吸振器との非線形連成効果を利用した線形共振振幅の低減化*

趙 訓 熙^{*1}, 藪 野 浩 司^{*2}Reduction of Primary Resonance by Nonlinear Coupling
with Vibration AbsorberHoonhee JO^{*3} and Hiroshi YABUNO^{*3} Graduate School of Systems and Information Engineering, University of Tsukuba,
1-1-1 Tennodai, Tsukuba-shi, Ibaraki, 305-8573 Japan

In this paper, we propose a nonlinear vibration absorber for linear external resonance. This absorber does not utilize linear coupling to the main system but utilizes nonlinear coupling. Therefore, the attachment of the vibration absorber does not increase the number of degrees of freedom of the main system. Also, comparing with autoparametric vibration absorber, the proposed method is effective over wide range of the excitation frequency. By applying the method of multiple scales, the modulation equations of the main system and the absorber are derived. Comparison of the frequency response curves with and without nonlinear vibration absorber shows validity of the proposed absorber.

Key Words: Forced Resonance, Multiple Scales, Nonlinear Coupling, Vibration Absorber

1. は じ め に

機械システムに生じる共振には、強制加振、係数励振、自励発振、システムの非線形性に起因した分数調波、超調波型共振などがあり、それぞれ異なった励振メカニズムを持つ。⁽¹⁾ 強制加振を受ける線形システムの共振状態での振幅低減化法として、古くから線形動吸振器の利用が提案され、その特性が多くの研究によって明らかにされてきた。⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾

この種の動吸振器では主系と吸振器との線形連成効果を利用しているため、主系の固有値の数が増加し、それに伴って共振ピークの数が増加する。その共振ピークを小さくする工夫として、Hartog⁽³⁾は主系に減衰がない場合について二つの共振ピークが同じ大きさを持ちながら小さくなる条件から吸振器の最適パラメータ関係を、Randall⁽⁴⁾と Pennestri⁽⁵⁾は主系に減衰がある場合について共振ピークを最小にする最適なパラメータ調整方法を提案した。

一方、Haxton と Barr⁽⁸⁾が提案したオートパラメトリック励振効果を利用した吸振器は主系と吸振器との線形連成効果を利用していないため、線形の範囲で考えればそれらは独立であり、主系の固有値の数は増加しない点が大なる長所である。この種の吸振器はオー

トパラメトリック吸振器と呼ばれ、その固有振動数は主系の固有振動数の約 1/2 に設定される。⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ オートパラメトリック吸振器は、共振点に近い比較的狭帯域内でのみ、線形強制加振に対して高い制振性能を有することが知られているが、Bajaj ら⁽¹³⁾は多数のオートパラメトリック吸振器を用いることにより広い加振振動数範囲で制振効果が得られることを明らかにした。なお、多数のオートパラメトリック吸振器を用いた場合は、主系の固有振動数と各々のオートパラメトリック吸振器との固有振動数比のチューニングが精度よく行われる必要がある。

線形共振以外の共振現象に対してもオートパラメトリック吸振器による安定化が試みられている。Mustafa と Ertas⁽⁹⁾は鉛直加振される梁に発生する係数励振に対して振り子型のオートパラメトリック吸振器を取り付けて、その動特性を調べた。その結果、加振振動数が主系の固有振動数より大きい範囲では加振振幅の大きさに関係なく有効であるが、加振振動数が主系の固有振動数より小さい範囲では加振振幅が小さい場合はサドルノード分岐が、加振振幅が大きい場合はホップ分岐が、さらに大きい加振振幅では吸振器の付加によってカオス現象が発生し、オートパラメトリック吸振器は有効に作用しないことを示した。また、Yabuno ら⁽¹⁰⁾は非対称な非線形性に起因して発生する係数励振に対してもオートパラメトリック吸振器は有効ではなく、カオス現象を誘発してしまうことを示し、さらにオート

* 原稿受付 2006 年 8 月 7 日。

^{*1} 筑波大学大学院システム情報工学研究科 (☎ 305-8573 つくば市天王台 1-1-1)。^{*2} 正員、筑波大学大学院システム情報工学研究科。
E-mail: johoonhee@aosuna.esys.tsukuba.ac.jp

