構造場と音響場の統一的直交因子の定式化と制御：開空間の場合*

貝塚 勉^{*1}, 田中 信雄^{*2}

Active Control of Both Vibration and Sound in Free Space

Tsutomu KAIZUKA and Nobuo TANAKA^{*3}^{*3} Department of Aerospace Engineering, Tokyo Metropolitan University,
6-6 Asahigaoka, Hino-shi, Tokyo, 191-0065 Japan

Orthogonal contributors in terms of both structural kinetic energy and radiated acoustic power are derived for the purpose of simultaneous attenuation of both vibration and sound. The orthogonal contributors are referred to as "vibroacoustic modes". The vibroacoustic modes have eigenvalues and eigenvectors along with structural modes and radiation modes. The eigenvalues of the vibroacoustic modes indicate the vibroacoustic modes' contributions to the sum of the structural kinetic energy and radiated acoustic power. The eigenvectors of the vibroacoustic modes indicate the modal shapes of the vibroacoustic modes. The complex modal amplitudes of the vibroacoustic modes can be measured by filtering error signals from discrete structural sensors attached on a structure. It is found that the sum of the structural kinetic energy and radiated acoustic power can be estimated by the sum of the squared complex modal amplitudes of few of the vibroacoustic modes which have higher contributions (higher eigenvalues). This allows one to get a reduced order controller. To verify the validity of vibroacoustic modal control, numerical results relating to an isotropic plate in an infinite baffle are presented.

Key Words: Vibration Control, Noise Control, Sound and Acoustic, Radiation Mode

1. 緒言

振動する構造物は、騒音を放射する。このとき、静粛化に関する議論は、構造場と音響場に二分される。構造場の静粛化とは、振動の抑制であり、音響場の静粛化とは、騒音の抑制である。不幸にも、振動の抑制は、必ずしも騒音の抑制に直結しないし、騒音の抑制は、必ずしも振動の抑制に直結しない^{[1][2]}。真の静粛化を望むならば、構造場と音響場の統合的静粛化を志向すべきであり、振動だけを評価関数に置くのではなく、騒音だけを評価関数に置くのではなく、振動と騒音の和を評価関数に置くべきである。すなわち、構造物の運動エネルギーと構造物から放射される音響パワーの和を評価関数に置くべきである。

制御系を設計する際、評価関数に関する直交因子を知ることは、有意義である。運動エネルギーを評価関数に置く場合、それに関する直交因子『構造モード』を知ることは、当該制御系の合理的設計に役立つ^{[3][4]}。音響パワーを評価関数に置く場合、それに関する直交因子『放射モード』を知ることは、当該制御系の合理的設計に役立つ^{[1][2][3][4]}。では、運動エネルギーと音響パワーの和を評価関数に置く場合、それに関する直交因子とは、何なのだろうか。

本論文の第一の目的は、運動エネルギーと音響パワーの和に関する直交因子『構造音響モード(vibroacoustic mode)』の定式化である。構造モードや放射モードと同様、構造音響モードは、固有値と固有ベクトルを持つ。その固有値は、運動エネルギーと音響パワーの和に対する寄与度を示し、その固有ベクトルは、モード形状を示す。

本論文の第二の目的は、構造音響モードを評価関数に置く制御系『構造音響モード制御(vibroacoustic modal control)』の提案である。構造音響モードのモード振幅は、構造物上の各点における複素速度を計測し、それら計測信号を特殊な空間フィルタに通すことによって算出される。ここで、寄与度の高い(固有値の大きい)構造音響モードだけを抽出し、それを評価関数に置く。すると、制御系の次数を抑えつつ、運動エネルギーと音響パワーの和を近似的に最小化できる。

第2章では、任意の構造物を対象として一般論を展開し、構造音響モードを定式化した後、構造音響モード制御を提案する。第3章では、無限大バフル内の周辺単純支持矩形平板を対象として数値解析を行い、構造音響モードの寄与度とモード形状を明らかにする。また、構造音響モード制御の適用前後における運動エネルギーと音響パワーを数値解析し、当該制御法の有効性を検証する。第4章では、本論文の成果を総括する。

