50, 1.00 mm (安定領域)

との五つの切削幅の実験を行った。得られた楕円の短径/長径の値を図9に、楕円の長径主軸の方向 θ を図10に示す。

図9の切削条件による楕円の短径と長径の比の変化を見ると、やはり安定限界に一番近いところで最も大きくなっており、他の条件と比べて円形に近い楕円軌道を描くことがわかる。また図10は切削幅 b が楕円の主軸の向き θ に与える影響を示したが、安定領域では第1象限、不安定領域では第2象限にあることがわかる。

Fig.9 Minor axis/major axis

Fig.10 Direction of major axis of ellipse θ

実験結果(■印)は解析結果(実線)とほぼ同じであり、解析結果の妥当性を示している。なお、運動方程式(6)の数値計算解を定常振動の式(31), (35)に代入した結果を□印で図9と図10に示したが解析結果(実線)とよく一致している。

9. まとめ

本研究は、モード連成を考慮した解析モデルを仮定し振動の特性、エネルギーの供給について、理論と実験の両面から考察した。モード連成による一次びり

振動の安定限界線図と振動特性を、エネルギーの流入源が旋盤主軸であると考え、以下の結論を得た。

(1) 被削材の運動は楕円軌道を描くが、安定限界付近では円形軌道に近い。

(2) 楕円軌道の回転方向、すなわち位相差 δ の正負は被削材の振動の安定、不安定に無関係である。

(3) 楕円軌道の長径の主軸が第2, 4象限にあるときに、旋盤主軸から被削材にエネルギーが流入するため動的不安定振動が発生する。

(4) 切削力の働く方向 ψ も被削材の振動の安定、不安定を決定する要因となる。

(5) 実験データにおいて、動的不安定振動の発生領域においては楕円軌道の長径の主軸が第2, 4象限にあり理論解析と一致する。

文献

- (1) Kato, S. and Marui, E., Some Considerations on Prevention of Chatter Vibration in Boring Operation, *Transactions of JSME*, Vol.33, No.254 (1967), pp.1685-1692.
- (2) Ota, H. and Kono, K., Chatter Vibrations of Machine Tool or Work with Directional Stiffness Inequality, *Transactions of JSME*, Vol.38, No.314 (1972), pp.2543-2557.
- (3) Ota, H. and Kono, K., On Chatter Vibrations of Machine Tool or Work due to Regenerative Effect and Time Lag, *Transactions of ASME, Journal of Engineering for Industry*, Vol.96, No.4 (1974), pp.1337-1346.
- (4) Ota, H. et al., On the Occurrence of Regenerative Chatter Vibrations, *Transactions of JSME, Series C*, Vol.52, No.480 (1986), pp.2278-2286.
- (5) Ota, H. et al., Regenerative Chatter Vibrations of Turning Workpiece (1st Report, Two Degrees of Freedom and its Stability Criterion), *Transactions of JSME, Series C*, Vol.54, No.504 (1988), pp.1953-1960.
- (6) Yamamoto, T. and Ota, H., *Dynamics of Machines (Revised Edition in Japanese)* (1986), p.180. Asakura.
- (7) Ota, H. and Mizutani, K., Influence of Unequal Pedestal Stiffness on the Instability Regions of a Rotating Asymmetrical Shaft (3rd Report, Mechanism for Occurrence of Two Types of Unstable Vibrations), *Transactions of JSME, Series C*, Vol.46, No.408 (1980), pp.873-882.
- (8) Ota, H. and Mizutani, K., On the Shaft End Torque and the Unstable Vibrations of an Asymmetrical Shaft Carrying an Asymmetrical Rotor, *Transactions of JSME, Series C*, Vol.48, No.426 (1982), pp.155-165.