パラメトリック吸振器が有効に作用するためのフィードバック制御法を示した。さらに、Yabuno ら⁽¹²⁾はオートパラメトリック吸振器を用いた 1/3 次分数調波共振の安定化法を提案し、どんな外乱に対しても 1/3 次分数調波共振の発生を回避できることを理論及び実験で確かめた。Mook⁽¹⁴⁾は、はり、アーチ、板のような多自由度システムに発生する 2 次モードの分数調波共振を 1 次モードと 2 次モード間の内部共振現象により共振振幅を低減化することを理論的に検討した。

ところで、図 1 に示す典型的なオートパラメトリック吸振器は主系の振動加速度 (d^2y/dt^2) と吸振器の角度 θ との積 ($\theta d^2y/dt^2$) で表される非線形連成効果によって、主系の振動によって吸振器をオートパラメトリック励振させ、主系の振動振幅を低減させる装置である。これは、吸振器の支持部分に存在するクーロン摩擦などによって主系の振動に関わらず吸振器が止まったままの場合が起こり得ることを意味する。そのような場合は、非線形連成効果 $\theta d^2y/dt^2$ を介して吸振器が励振されず、振幅低減化が不可能である。

そこで本研究では、オートパラメトリック吸振器とは制振メカニズムが本質的に異なる新しい非線形動吸振器 (以下吸振器と呼ぶ) を提案する。提案する吸振器は、オートパラメトリック吸振器と同様、主系と吸振器は線形の範囲で非連成で主系の固有値の数が増加しない長所を持ち、またオートパラメトリック吸振器とは異なり主系の動きに伴い、必ず吸振器が振動して吸振効果が得られる点が最大の特徴である。本研究では変位入力を受けるばね-質量系に発生する線形主共振を取り上げ、提案する非線形動吸振器の有効性を理論的に確かめる。

2. 解析モデルと運動方程式

2.1 非線形動吸振器を付加したシステムの運動方程式 図 2 に提案する非線形動吸振器のモデルを示す。左側が制振対象のばね-質量系である。右側が吸振器で、長さ L のリンク、 x 方向に自由に移動可能な質量 m_0 、および長さ l の振り子から構成されている。吸振器はリンクを介して主系に接続され、主系の振動に伴い質量 m_0 は振動し、振り子を励振させる。質量 M 、質量 m_0 、振り子の運動エネルギーとポテンシャルエネルギーを求めて Lagrange 方程式を利用し、主系と吸振器の有次元運動方程式を導くと以下ようになる。

$$M\ddot{y} + ky + \frac{m_0 + m}{L^2} (y\dot{y}^2 + y^2\dot{y}) - ky_0 + \frac{ml}{L} (y\cos\theta\ddot{\theta} - y\sin\theta\dot{\theta}^2) = 0 \quad (1)$$

Fig 1 Analytical model of autoparametric vibration absorber

Fig 2 Analytical model of nonlinear vibration absorber

$$J_m \ddot{\theta} + mgl \sin \theta + k_m \theta + ml (\dot{y}_0 \sin \theta + y_0 \dot{\theta} \cos \theta) + \frac{ml}{L} (\dot{y}^2 \cos \theta + y \ddot{y} \cos \theta - y \dot{y} \dot{\theta} \sin \theta) + \frac{ml}{L} y \dot{y} \dot{\theta}^2 \sin \theta - ml y_0 \dot{\theta}^2 \cos \theta = 0 \quad (2)$$

ここで、質量 m_0 の x 方向の変位が質量 M の y 方向の変位と連結棒の長さ L によって $L - \sqrt{L^2 - y^2}$ のように表せることを用いた。3 乗以上の項を無視し、代表長さを $y_{st} = Mg/k$ 、代表時間を $T = \sqrt{1/(k/M)}$ として図 2 に示されたシステムの無次元運動方程式を表すと

$$\ddot{y}^* + 2\mu_1 \dot{y}^* + y^* = -C_1 \dot{\theta}^* + a_e^* \cos v t^* \quad (3)$$

$$\ddot{\theta}^* + 2\mu_2 \dot{\theta}^* + \omega_\theta^2 \theta^* = -C_2 y^* \dot{y}^* - C_2 y^{*2} + C_3 \cos v t^* \theta^* (4)$$