* 原稿受付 2006年11月15日。

^{*1} 准員、首都大学東京大学院システムデザイン研究科(〒191-0065 日野市旭が丘6-6)、日本学術振興会特別研究員 DCI。^{*2} 正員、フェロー、首都大学東京システムデザイン学部。

E-mail: ntanaka@cc.tmit.ac.jp

2. 一般理論

本章では、任意の構造物を対象として一般論を展開し、構造物の運動エネルギーと構造物から放射される音響パワーの和に関する直交因子を定式化する。続いて、当該因子の計測制御法を提案し、その有効性について解説する。

2.1 構造音響モード 本節では、構造物の運動エネルギーと構造物から放射される音響パワーの和に関する直交因子を導出する。構造物の表面を有限個の要素に分割して考え、構造物の運動エネルギー $E(\omega)$ ^[6]を次式に定義する。

$$E(\omega) = \mathbf{v}^H(\omega) \mathbf{M} \mathbf{v}(\omega) \quad (1)$$

ただし、

$$\mathbf{v}(\omega) = \text{col}[\mathbf{v}(\mathbf{r}_1, \omega) \quad \cdots \quad \mathbf{v}(\mathbf{r}_M, \omega)] \in \mathbb{C}^{M \times 1} \quad (2)$$

$$\mathbf{M} = \frac{\Delta S}{2} \text{diag}[\rho(\mathbf{r}_1)h(\mathbf{r}_1) \quad \cdots \quad \rho(\mathbf{r}_M)h(\mathbf{r}_M)] \in \mathbb{R}^{M \times M} \quad (3)$$

ただし、 $\mathbf{r}_m$ を m 番目の要素の中心座標、 $\mathbf{v}(\mathbf{r}_m, \omega)$ を複素速度、 $\rho(\mathbf{r}_m)$ を密度、 $h(\mathbf{r}_m)$ を厚さ、 M を要素の総数、 ω を角振動数、 H を複素共役転置、 ΔS を各要素の表面積（簡単のため、各要素の表面積を一定と仮定した。）、 col を列ベクトル、 diag を対角マトリクス、 $\mathbb{C}$ を複素数を要素に持つマトリクス、 $\mathbb{R}$ を実数を要素に持つマトリクスとする。

また、構造物から放射される音響パワー $W(\omega)$ ^[7]を次式に定義する。

$$W(\omega) = \mathbf{v}^H(\omega) \mathbf{R}(\omega) \mathbf{v}(\omega) \quad (4)$$

ただし、

$$\mathbf{R}(\omega) = \frac{\Delta S}{2} \text{Re}[\mathbf{Z}(\omega)] \in \mathbb{R}^{M \times M} \quad (5)$$

$\mathbf{Z}(\omega) \in \mathbb{C}^{M \times M}$ は、音響インピーダンス・マトリクスであり、正定な対称マトリクスである^[7]。なお、 $\text{Re}[\ast]$ を $\ast$ の実数部とする。

いま、構造場と音響場の統合的静粛化を志向して、運動エネルギーと音響パワーの和を評価関数 $J(\omega)$ として定義する。

$$J(\omega) = \alpha(\omega) E(\omega) + W(\omega) \quad (6)$$

ただし、 $\alpha(\omega)$ は、正数であり、運動エネルギーと音響パワーの相対的な重みを決める係数として機能する。式(1)、(4)を式(6)に代入すると、次式を得る。

$$J(\omega) = \mathbf{v}^H(\omega) \{\alpha(\omega) \mathbf{M} + \mathbf{R}(\omega)\} \mathbf{v}(\omega) \quad (7)$$

式(7)の $[\alpha(\omega) \mathbf{M} + \mathbf{R}(\omega)]$ は、正定な実対称マトリクスであるため、次式のように対角化できる。

$$\mathbf{Q}^T(\omega) \{\alpha(\omega) \mathbf{M} + \mathbf{R}(\omega)\} \mathbf{Q}(\omega) = \Lambda(\omega) \in \mathbb{R}^{M \times M} \quad (8)$$

