軟式野球ボールとバットの衝突シミュレーション*

神田 芳文^{*1}, 鳴尾 丈司^{*2}

Simulation of Impact between Rubber-ball and Bat for Baseball

Yoshifumi KANDA^{*3} and Takeshi NARUO^{*3} Faculty of Science and Technology, Seikei University,
3-3-1 Kichijoji-Kitamachi, Musashino-shi, Tokyo, 180-8633 Japan

For a rubber baseball, which is a baseball made entirely of rubber, the softness of the ball makes it very difficult to increase the coefficient of restitution (COR) of the ball-bat impact by modifying the stiffness of the bat. In order to direct modification of the baseball bat, precise analysis of the impact phenomenon is required. In order to establish a powerful tool for analyzing the baseball-bat impact, numerical analysis programs based on the three-dimensional finite element method have been developed. After verifying the developed programs by comparing calculated and experimental results, the impact characteristics of an aluminum bat in collision with a rubber baseball were investigated precisely. The results show that the COR decreases with increasing impact velocity, and that the COR is greatly affected by the hoop rigidity of the barrel of the bat, which has a hollow shell structure. Moreover, at high impact velocities, the COR is maximized at an impact location about 600 mm from the end of the bat handle.

Key Words: Baseball Bat, Rubber Ball, Finite Element Method, Impact, Contact Problem, Modal Analysis

1. 緒 言

野球バットの反発性能に関する研究はかなり活発に行われている^{(1),(2),(3)}が、そのほとんどは硬式野球あるいはソフトボールに関するものであって、軟式野球バットに関する研究はほとんど見当たらない。しかるに、軟式野球の競技人口は約120万人⁽⁴⁾といわれており、軟式野球バットの反発向上を筆頭とする高性能化への要望は非常に高いものがある。さらに、軟式野球ボールは硬式野球ボールあるいはソフトボールに比して著しく柔らかく、バットの剛性変更による反発向上が極めて困難であるという問題が存在している。

このような背景にあって、軟式野球のボールとバットの衝突解析を簡便に、高精度で行える信頼性と実用性に富む解析システムの開発が、高反発の軟式野球バットの開発にとって急務であるといわざるを得ない。加えて、商用の汎用有限要素解析システムの使用では理想とする簡便で高精度の解析を短時間で行うには無理があり、軟式野球のボールとバットの衝突解析に特化した3次元有限要素解析システムを独自に開発する

ことが望ましいと考えられる。幸い、著者の一人はすでに^{(5),(6)}、有限要素法を用いてテニスのボールとラケットの衝突解析を十分に実系に忠実なモデルで簡便に高精度の解析が可能なシステムの開発を完了している。本報ではその実績に立脚して、軟式野球用アルミニウム製金属バットと軟式野球ボールの衝突解析に特化した実用性と信頼性の高い3次元有限要素解析システムの開発を行った。

ボールおよびバットの3次元有限要素モデルを構築し、衝突解析手法を確立し、衝突解析を行って、実験と対比することにより解析システムの精度および有効性を検証した後、ボールの衝突速度、衝突位置の変化が反発係数に与える影響、仮想的にバットの剛性を変化させたとき、バットの曲げ剛性および偏平剛性が反発係数に与える影響などを調べた。

2. 有限要素モデルおよび解析方法

2.1 ボールモデル 軟式野球ボールの有限要素モデルの構築方法および有限要素解析手法はテニスボールに関するもの^{(5),(6)}と基本的に同じである。モデル化の対象とする実物の軟式野球ボールは全日本軟式野球連盟公認球(ケンコーボールA号)である。ボールのゴム皮膜のモデル化には、有限ひずみを考慮した16節点アイソパラメトリック六面体要素を用い

* 原稿受付 2006年10月5日。

^{*1} 正員、成蹊大学理工学部(☎180-8633 武蔵野市吉祥寺北町3-3-1)。^{*2} 正員、ミズノ(株)(☎559-8510 大阪市住之江区南港北1-12-35)。

E-mail: kanda@st.seikei.ac.jp

Fig. 1 Finite element model of a ball using hexahedron element

た。本要素はボールのゴム膜の厚さ方向には1次の内挿関数を、それと直交して曲面を構成する2方向には2次の内挿関数をもつもので、2次要素としての利点を生かしつつ経済化のために節点数の増加を抑えたものとなっている。