のようになる。ここで、 $[\cdot]$ は無次元時間 t^* に関する微分を、 μ_1 は主系の無次元減衰係数を、 μ_2 は吸振器の無次元減衰係数を、 ω_θ は吸振器の無次元固有振動数を

表す。式中の無次元パラメータを以下に示す。

$$\begin{aligned} t^* &= \frac{t}{T}, \quad C_1 = \frac{ml}{ML}, \quad C_2 = \frac{mly_{st}^2}{J_m L} \\ C_3 &= \frac{mlv^2 a_e}{J_m}, \quad v = NT, \quad a_e^* = \frac{a_e}{y_{st}}, \quad y^* = \frac{y}{y_{st}} \quad (5) \end{aligned}$$

ここで、 J_m は振り子の支点周りの慣性モーメントである。以下の式では無次元量を表す * は省略する。

主系の運動方程式 (3) 中の $\ddot{\theta}y$ と吸振器の運動方程式 (4) 中の $y\ddot{y}$ と y^2 によって主系と吸振器は非線形連成する。特に式 (4) からわかるように、主系の振動により非線形項 $y\ddot{y}$ と y^2 を介して吸振器は必ず励振され、その励振振動数は主系の応答振動数の 2 倍であることがわかる。この励振効果によって吸振器が共振を起こせば、主系のエネルギーが吸振器へ移動し、主系に生じる振動の振幅低減化が図れると考えられる。

2.2 オートパラメトリック吸振器との比較 図 1 に示したオートパラメトリック吸振器⁽⁸⁾と本研究で提案する非線形動吸振器の比較を行う。図 1 のシステムの無次元運動方程式は式 (3) と (4) と同様な無次元化のもとで、以下のように表せる。

$$\ddot{y} + 2\mu_1 \dot{y} + y = b_1(\dot{\theta}^2 - \theta\ddot{\theta}) + a_e \cos vt \quad (6)$$

$$\ddot{\theta} + 2\mu_2 \dot{\theta} + \omega_\theta^2 \theta = b_2 \ddot{y}\theta - b_3 \theta(\dot{\theta}^2 + \theta\ddot{\theta}) \quad (7)$$

ここで、無次元係数 b_1, b_2 および b_3 は主系のパラメータおよび吸振器の支持点回りの慣性モーメントなどから決まる定数である。制振効果を得るためには式 (7) の右辺の非線形項 $b_2 \ddot{y}\theta$ を介し主系の振動によって吸振器を共振させる必要がある。この非線形項はオートパラメトリック共振項であるので、提案した吸振器とは異なり、吸振器の固有振動数を主系の固有振動数の 1/2 に設定する必要がある。まず、この点がオートパラメトリック吸振器と本手法の違いである。さらに、前節でも述べたように、オートパラメトリック吸振器の場合、吸振器が完全に静止している場合は、式 (7) 右辺の励振項 $b_2 \ddot{y}\theta$ は 0 であり、主系の振動による吸振器への励振効果は存在せず、主系から吸振器へのエネルギー移動が行われないことから、主系の制振は達成されない。

次節では、本研究で提案する非線形連成効果を利用した制振法の特性を解析的近似解法を利用して理論的に明らかにする。

3. 非線形解析と制振効果

3.1 多重尺度法による解析 式 (3), (4) の解析的近似解を多重尺度法により求める。まず、以下のよう無次元パラメータをオーダ評価する。

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \varepsilon \hat{\mu}_1 \quad (\hat{\mu}_1 = O(1)), \quad \mu_2 = \varepsilon \hat{\mu}_2 \quad (\hat{\mu}_2 = O(1)), \\ a_e &= \varepsilon^2 \hat{a}_e \quad (\hat{a}_e = O(1)), \quad v = 1 + \varepsilon \hat{\sigma} \quad (\hat{\sigma} = O(1)), \\ \omega_\theta &= 2 + \varepsilon \hat{\rho} \quad (\hat{\rho} = O(1)) \quad (8) \end{aligned}$$