ただし、 $\Lambda(\omega)$ を $\{\alpha(\omega) \mathbf{M} + \mathbf{R}(\omega)\}$ の固有値から成る対角マトリクス、 $\mathbf{Q}(\omega) \in \mathbb{R}^{M \times M}$ を $\{\alpha(\omega) \mathbf{M} + \mathbf{R}(\omega)\}$ の固有ベクトルから成る直交マトリクス、 T を転置とする。式(8)の通り、 $\Lambda(\omega)$ と $\mathbf{Q}(\omega)$ は、重み係数 $\alpha(\omega)$ に依存する。式(8)を式(7)へ代入し、次式を得る。

$$J(\omega) = \mathbf{y}^H(\omega) \Lambda(\omega) \mathbf{y}(\omega) \quad (9)$$

ただし、

$$\mathbf{y}(\omega) = \mathbf{Q}^T(\omega) \mathbf{v}(\omega) \in \mathbb{C}^{M \times 1} \quad (10)$$

式(9)の通り、 $\mathbf{y}(\omega)$ は、評価関数 $J(\omega)$ に関する直交因子である。本論文では、当該因子のことを構造音響モードと呼ぶ。 $\Lambda(\omega)$ を成す固有値は、構造音響モードの評価関数 $J(\omega)$ に対する寄与度を示し、 $\mathbf{Q}(\omega)$ を成す固有ベクトルは、構造音響モードのモード形状を示し、 $\mathbf{y}(\omega)$ を成す要素は、構造音響モードのモード振幅を示す。

ところで、構造物の面密度 $\rho(\mathbf{r}_m)h(\mathbf{r}_m)$ を一定と仮定した場合、式(8)は、次式に書き換えられる。

$$\mathbf{Q}^T(\omega) \left\{ \frac{\Delta S \rho h \alpha(\omega)}{2} \mathbf{I}_M + \mathbf{R}(\omega) \right\} \mathbf{Q}(\omega) = \Lambda(\omega) \quad (11)$$

ただし、 $\mathbf{I}_M \in \mathbb{R}^{M \times M}$ を単位マトリクスとする。式(11)は、次式に展開できる。

$$\frac{\Delta S \rho h \alpha(\omega)}{2} \mathbf{I}_M + \Omega(\omega) = \Lambda(\omega) \quad (12)$$

ただし

$$\mathbf{Q}^T(\omega) \mathbf{R}(\omega) \mathbf{Q}(\omega) = \Omega(\omega) \quad (13)$$

ただし、 $\Omega(\omega)$ を $\mathbf{R}(\omega)$ の固有値から成る対角マトリクスとする。式(12)の通り、 $\Lambda(\omega)$ は、重み係数 $\alpha(\omega)$ に依存する。一方、式(13)の通り、 $\mathbf{Q}(\omega)$ は、重み係数 $\alpha(\omega)$ に依存しない。さて、文献[17]の通り、 $\Omega(\omega)$ を成す固有値は、放射モードの放射効率（正確には、放射効率に比例する値であるが、便宜上、放射効率と呼ぶ。）を示し、式(13)を満たす直交マトリクス $\mathbf{Q}(\omega)$ を成す固有ベクトルは、放射モードのモード形状を示す。それ故、構造物の面密度を一定とした場合、構造

音響モードの評価関数 $J(\omega)$ に対する寄与度は、放射モードの放射効率に $\Delta S \rho h \alpha(\omega)/2$ を加えたものに等しく、構造音響モードのモード形状は、放射モードのモード形状と一致する。

2.2 構造音響モード制御 本節では、構造音響モードの計測制御法を提案する。式(10)の通り、構造音響モードのモード振幅 $\mathbf{y}(\omega)$ は、計測した複素速度 $\mathbf{v}(\omega)$ を空間フィルタ $\mathbf{Q}(\omega)$ に通すことによって算出できる。いま、 $\mathbf{\Lambda}(\omega)$ を成す固有値同士の大小関係を考慮して、より大きい固有値を持つ構造音響モードから順に1次、2次、3次、 $\dots$ 、 M 次とモード次数を割り振ることにする。前述の通り、 $\mathbf{\Lambda}(\omega)$ を成す固有値は、構造音響モードの評価関数 $J(\omega)$ に対する寄与度を示している。したがって、低次の構造音響モードほど、評価関数 $J(\omega)$ に対して高い寄与度を持つことになる。ここで、特に寄与度の高い $\tilde{M} \leq M$ 次以下の構造音響モードだけを抽出し、これを評価関数 $\tilde{J}(\omega)$ として定義する。