この六面体要素を用いたボールの有限要素モデルを図1に示すが、図中に見えないボールのゴム膜の厚さ方向は1要素に分割している。ボールのゴム材のヤング率は、試験片の引張試験によって得られた非線形の応力-ひずみ線図をもとに、等価線形的な一定値 4.81MPa (0.49kgf/mm^2) と同定した。ボールの初期状態における諸量は実測により求め、外直径は 72.17mm 、ゴム厚さは実測平均値 7.8mm の一定厚さ、内封気体のゲージ圧力は $8.826 \times 10^4\text{Pa}$ (0.9kgf/cm^2)、質量は 136g とした。

ゴム被膜によって内封された気体はボールの変形に従って体積が変化し、それに応じて内部圧力も変化する。この熱力学的変化をポリトロプ変化と考えれば、内封気体の体積を V 、圧力を p 、その初期状態における値をそれぞれ V_0 、 p_0 とし、ポリトロプ指数を n とすれば、次式が成り立つ。

$$pV^n = p_0V_0^n \quad (1)$$

ポリトロプ指数 n は、ボールの静的圧縮試験とそれに相当する解析を行い、 $n = 1.4$ と同定した。(1)式の成立は中心差分法の k ステップ目における内封気体の圧力 p_k を前ステップにおける内封気体の体積 V_{k-1} から次式により求めることで近似的に強制した。

$$p_k = p_0 \left(\frac{V_0}{V_{k-1}} \right)^n \quad (2)$$

2.2 バットモデル 解析システムの妥当性を検証する目的で、実在する2本のバットによる実験と解

Table 1 Physical properties of aluminum bats

Tested bat		Bat A (Mizuno STARFIGHTER)	Bat B (Mizuno 500GS)
Total length [mm]	Prototype	841.0	840.0
	Model	841.0	840.0
Total mass [g]	Prototype	820.0	739.0
	Model	821.1	740.9
Center of gravity from grip end [mm]	Prototype	514.0	492.0
	Model	514.0	489.5
Moment of inertia about COG [kgm ²]	Prototype	0.0549	0.0530
	Model	0.0506	0.0485
Center of percussion with respect to 110mm-point from grip end [mm]	Prototype	682.0	683.0
	Model	666.5	662.0

析を行った。本報で対象とした軟式野球用アルミニウム製バットの型式および物理特性を表1に示す。金属バットは構造的には比較的厚みのある円筒シェルであり、しかもシェルの面内剛性および面外剛性が共に重要となる問題であって、解析は容易ではない。従って、有限要素の選択は慎重でなければならない。接触問題においては要素表面に節点が配置された要素の方が接触状態の把握の点からは望ましい。そこで、ボールと同様に16節点アイソパラメトリック六面体要素でバットをモデル化することを試みた。しかし、このようなソリッド要素をシェルとして用いた場合、バットの固有振動解析(3.2節参照)における1次偏平(hoop)振動の振動数は実測値と比べて+14.5%程度の誤差を生ずる結果となり、面外剛性すなわちバットの偏平剛性の精度が著しく悪いと判断し、使用を断念した。

偏平剛性の精度改善のため、シェル要素によりバットをモデル化した。シェル要素は節点がシェルの中立面にあつて、要素表面にはない。そのため、接触問題に使用する際には何らかの工夫が必要となるが、接触のチェックにおいては節点を板厚方向に中立面から表面にオフセットさせて対応した。シェル要素に関しても板厚、曲率、負荷、要素分割数により精度が著しく異なり、シェルとしてのすべての状況に対応可能な高精度の要素は現状存在しないと考えるのが妥当である。それ故、シェル要素の選択にも十分な配慮が要求される。

厚肉シェルとして利用可能な degenerated shell element のうち、積分次数の低減により shear locking 防止を行った4節点および9節点四辺形変位法要素と4節点四辺形混合法要素⁽⁷⁾の3要素を、片持ち円筒

Fig. 2 Longitudinal variations of outer diameter and thickness

シェルの固有振動解析などを行った結果と、実測結果との比較により評価し、より良好な精度が得られた4節点四辺形混合要素を本解析において採用した。

実在バットは外径、肉厚が長手方向に変化しており、その実測データを図2に示す。モデル化においては、これらの変化をできるだけ正確に表現できるよう配慮した。

バットの有限要素モデルを図3に示すが、バットの長手方向にはほぼ5 mm間隔の分割であり、円筒の周方向には48分割になっている。バットのアルミニウム材のヤング率は $68.7\text{GPa}(7000\text{kgf/mm}^2)$ 、ポアソン比は0.33、密度は 2.9g/cm^3 とした。こうして得られた有限要素モデルの物理特性を表1に示す。慣性モーメントに実在バットとの差が若干みられるが、全体的にモデルと実在バットの物理特性はよく一致しているといえる。