ここで、 σ は主系の固有振動数 1 からのずれ量、 ρ は主系の固有振動数の 2 倍からのずれ量を表す。解を以下のように摂動展開する。

$$y = \varepsilon y_1 + \varepsilon^2 y_2 + \cdots \quad (9)$$

$$\theta = \varepsilon \theta_1 + \varepsilon^2 \theta_2 + \cdots \quad (10)$$

さらに多重時間尺度 $t_0 = t^*, t_1 = \varepsilon t^*$ を導入して多重尺度法を適用する。

ε の各オーダの係数を 0 と置いて得られる式は以下のとおりである。

y に対して

$$\varepsilon : D_0^2 y_1 + y_1 = 0 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 : D_0^2 y_2 + y_2 &= -2D_0 D_1 y_1 - 2\hat{\mu}_1 D_0 y_1 \\ &\quad + C_1 (D_0^2 \theta_1) y_1 + \hat{a}_e \cos vt \quad (12) \end{aligned}$$

θ に対して

$$\varepsilon : D_0^2 \theta_1 + \omega_\theta^2 \theta_1 = 0 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 : D_0^2 \theta_2 + \omega_\theta^2 \theta_2 &= -2D_0 D_1 \theta_1 - 2\hat{\mu}_2 D_0 \theta_1 \\ &\quad - C_2 (D_0^2 y_1) y_1 - C_2 (D_0 y_1)^2 \\ &\quad + C_3 \cos vt \theta_1 \quad (14) \end{aligned}$$

ここで、 $D_n = \partial / \partial t_n$ である。また、離調パラメータ σ, ρ を用いると振動数を表すパラメータ間に以下のような関係がある。

$$2t_0 = \omega_\theta t_0 - \varepsilon \hat{\rho} t_0 = \omega_\theta t_0 - \hat{\rho} t_1 \quad (15)$$

$$(\omega_\theta - 1)t_0 = 2t_0 + \hat{\rho} t_1 - t_0 = t_0 + \hat{\rho} t_1 \quad (16)$$

$$(1 + v)t_0 = \omega_\theta t_0 + (\hat{\sigma} - \hat{\rho})t_1 \quad (17)$$

$$2vt_0 = \omega_\theta t_0 + (2\hat{\sigma} - \hat{\rho})t_1 \quad (18)$$

$$(\omega_\theta - v)t_0 = t_0 + (\hat{\rho} - \hat{\sigma})t_1 \quad (19)$$

式 (11), (13) より、 y_1 と θ_1 は以下のように表せる。

$$y_1 = A_1(t_1, t_2) \exp(it_0) + \bar{A}_1(t_1, t_2) \exp(-it_0) \quad (20)$$

$$\theta_1 = A_2(t_1, t_2) \exp(i\omega_\theta t_0) + \bar{A}_2(t_1, t_2) \exp(-i\omega_\theta t_0) \quad (21)$$

これらを式(12), (14)に代入し, y_2 と θ_2 に永年項が生じない条件より以下の式が求まる.

$$2i(D_1 A_1 + \hat{\mu}_1 A_1) - \frac{1}{2} \hat{a}_e \exp(i\hat{\sigma} t_1) - C_2(\omega_\theta - 1)^2 \bar{A}_1 A_2 \exp(i\hat{\rho} t_1) = 0 \quad (22)$$

$$2i\omega_\theta(D_1 A_2 + \hat{\mu}_2 A_2) - 4C_2 A_1^2 \exp(-i\hat{\rho} t_1) = 0 \quad (23)$$

複素振幅解 A_1 と A_2 を以下のように極座標形式で表すと

$$A_1 = \frac{1}{2} a_1 \exp(i\theta_1), \quad A_2 = \frac{1}{2} a_2 \exp(i\theta_2) \quad (24)$$

振幅 a_1, a_2 と位相 θ_1, θ_2 の時間変化に関する微分方程式が得られる.

$$\frac{da_1}{dt} = -\mu_1 a_1 + \frac{1}{4} C_1 (\omega_\theta - 1)^2 a_1 a_2 \sin r_2 + \frac{1}{2} a_e \sin r_1 \quad (25)$$

$$a_1 \frac{d\theta_1}{dt} = -\frac{1}{4} C_1 (\omega_\theta - 1)^2 a_1 a_2 \cos r_2 - \frac{1}{2} a_e \cos r_1 \quad (26)$$

$$\frac{da_2}{dt} = -\mu_2 a_2 - \frac{1}{\omega_\theta} C_2 a_1^2 \sin r_2 \quad (27)$$

$$a_2 \frac{d\theta_2}{dt} = -\frac{1}{\omega_\theta} C_2 a_1^2 \cos r_2 \quad (28)$$

$$r_1 = -\theta_1 + \hat{\sigma} t_1, \quad r_2 = \theta_2 - 2\theta_1 + \hat{\rho} t_1 \quad (29)$$