$$\tilde{J}(\omega) = \tilde{\mathbf{y}}^H(\omega) \tilde{\mathbf{\Lambda}}(\omega) \tilde{\mathbf{y}}(\omega) \quad (14)$$

ただし、

$$\tilde{\mathbf{y}}(\omega) = \tilde{\mathbf{Q}}^T(\omega) \mathbf{v}(\omega) \in \mathbb{C}^{\tilde{M} \times 1} \quad (15)$$

$\tilde{\mathbf{\Lambda}}(\omega) \in \mathbb{R}^{\tilde{M} \times \tilde{M}}$ を $\tilde{M}$ 次以下の固有値から成る対角マトリクス、 $\tilde{\mathbf{Q}}(\omega) \in \mathbb{R}^{M \times \tilde{M}}$ を $\tilde{M}$ 次以下の固有ベクトルから成るマトリクスとする。 $\tilde{J}(\omega)$ を評価関数に置く制御系の次数は、 $J(\omega)$ を評価関数に置く制御系の次数よりも少なくても済む。本論文では、このような制御系を構造音響モード制御と呼ぶ。図1は、構造音響モード制御の概念図である。

続いて、評価関数 $\tilde{J}(\omega)$ を最小化する最適フィードフォワード制御則を導出する。分布外乱力 $f_p(\mathbf{r}, \omega)$ と集中制御力 $f_s(\omega)$ を想定したとき、複素速度 $\mathbf{v}(\omega)$ は、次式で記述される。

$$\mathbf{v}(\omega) = \Psi^T \mathbf{Y}(\omega) \left\{ \int_S \Psi(\mathbf{r}) f_p(\mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r} + \Psi_s^T \mathbf{f}_s(\omega) \right\} \quad (16)$$

ただし、

$$\Psi = [\Psi(\mathbf{r}_1) \ \dots \ \Psi(\mathbf{r}_M)] \in \mathbb{R}^{N \times M} \quad (17)$$

$$\Psi_s = [\Psi(\mathbf{r}_1) \ \dots \ \Psi(\mathbf{r}_I)] \in \mathbb{R}^{N \times I} \quad (18)$$

$$\Psi(\mathbf{r}) = \text{col}[\psi_1(\mathbf{r}) \ \dots \ \psi_N(\mathbf{r})] \in \mathbb{R}^{N \times 1} \quad (19)$$

$$\mathbf{Y}(\omega) = \text{diag}[Y_1(\omega) \ \dots \ Y_N(\omega)] \in \mathbb{C}^{N \times N} \quad (20)$$

$$Y_n(\omega) = \frac{j\omega}{[\omega_n^2 - \omega^2 + j\eta_n \omega_n \omega]} \quad (21)$$

$$\mathbf{f}_s(\omega) = \text{col}[f_{s1}(\omega) \ \dots \ f_{sI}(\omega)] \in \mathbb{C}^{I \times 1} \quad (22)$$

$\psi_n(\mathbf{r})$ を n 次構造モードのモード関数、 ω_n を n 次構造モードの固有角振動数、 η_n を n 次構造モードの減衰比、 $\mathbf{r}_i$ を i 番目の集中制御力の作用点、 I を集中制御力の総数、 j を虚数単位とする。式(14)、(15)、(16)より、次式を得る。