2.3 解析方法 非線形性を呈する要因としては、ボールの幾何学的非線形性および材料非線形性、ボール

とバットの接触が挙げられる。金属バットについては幾何学的にも材料的にも線形として扱うことに問題はないと考えられる。ボールの材料非線形性については等価的な一定値のヤング率を特定することにより、線形化して扱った。幾何学的非線形性は Updated Lagrange 形式の増分法により考慮した。接触問題の解析には Penalty 法を用いた。

続いて、ボールとバットの衝突における運動方程式とその解法について述べる。まずボールの運動方程式は、質量マトリックスを $[M]$ 、変位ベクトルを $\{d\}$ 、内力ベクトルを $\{p\}$ 、外力ベクトルを $\{f\}$ 、 $\cdot$ を時間に関する微分として次式で表される。

$$[M]\{\ddot{d}\} = -\{p\} + \{f\} \quad (3)$$

減衰の考慮は実際の衝突現象をシミュレートするには不可欠であるが、本システムにおいては、ボールに関しては要素レベルで単純 Voigt モデルの粘弾性を仮定した。このとき、要素内の応力、ひずみ、ひずみ速度をそれぞれ $\{\sigma\}$, $\{\epsilon\}$, $\{\dot{\epsilon}\}$ とし、弾性係数行列、粘性係数行列をそれぞれ $[D]$, $[H]$ とすると次式が成立する。

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} + [H]\{\dot{\epsilon}\} \quad (4)$$

粘性係数行列 $[H]$ の設定には、何らかの仮定が必要となるが、ここでは、

$$[H] = \beta_{ball}[D] \quad (5)$$

を仮定する。実験との対比を通して係数 $\beta_{ball} = 2.2 \times 10^{-4} \text{sec}$ と同定した。

次にバットの運動方程式は、変位ベクトルを $\{x\}$ 、質量マトリックスを $[m]$ 、減衰マトリックスを $[c]$ 、剛性マトリックスを $[k]$ 、外力ベクトルを $\{f\}$ とすれば次式で表される。

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = -\{f\} \quad (6)$$

Fig. 3 Finite element model of a bat using quadrilateral shell element

ここで、バットの減衰に関してボールと実質的に同様の扱いとなるよう $[k]$ に比例する比例減衰

$$[c] = \beta_{bat}[k] \quad (7)$$

を仮定するものとする。

運動方程式の解法には、直接時間積分陽解法である中心差分法を用いた。その際、そもそもバットの剛性がボールの剛性に比べて非常に高いこと、偏平剛性の精度を確保するためバットの要素分割がかなり細かくなったことに起因して、中心差分法の時間きざみを著しく小さくする必要性が生じてしまい、実用的な解析が不可能になるという問題に直面した。

この問題を回避するため、バットは線形の挙動であってしかも比較的低次の振動モードのみが衝突現象に関与することから、バットについては固有振動解析から得られた固有振動モード $\{\phi\}$ を用いて物理座標 $\{x\}$ からモード座標 $\{\xi\}$ へ、

$$\{x\} = [\phi]\{\xi\} \quad (8)$$

に従って変換し、その際に高次モード成分をカットすることを行った。具体的には低い方から 20 個のモード成分のみを残すこととした。このとき、バットの運動方程式は各モード n ごとに分離され、固有角振動数を ω_n として次式で表される。

$$\ddot{\xi}_n + \beta_{bat} \omega_n^2 \dot{\xi}_n + \omega_n^2 \xi_n = - \sum_i \phi_{ni} f_i \quad (9)$$

この式における比例係数 β_{bat} は実験との対比を通して $\beta_{bat} = 2.0 \times 10^{-5} \text{sec}$ と同定した。

以上のようにして、ボールは物理座標で、バットはモード座標で記述して、物理座標とモード座標の混在した運動方程式を解いていくこととした。こうすることによって、時間きざみをボールのみの解析と同じ 10^{-8} 秒のままで、バット-ボール全系に対して安定にかつ精度低下を招くことなく解析できた。さらにバットの衝突特性を議論する上で、振動モードごとの寄与を調べることが容易になった。