ここで, $a_1 = \varepsilon \hat{a}_1$, $a_2 = \varepsilon \hat{a}_2$ である. 従って近似解は式(9), (10)より次のように求まる.

$$y = a_1 \cos(vt - \gamma_1) + O(\varepsilon^2) \quad (30)$$

$$\theta = a_2 \cos(2vt + \gamma_2 - 2\gamma_1) + O(\varepsilon^2) \quad (31)$$

振幅 a_1, a_2 の時間変化は式(25), (27)に, 位相 γ_1, γ_2 の時間変化は以下の式に支配される.

$$a_1 \frac{d\gamma_1}{dt} = -\sigma a_1 + \frac{1}{4} C_1 (\omega_\theta - 1)^2 a_1 a_2 \cos r_2 + \frac{1}{2} a_e \cos r_1 \quad (32)$$

$$a_2 \frac{d\gamma_2}{dt} = \rho a_2 + \frac{C_1 (\omega_\theta - 1)^2}{2} a_2^2 \cos \gamma_2 - a_e \frac{a_2}{a_1} \cos \gamma_1 - \frac{1}{\omega_\theta} C_2 a_1^2 \cos r_2 \quad (33)$$

定常状態での a_1, a_2 の解を求めるために $da_1/dt = d\gamma_1/dt = da_2/dt = d\gamma_2/dt = 0$ とすると定常状態での吸振器の振幅 a_{2st} は

$$a_{2st}^3 + 8 \frac{\mu_1 \mu_2 + \sigma(2\sigma - \rho)}{\sqrt{\mu_2^2 + (2\sigma - \rho)^2}} a_{2st}^2 + \frac{16(\mu_1^2 + \sigma^2)}{C_1} a_{2st} - \frac{2C_2 a_e^2}{\sqrt{\mu_2^2 + (2\sigma - \rho)^2}} = 0 \quad (34)$$

(a) Main system

(b) Absorber

Fig 3 Frequency response curve of primary resonance (analytical result: $\mu_1 = 0.05$, $\mu_2 = 0.05$, $a_e = 0.1$, $C_1 = 0.621$, $C_2 = 1.67$, $\rho = 0$)

を満たし, 定常状態での主系の振幅 a_{1st} と位相 γ_{1st} および吸振器の位相 γ_{2st} は次式で表せる.

$$a_{1st} = \sqrt{\frac{\omega_\theta a_{2st} \sqrt{\mu_2^2 + (2\sigma - \rho)^2}}{C_2}} \quad (35)$$

$$\gamma_{1st} = \tan^{-1} \left(-\frac{3C_2 \mu_1 a_{1st}^2 + C_1 \omega_\theta \mu_2 a_{2st}^2}{3C_2 \sigma a_{1st}^2 + C_1 \omega_\theta (2\sigma - \rho) a_{2st}^2} \right) \quad (36)$$

$$\gamma_{2st} = \tan^{-1} \left(\frac{\mu_2}{2\rho - \sigma} \right) \quad (37)$$

3.2 非線形動吸振器による制振効果 図3, 4は, $\mu_1 = 0.05$, $\mu_2 = 0.05$, $a_e = 0.1$ の時の主系と吸振器の定常振幅を示す. 図3の横軸 v は変位入力は無次元振動数を表す. 破線は吸振器を取り付けない場合, 実線は吸振器を取り付けた場合の振動振幅を表す. 吸振器を取り付けない場合は, 変位入力の振動数が主系の固有振動数に近いとき ($v = 1.0$ 付近) 線形共振が生じる. 一方, 主系の固有振動数の2倍の固有振動数を持つ吸振器を取り付けた場合は振動振幅が低減される. なお, 制振状態ではエネルギーが吸振器へ移っているため, 吸振器が大きく振動している.