$$\begin{aligned} \tilde{J}(\omega) = & \mathbf{f}_s^H(\omega) \mathbf{A}(\omega) \mathbf{f}_s(\omega) + \mathbf{f}_s^H(\omega) \mathbf{b}(\omega) \\ & + \mathbf{b}^H(\omega) \mathbf{f}_s(\omega) + c(\omega) \end{aligned} \quad (23)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\omega) = & \Psi_s^T \mathbf{Y}^*(\omega) \Psi \tilde{\mathbf{Q}}(\omega) \tilde{\mathbf{\Lambda}}(\omega) \\ \tilde{\mathbf{Q}}^T(\omega) \Psi^T \mathbf{Y}(\omega) \Psi_s & \in \mathbb{R}^{\tilde{I} \times I} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b}(\omega) = & \Psi_s^T \mathbf{Y}^*(\omega) \Psi \tilde{\mathbf{Q}}(\omega) \tilde{\mathbf{\Lambda}}(\omega) \\ \tilde{\mathbf{Q}}^T(\omega) \Psi^T \mathbf{Y}(\omega) \int_S & \Psi(\mathbf{r}) f_p(\mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r} \in \mathbb{R}^{\tilde{I} \times 1} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} c(\omega) = & \int_S \Psi^T(\mathbf{r}) f_p^*(\mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r} \mathbf{Y}^*(\omega) \Psi \tilde{\mathbf{Q}}(\omega) \tilde{\mathbf{\Lambda}}(\omega) \\ \tilde{\mathbf{Q}}^T(\omega) \Psi^T \mathbf{Y}(\omega) \int_S & \Psi(\mathbf{r}) f_p(\mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (26)$$

なお、 $*$ を複素共役とする。式(23)の形から、評価関数 $\tilde{J}(\omega)$ を最小化する最適フィードフォワード制御則は、次式となる^[39]。

$$\mathbf{f}_s(\omega) = -\mathbf{A}^{-1}(\omega) \mathbf{b}(\omega) \quad (27)$$

Fig. 1. A schematic diagram of vibroacoustic modal control with the condensation of the error signals via the vibroacoustic modal filters.

3. ケース・スタディ

本章では、図2に示される無限大バフル内の周辺単純支持矩形平板を例に挙げ、構造音響モードの寄与度（固有値）とモード形状（固有ベクトル）の数値解析結果を提示する。また、構造音響モード制御を平板に適用した前後の運動エネルギーと音響パワーの数値解析結果を提示し、当該制御法の有効性を検証する。

3.1 解析モデル 本節では、解析モデルを記述する。周辺単純支持矩形平板の構造モード関数は、次式で与えられる^[36]。

$$\psi_n(\mathbf{r}) = \psi_{n_x, n_y}(x, y) = \sqrt{\frac{4}{L_x L_y \rho h}} \sin \frac{n_x \pi x}{L_x} \sin \frac{n_y \pi y}{L_y} \quad (28)$$

ただし、 L_x を平板の x 方向の長さ、 L_y を平板の y 方向の長さとする。平板の厚みと密度は、一定とした。このときの固有角振動数は、次式で与えられる^[36]。

$$\omega_n = \omega_{n_x, n_y} = \sqrt{\frac{D}{\rho h} \left\{ \left(\frac{n_x \pi}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{n_y \pi}{L_y} \right)^2 \right\}} \quad (29)$$

D は、平板の曲げ剛性であり、次式で与えられる。

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (30)$$

E を平板のヤング率、 ν を平板のポアソン比とする。平板の諸元は、 $L_x = 0.38$ m, $L_y = 0.30$ m, $h = 0.001$ m, $\rho = 2720$ kg/m³, $E = 71 \times 10^9$ Pa, $\nu = 0.33$, $N = 6 \times 6 = 36$, $\eta_n = 0.002$, $M = 10 \times 10 = 100$ とした。

また、無限大バフルを想定した場合、音響インピーダンス・マトリクス $\mathbf{Z}(\omega)$ の m_A 行 m_B 列 $Z_{m_A, m_B}(\omega)$ は、次式で与えられる^[17]。

$$Z_{m_A, m_B}(\omega) = \frac{j\omega\rho_0 S}{2\pi |\mathbf{r}_{m_A} - \mathbf{r}_{m_B}|} e^{-jk|\mathbf{r}_{m_A} - \mathbf{r}_{m_B}|} \quad (31)$$

Fig. 2. A simply supported rectangular plate on which external plane wave is incident with the angles elevation θ and azimuth φ .