2.4 接触面 ボールとバットの摩擦を伴う接触は以下のようにして扱う。ボールとバットの接触は物理的には面と面の接触であるが、本報においてはボールの表面とバットの節点の接触として扱う。その際、ボールとバットの貫通を完全に抑えることが難しいので、バットのメッシュ分割を細かくして実用上の問題回避を行った。また、シェル要素を採用したことからバットの表面には節点はないので、シェル要素の中立面上の節点をシェル板厚方向に表面までシフトして扱

Table 2 Collision of a rubber-ball on rigid wall

Initial condition		Obtained results			
$V_{ball}^{(in)}$ [m/s]	θ_0 [deg]		$V_{ball}^{(out)}$ [m/s]	θ_1 [deg]	ω_1 [rad/s]
18.4	0.0	Calculated	11.01	0.0	0.0
		Experimental	11.2	0.0	0
18.3	15.9	Calculated	10.97	12.62	67.3
		Experimental	11.2	12.9	68
18.2	28.3	Calculated	11.00	22.32	117.0
		Experimental	11.5	23.8	117
18.5	43.9	Calculated	11.26	33.68	183.0
		Experimental	11.7	35.4	182
18.3	58.1	Calculated	10.82	46.31	259.4
		Experimental	11.2	46.5	272
18.1	73.8	Calculated	12.53	71.26	232.2
		Experimental	12.3	72.1	240
12.0	0.0	Calculated	8.05	0.0	0.0
		Experimental	8.3	0.0	0

った。

ボールとバットの接触が想定される範囲において、バットの表面にシフトした節点に関して最も近くなるボール表面上の点を特定し（どの要素のいかなる局所座標値であるかを求め）、この点とシフトしたバットの節点との間の距離をチェックし、接触中はこの2点間にペナルティパラメータを設定した。シフトしたバット節点とボール表面の距離を d 、ボールとバットの間に働く接触力の接触面に垂直な成分を f_n 、すべり方向成分を f_s 、ボールとバットの静止摩擦係数を μ_s 、動摩擦係数を μ_d とする。接触の状態としては、非接触、固着、相対すべりの三つを考える。非接触状態は $d > 0$ のときで、 $f_n = f_s = 0$ となる。固着状態は $d = 0$ かつ $f_s < \mu_s f_n$ のときで、シフトしたバットの節点とボールの表面の接触点は同一の変位となる。相対すべり状態は $d = 0$ かつ $f_s \geq \mu_s f_n$ のときで、ボールおよびバットはすべりと逆方向に $\mu_d f_n$ の摩擦力を受ける。

これらの諸条件を増分計算の各ステップでチェックし、矛盾がある場合は接触状態を変更し矛盾を解消しつつ計算を進めていく。本報においてはボールとバットの間の摩擦係数は $\mu_s = \mu_d = 0.61$ とした⁽⁸⁾。

3. 解析および考察

3.1 ボールの剛体壁面への衝突解析 スピンのない軟式野球ボールが剛体の壁面に入射速度 $V_{ball}^{(in)}$ 、入射角 θ_0 で衝突する現象の、反射速度 $V_{ball}^{(out)}$ 、反射角 θ_1 、反射角速度 ω_1 を解析と実験で求めて比較した。

実験はボール発射装置により発射したボール（使用球：ケンコーA号）を鋼製ブロックに衝突させ、その状態を高速度ビデオカメラ（PHOTRON FASTCAM-PCI）により 1000 コマ/秒で撮影し、撮影画像を解析することにより行った。解析および実験結果を表2に

Table 3 Natural frequencies of aluminum bats

Mode		Frequency [Hz]	
		Bat A	Bat B
1st bending	Experimental	197.5	195.0
	Calculated	196.8	193.1
2nd bending	Experimental	697.5	690.0
	Calculated	696.5	683.1
1st hoop	Experimental	1640	1302
	Calculated	1644	1296