図4は, 吸振器の固有振動数が主系の固有振動数の2倍からどれだけずれているかを表す量 ρ に対する主系と吸振器の振幅変化を示す. ρ が0の場合には主系の振幅は最小に, 吸振器の振幅は最大になる. また0か

(a) Main system

(b) Absorber

Fig 4 Effect of frequency tuning of absorber (analytical result : $\mu_1 = 0.05$, $\mu_2 = 0.05$, $a_e = 0.1$, $C_1 = 0.621$, $C_2 = 1.67$, $\sigma = 0$, $\rho = 0$)

Fig 5 Effect of damping ratio of absorber (analytical result : $\mu_1 = 0.05$, $\mu_2 = 0.05$, $a_e = 0.1$, $C_1 = 0.621$, $C_2 = 1.67$, $\sigma = 0$, $\rho = 0$)

ら離れると主系の振幅は大きくなり、吸振器の振幅は小さくなる。

図 5 に吸振器の減衰係数の変化に対する主系の振幅の変化を示す。吸振器の減衰係数が大きくなると主系の振動振幅が大きくなり、吸振器の減衰係数が小さくなると主系の振動振幅が小さくなる。従って吸振器の減衰係数が小さければ小さいほど吸振器の効果が大き

Fig 6 Effect of coefficient C_1 (analytical result : $\mu_1 = 0.05$, $\mu_2 = 0.05$, $a_e = 0.1$, $C_2 = 1.67$, $\sigma = 0$, $\rho = 0$)

くなる。

図 6 に無次元パラメータ C_1 に対する主系の振動振幅の変化を示す。無次元運動方程式 (3) の非線形連成項の係数が C_1 であることから吸振器の性能を決めるパラメータが C_1 であることが分かる。 C_1 が大きくなるにつれて吸振器が主系へ及ぼす効果が増大し、主系の振動振幅は小さくなり、吸振器の効果が大きくなる。例えば、本研究で用いた連結棒の長さ L と吸振器である振り子の長さ l との比が 0.6 の場合、主系の質量 M と吸振器の質量 m との比を 0.5 とすれば $C_1 = 0.3$ になり、主系の振動振幅 a_1 は 0.307 で約 70% 振幅低減される。

3.3 数値計算結果 $\mu_1 = 0.05$, $\mu_2 = 0.05$, $a_e = 0.1$ の場合について、支配方程式 (3) と (4) を直接数値計算することにより、主系と吸振器の定常状態を求めた。その結果を図 7, 8 に示す。図 7 は離調パラメータが $\rho = 0$ (吸振器の固有振動数が主系の固有振動数のちょうど 2 倍) の時の変位入力の変動数 ν に対する主系と吸振器の定常応答振幅の大きさを表している。 ν の値が 0.98 から 1.04 のあいだでは定常状態は存在せず、図 9 のように主系と吸振器の波形は共にうなっている。図 7, 8 の鉛直線の上下両端はうなりの波形の極大と極小の振幅値を示している。 $\nu = 1.0$ 付近 (変位入力の変動数が主系の固有振動数に近い時) で主系に発生する共振は吸振器の効果によって振幅が低減 (波形の極大値の最大の値を取った場合約 60%) され、このとき吸振器は大きな振幅で振動することがわかる。この結果は、図 3 に示された解析結果と定性的に一致している。また、理論解析結果と数値解析結果は 15% 程度の誤差で周波数応答曲線は互いに同様な傾向を示す。

図 8 は、吸振器の固有振動数のチューニングに関する制振効果の変化を表している。この結果も図 4 に示

Fig 7 Reduction of resonance amplitude (numerical result : $\mu_1 = 0.05$, $\mu_2 = 0.05$, $a_e = 0.1$, $C_1 = 0.621$, $C_2 = 1.67$, $C_3 = 1.67$, $\rho = 0$)

す解析的手法により得られた結果と定性的に一致し、吸振器の固有振動数を主系の2倍に設定することによって最大の制振効果が得られることが分かる。

図10は、吸振器の減衰係数の変化に対する主系の定常振幅の変化を数値計算によって求めた結果である。減衰係数を小さくすると制振効果が徐々に大きくなるが、0.1を境にさらに減衰係数が小さくなると、主系の振動振幅が大きくなるという結果が数値的に得られたが、この傾向は、図5の解析解では捉えることはできなかった。