ただし、 ρ_0 を媒質密度、 $k = \omega/c_0$ を波数、 c_0 を音速とする。音響媒質の諸元は、 $\rho_0 = 1.21$ kg/m³, $c_0 = 343$ m/sとした。

3.2 構造音響モードの寄与度とモード形状 本節では、構造音響モードの寄与度（固有値）とモード形状（固有ベクトル）の数値解析結果を提示する。式(28)の通り、平板の面密度は、一定である。したがって、式(12)の通り、構造音響モードの寄与度は、重み係数 $\alpha(\omega)$ に依存する。一方、式(13)の通り、構造音響モードのモード形状は、重み係数 $\alpha(\omega)$ に依存しない。本解析においては、簡単のため、重み係数 $\alpha(\omega)$ を周波数に関わらず一定とし、 $\alpha = 1.0$ に設定した。式(6)の通り、このときの構造音響モードは、運動エネルギーと音響パワーを同等に評価した場合のものとなる。仮に重み係数を1より大きい値に設定すれば、このときの構造音響モードは、運動エネルギーに重きを置いて評価した場合のものとなる。また、仮に重み係数を1より小さい値に設定すれば、このときの構造音響モードは、音響パワーに重きを置いて評価した場合のものとなる。

図3は、1次から4次までの構造音響モードの寄与度と併せて、1次から4次までの放射モードの放射効率を示している。式(12)にて示した通り、構造音響モードの寄与度は、放射モードの放射効率に $\Delta S \rho h \alpha / 2$ を加えた値となっている。また、低次構造音響モードの寄与度は、高次構造音響モードの寄与度を圧倒している。したがって、評価関数 $J(\omega)$ は、少数の低次構造音響モードから成る評価関数 $\tilde{J}(\omega)$ によって十分に近似されるはずである。

Fig. 3. Contributions to the sum of the structural kinetic energy and acoustic power from the first four vibroacoustic modes with $\alpha = 1.0$, and radiation efficiencies of the first four radiation modes.

図4は、1次から4次までの構造音響モードのモード形状を示している。ただし、解析対象の周波数を100Hzとした。1次の構造音響モードのモード形状は、単極を示している。2次、3次の構造音響モードのモード形状は、二重極を示している。4次の構造音響モードのモード形状は、四重極を示している。なお、式(13)にて示した通り、構造音響モードのモード形状は、放射モードのモード形状と一致する。

3.3 構造音響モード制御 本節では、構造音響モード制御を平板に適用した前後の運動エネルギーおよび音響パワーの数値解析結果を提示する。図2の通り、外乱は、平板に対して仰角 $\theta = \pi/4$ ，水平角 $\varphi = \pi/4$ で入射する音圧振幅1Paの平面波と仮定した。

Fig. 4. Mode shapes of the first four vibroacoustic modes with $\alpha = 1.0$ and 100 Hz.

図5の通り、複素速度の計測点は、100個の要素の各中心座標に置き、集中制御力は、低次構造モードの節と重ならないよう座標 $(L_x/10, L_y/10)$ に置いた。重み係数は、前節と同様に $\alpha = 1.0$ とした。

前節にて述べた通り、評価関数 $J(\omega)$ は、少数の低次構造音響モードから成る評価関数 $\tilde{J}(\omega)$ によって十分に近似されるはずである。図6は、外乱のみ作用している場合の $J(\omega)$ と併せて、1次から16次までの構造音響モードから成る $\tilde{J}(\omega)$ を示している。図の通り、両者の周波数特性は、殆ど一致している。すなわち、 $J(\omega)$ は、1次から16次までの構造音響モードから成る $\tilde{J}(\omega)$ をもって十分に近似できる。つまり、運動エネルギーと音響パワーの和の最小化制御は、16次の制御系によって近似的に実行できる。

Fig. 5. A rectangular plate with locations of the velocity measurements and the control force.

Fig. 6. Frequency characteristics of $J(\omega)$ and $\tilde{J}(\omega)$ which contains the first sixteen vibroacoustic modes, with $\alpha = 1.0$.