示すが、両者は良好に一致しており、ボールの衝突解析の正当性が裏づけられた。

3.2 バットの固有振動 バットの基本振動特性を知るため、バットの固有振動について実験と解析を行った。バットの支持条件は全周囲自由である。衝突に関与するとされるバットの曲げ振動の1次および2次振動、円筒の1次偏平 (hoop) 振動につき調べた。結果を表3に示すが、実験結果と解析結果は非常に良く一致している。バットAとバットBの比較をすれば、曲げ振動に関しては固有振動数の差がほとんどないのに対して、偏平振動の固有振動数は明確に異なっている。これは、打撃中心付近のシェル板厚の差に起因すると考えられる。

3.3 ボールとバットの衝突解析 衝突の状態としては、静止した全周囲自由なバットにスピンのないボールがバットの長手方向軸に垂直に衝突する場合を扱う。この場合、ボールの入射速度を $V_{ball}^{(in)}$ 、反射速度を $V_{ball}^{(out)}$ 、バットの衝突後の重心速度を $V_{bat}^{(pal.)}$ 、重心周りの回転角速度を $\omega_{bat}^{(rot.)}$ 、グリップ側を正とするボールの衝突位置とバットの重心位置の距離を a とし、バットの弾性変形を無視すれば、反発係数 e は次のように与えられる。

$$e = - \frac{V_{ball}^{(out)} - (V_{bat}^{(pal.)} + a\omega_{bat}^{(rot.)})}{V_{ball}^{(in)}} \quad (10)$$

衝突実験は、バットを床に水平になるようにバット置き台の上に乗せ、ピッチングマシンにより床に水

平でかつバットに垂直になるようにボールを発射させて、その際の衝突現象を上方から高速度ビデオカメラ (PHOTRON FASTCAM-PCI にて 1000 コマ/秒) で撮影することにより行った。そこで得られた画像を解析することにより (10) 式の右辺の各未知量が測定され、反発係数が求まる。ボールの衝突位置はまずは打撃中心 (グリップ端より 683mm の位置) に設定した。ボールの発射速度を一定にすることは困難なため、入射速度 34m/s を目安に発射された数回の衝突実験の平均値をもって実験結果とし、実測平均値の入射速度で入射する場合の衝突について解析を行って比較した。その結果を表4に示す。

表4の解析結果と実験結果を比較すれば、衝突後の速度および角速度については数量的にかなり良く合っており、バットAとバットBの特性の違いも計算結果から読み取ることができ、反発係数については数値的に非常に良く一致している。バットAとバットBの反発係数が一致しているのは単なる偶然であって、バットAはバットBよりも質量が 81g 重いことによる高反発の効果と、バットBはバットAよりも打撃中心付近の肉厚が 0.6mm 程度薄いことによる高反発の効果がたまたま同程度であったと解釈するのが妥当であろう。

次に、ボールの入射速度と衝突位置を変化させて、反発係数がどのように変わるかについてバットBに関して調べた。詳細に速度を変えた解析を行う前に解析の正当性を検証するため、ボールの入射速度が 17m/s と 34m/s の場合について、実験と解析を行いそれらの結果を比較した。結果を図4に示すが、実験結果と解析結果が非常に良く一致していることがわかる。続いて細かくボールの衝突速度を変えた解析を行った。その結果が図5である。この図より、ボールの衝突速度が増すにつれて反発係数は明確に減少すること、ボールの衝突速度が低速および中速の場合にはバットの先端に近い位置に衝突するほど反発係数が小さくなること、衝突速度が高速の場合にはグリップ端より 600mm 付近の衝突位置で反発係数が最大になる傾向があることなどがわかる。

Table 4 Pre- and post-impact velocities and coefficient of restitution (COR) [impact location:683mm]

Bat	Velocity and COR	$V_{ball}^{(in)}$ [m/s]	$V_{ball}^{(out)}$ [m/s]	$V_{bat}^{(pal.)}$ [m/s]	$\omega_{bat}^{(rot.)}$ [rad/s]	COR
Bat A	Experimental	34.05	-6.75	7.04	22.13	0.514
	Calculated	34.05	-7.32	7.09	19.81	0.521
Bat B	Experimental	34.26	-5.23	7.56	25.26	0.514
	Calculated	34.26	-5.67	7.70	23.07	0.519

Fig. 4 Calculated and measured coefficient of restitution vs. impact location from end of bat handle

Fig. 5 Effects of incident ball velocity and impact location from end of bat handle on coefficient of restitution