4. お わ り に

本研究では主系との非線形連成効果を利用した新たな非線形動吸振器を提案した。本手法を用いて、強制変位加振を受ける主系の線形共振時の制振特性について理論的に調べた。提案した制振法の特徴を以下にまとめる。

1. 主系と吸振器の線形連成効果を利用しないため、線形動吸振器とは異なり共振ピークの数が増加しない。
2. 非線形連成効果を利用したオートパラメトリック

Fig 8 Effect of frequency tuning (numerical result : $\mu_1 = 0.05$, $\mu_2 = 0.05$, $a_e = 0.1$, $C_1 = 0.621$, $C_2 = 1.67$, $C_3 = 1.67$, $\sigma = 0$)

吸振器とは制振メカニズムが本質的に異なり、本手法は広汎な加振周波数に対しても吸振効果が得られる。

3. オートパラメトリック吸振器の場合、吸振器に働く静止摩擦力などで吸振器が動作せず吸振効果が得られない場合がある。これに対し、本提案手法は主系の振動に伴って必ず吸振器が振動するため、確実に吸振効果が得られる。

文 献

- (1) Nayfeh, A. H. and Mook, D. T., *Nonlinear Oscillations*, (1979), pp. 381-386, Wiley New York.
- (2) Ormondroyd, J. et al., *Theory of the Dynamic Vibration Absorber*, Transaction of the ASME, Vol. 50, (1928), pp. 9-22.
- (3) Den Hartog, J. P., *Mechanical Vibration*, (1934), McGraw-Hill, New York.
- (4) Randall, S. E. et al., *Optimum Vibration Absorbers for Linear Damped Systems*, Transaction of the ASME, Vol. 103, (1981), pp. 903-918.
- (5) Pennestri, E., *An Application of chebyshev's min-max criterion to the optimal design of a damped Dynamic Vibration Absorber*, Journal of sound and Vibration, Vol. 217(4), (1998), pp. 757-765.

Fig 9 Time history of main system and absorber
(numerical result : $\mu_1 = 0.05$, $\mu_2 = 0.05$, $a_e = 0.1$, $C_1 = 0.621$, $C_2 = 1.67$, $C_3 = 1.67$, $\sigma = 0$, $\rho = 0$)

Fig 10 Effect of damping ratio of absorber (numerical result : $\mu_1 = 0.05$, $\mu_2 = 0.05$, $a_e = 0.1$, $C_1 = 0.621$, $C_2 = 1.67$, $C_3 = 1.67$, $\sigma = 0$, $\rho = 0$)

and Vibration, Vol. 182(3), (1995), pp. 393–413.

- (10) Yabuno, H. et al., *Nonlinear Active Cancellation of the Parametric Resonance in a Magnetically Levitated Body*, Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, Vol. 126, (2004), pp. 433–442.
- (11) Cuvalci, O. et al., *Pendulum as Vibration Absorber for Flexible Structures: Experiments and Theory*, Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 118, (1996), pp. 558–566.
- (12) Yabuno, H. et al., *Stabilization of 1/3-Order Subharmonic Resonance Using an Autoparametric Vibration Absorber*, Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 121, (1999), pp. 309–315.
- (13) Bajaj, A. K. et al., *Dynamics of Autoparametric Vibration Absorbers using Multiple Pendulums*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 246(1), (2001), pp. 115–135.
- (14) Mook, D. T. et al., *The Influence of an Internal Resonance on Non-Linear Structure Vibrations under Subharmonic Resonance Conditions*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 102(4), (1985), pp. 473–492.
- (15) Tondl, A. et al., *Autoparametric Resonance in Mechanical Systems*, (2000), pp. 44–63, Cambridge University Press.

- (6) Brook, J. E., *Theory of the damped Dynamic Vibration Absorber for inertial disturbance*, Journal of Applied Mechanics, March(1979), pp. 86–92.
- (7) Nagaya, K., *Mechanical Dynamics (in Japanese)*, (2003), pp. 48–52, Korona.
- (8) Haxton, R. S. et al., *The Autoparametric Vibration Absorber*, Transaction of the ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 94, (1972), pp. 119–125.
- (9) Mustafa, G. et al., *Dynamics and Bifurcation of a Coupled Column-Pendulum Oscillator*, Journal of Sound