図7は、各種制御を講じた前後の運動エネルギーを示しており、図8は、各種制御を講じた前後の音響パワーを示している。解析対象とした制御系は、運動エネルギーの最小化制御（付録1参照）、音響パワーの最小化制御（付録2参照）、1次から16次までの構造音響モードから成る評価関数 $\tilde{J}(\omega)$ の最小化制御（構造音響モード制御）である。複素速度計測点および集中制

御力の設定は、いずれの制御系も図5に準じている。既述の通り、運動エネルギーの最小化は、音響パワーの抑制に直結していない。また、音響パワーの最小化は、運動エネルギーの抑制に直結していない。これに対し、構造音響モード制御は、運動エネルギーの抑制と音響パワーの抑制を重み係数 $\alpha=1.0$ というバランスをもって統合的に処理している。

Fig. 7. Structural kinetic energy of the plate before and after structural kinetic energy minimization, acoustic power minimization, and vibroacoustic modal control with $\alpha = 1.0$.

Fig. 8. Acoustic power radiated from the plate before and after structural kinetic energy minimization, acoustic power minimization, and vibroacoustic modal control with $\alpha = 1.0$.

4. 結言

構造場と音響場の統合的静粛化を目的として、構造物の運動エネルギーと構造物から放射される音響パワーの和に関する直交因子『構造音響モード(vibroacoustic mode)』を定式化した。構造モードや放射モードと同様、構造音響モードは、固有値と固有ベクトルを持つ。その固有値は、運動エネルギーと音響パワーの和に対する寄与度を示し、その固有ベクトルは、モード形状を示す。なお、構造物の面密度を一定と仮定した場合、構造音響モードのモード形状は、放射モードのモード形状と一致する。

構造音響モードのモード振幅は、構造物上の各点における複素速度を計測し、それら計測信号を特殊な空間フィルタに通すことによって算出される。寄与度の高い構造音響モードだけを抽出し、それを評価関数に置くことで、制御系の次数を抑えつつ、運動エネルギーと音響パワーの和を近似的に最小化できる。このように構造音響モードを評価関数に置く制御系を『構造音響モード制御(vibroacoustic modal control)』と呼ぶ。

無限大バフ内の周辺単純支持矩形平板を例として数値解析を行い、構造音響モードの寄与度とモード形状を明らかにした。また、構造音響モード制御を平板に適用した前後の数値解析を行い、運動エネルギーと音響パワーの統合的静粛化を確認した。なお、この解析では、構造音響モード振幅の算出のため、構造物上の100点における複素速度の計測を前提とした。ただし、評価関数は、100個の複素速度ではなく、寄与度の高い順に抽出された16個の構造音響モード振幅であった。すなわち、当該制御系の次数は、100ではなく、僅か16であった。

付録1：運動エネルギーの最小化制御

式(16)を式(1)に代入すると、次式を得る。

$$E(\omega) = \mathbf{f}_s^H(\omega) \mathbf{A}_E(\omega) \mathbf{f}_s(\omega) + \mathbf{f}_s^H(\omega) \mathbf{b}_E(\omega) + \mathbf{b}_E^H(\omega) \mathbf{f}_s(\omega) + c_E(\omega) \quad (\text{A1})$$

ただし、

$$\mathbf{A}_E(\omega) = \Psi_s^T \mathbf{Y}^*(\omega) \Psi \mathbf{M} \Psi^T \mathbf{Y}(\omega) \Psi_s \in \mathbb{R}^{I \times I} \quad (\text{A2})$$

$$\mathbf{b}_E(\omega) = \Psi_s^T \mathbf{Y}^*(\omega) \Psi \mathbf{M} \Psi^T \mathbf{Y}(\omega) \int_S \psi(\mathbf{r}) f_p(\mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r} \in \mathbb{R}^{I \times 1} \quad (\text{A3})$$

$$c_E(\omega) = \int_S \psi^T(\mathbf{r}) f_p^*(\mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r} \mathbf{Y}^*(\omega) \Psi \mathbf{M} \Psi^T \mathbf{Y}(\omega) \int_S \psi(\mathbf{r}) f_p(\mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r} \quad (\text{A4})$$