最後に、バットの剛性変化が反発係数に与える影響について解析した。バットBを標準バットとし、仮想的に剛性を変えるためヤング率を標準バットの r_s 倍としたバットの反発係数を解析した。 r_s を剛性比と呼ぶことにする。 r_s を 0.1 から 30 まで連続的に変えた

Fig. 6 Effect of bat stiffness on coefficient of restitution ($V_{ball}^{(in)} = 34\text{ m/s}$, impact location: 683mm)

Fig. 7 Effect of bat modal stiffness on coefficient of restitution ($V_{ball}^{(in)} = 34\text{ m/s}$, impact location: 683mm)

ときの反発係数の変化について、入射速度を 34 m/s 、衝突位置を打撃中心（グリップ端より 683 mm の位置）として解析した結果を図6に示す。この図より、標準バットの剛性を高めても反発係数はほとんど変わらないことおよび標準バットの剛性を十分に低くしたときには反発係数が増加することがわかる。

図6に表された変化に関して、バットの固有振動モードに関連したモード剛性ごとの寄与を調べるため、特定の単一の振動モードのモード剛性だけを r_s 倍に変化させて反発係数の変化を調べた。結果を図7に示すが、反発係数に与えるバット剛性の影響としては偏平剛性の影響が圧倒的に大きいことが一目瞭然であること、バットの曲げモード剛性の影響については、衝突位置と振動の節との距離の影響があつて衝突位置が大きく異なる場合は別として、通常の打撃の中央付近とされる打撃中心（1次、2次、3次の曲げ振動の節とそれぞれ 26.9 mm 、 34.5 mm 、 66.0 mm の距離）を衝突

位置とする図7の場合については、1次曲げモード剛性の増加は2倍程度までならば若干ではあるが反発係数を高めること、2次および3次の曲げモード剛性は反発係数に寄与していないことがわかる。

4. 結 言

軟式野球用のボールと金属バットの衝突現象を正確に解析できる3次元有限要素解析システムを開発し、いくつかの実験結果と解析結果と対比して良好な一致が得られたことから、解析システムの妥当性が検証できた。さらに、ボールの衝突速度および衝突位置、バットの剛性を変えて衝突解析を行い、以下のような知見を得た。

(1) 衝突速度が高くなるにつれ、反発係数は明確に低下する。

(2) 衝突速度が低速および中速の場合には衝突位置がバット先端に近いほど反発係数は小さく、衝突速度が高速の場合にはバットの打撃中心よりややグリップ端寄りに反発係数が最大になる衝突位置が存在する。

(3) バットの剛性のうち反発係数に与える影響が圧倒的に大きいのは偏平剛性であって、偏平剛性が低いほど反発係数は大きくなる。

本解析システムを軟式野球バットの設計に適用して、実現が困難とされている軟式野球バットの反発性能の向上を図ることが可能になることを期待している。

最後に、バットの肉厚計測および衝突計測の一部に

多大のご助力を賜ったミズノ(株)商品開発部用具開発課御園和則氏に深く謝意を表する。

文 献

- (1) Naruo,T. and Sato,F., Performance of a baseball bat, *Proceeding of the fifth Japan International SAMPE Symposium*,(1997),pp1311-1316.
- (2) Nathan,A.M. et al., The Physics of the Trampoline Effect in Baseball and Softball Bats, *The Engineering of Sport* 5,2,(2004),pp.38-44,ISEA.
- (3) Smith,L.V. et al., How Bat Modifications Can Affect Their Response, *The Impact of Technology on Sport*,(2005),pp.33-38,Australasian Sports Technology Alliance Pty Ltd.
- (4) JSBB Website, <http://www.jsbb.or.jp>
- (5) Kanda,Y., Finite Element Analysis of Impact of a Ball on a Tennis Racket (Impact Characteristics of Racket), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*,Vol.64,No.625(1998),pp.3383-3390.
- (6) Kanda,Y. et al., Estimation of Tennis Racket Power Using Three-dimensional Finite Element Analysis, *The Engineering of Sport* 4,(2002),pp.207-214,Blackwell Science Ltd.
- (7) Kanda,Y., New Elements Derived from One Type of Mixed Formulations(Shell Element and its Applications to Vibration Problems), *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*,Vol.148(1980),pp.232-242.
- (8) Kanda,Y. and Nagao,H., Restitution Characteristics of a Rubber-ball for Baseball, *Proceedings of the Symposium on Sports Engineering* 2003,No.03-12(2003-11),pp.119-124.