式(A1)の形から、運動エネルギーを最小化する最適フィードフォワード制御則は、次式となる¹³⁾。

$$\mathbf{f}_s(\omega) = -\mathbf{A}_E^{-1}(\omega) \mathbf{b}_E(\omega) \quad (\text{A5})$$

付録2：音響パワーの最小化制御

式(16)を式(4)に代入すると、次式を得る。

$$W(\omega) = \mathbf{f}_s^H(\omega) \mathbf{A}_W(\omega) \mathbf{f}_s(\omega) + \mathbf{f}_s^H(\omega) \mathbf{b}_W(\omega) + \mathbf{b}_W^H(\omega) \mathbf{f}_s(\omega) + c_W(\omega) \quad (\text{A6})$$

ただし、

$$\mathbf{A}_W(\omega) = \Psi_s^T \mathbf{Y}^*(\omega) \Psi \mathbf{R} \Psi^T \mathbf{Y}(\omega) \Psi_s \in \mathbb{R}^{I \times I} \quad (\text{A7})$$

$$\mathbf{b}_W(\omega) = \Psi_s^T \mathbf{Y}^*(\omega) \Psi \mathbf{R} \Psi^T \mathbf{Y}(\omega) \int_S \psi(\mathbf{r}) f_p(\mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r} \in \mathbb{R}^{I \times 1} \quad (\text{A8})$$

$$c_W(\omega) = \int_S \psi^T(\mathbf{r}) f_p^*(\mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r} \mathbf{Y}^*(\omega) \Psi \mathbf{R} \Psi^T \mathbf{Y}(\omega) \int_S \psi(\mathbf{r}) f_p(\mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r} \quad (\text{A9})$$

式(A6)の形から、音響パワーを最小化する最適フィードフォワード制御則は、次式となる¹³⁾。

$$\mathbf{f}_s(\omega) = -\mathbf{A}_W^{-1}(\omega) \mathbf{b}_W(\omega) \quad (\text{A10})$$

謝辞

本研究は、日本学術振興会特別研究員奨励費の補助を受け、遂行されたものである。

文献

- [1] S. D. Snyder and C. H. Hansen, "Mechanisms of active noise control by vibration sources", *J. Sound Vib.* 147, (1991), pp. 519-525.
- [2] J. Pan, S. D. Snyder, C. H. Hansen, and C. R. Fuller, "Active control of far-field sound radiated by a rectangular panel: A general analysis", *J. Acoust. Soc. Am.* 91, (1992), pp. 2056-2066.
- [3] M. J. Balas, "Feedback control of flexible systems", *IEEE Trans. Autom. Control* 23, (1978), pp. 673-679.
- [4] J. N. Aubrun, "Theory of the control of structures by low-authority controllers", *J. Guid. Control* 3, (1980), pp. 444-451.
- [5] L. Meirovitch, H. Baruh, and H. Oz, "A comparison of control techniques for large flexible systems", *J. Guid. Control Dyn.* 6, (1983), pp. 302-310.
- [6] D. R. Morgan, "An adaptive modal-based active control system", *J. Acoust. Soc. Am.* 89, (1990), pp. 248-256.
- [7] R. L. Clark, "Adaptive feedforward modal space control", *J. Acoust. Soc. Am.* 98, (1995), pp. 2639-2650.

- [8] N. Tanaka, Y. Kikushima, and N. J. Fergusson, "One-dimensional distributed modal sensors and the active modal control for planar structures", *J. Acoust. Soc. Am.* 104, (1998), pp. 217-225.
- [9] C. Mei, B. R. Mace, and R. W. Jones, "Hybrid wave/mode active vibration control", *J. Sound Vib.* 247, (2001), pp. 765-784.
- [10] S. D. Snyder, "Active control: A bigger microprocessor is not always enough", *Noise Control Eng. J.* 49, (2001), pp. 21-29.
- [11] S. J. Elliott, "Distributed control of sound and vibration", *Noise Control Eng. J.* 53, (2005), pp. 165-181.
- [12] G. V. Borgiotti, "The power radiated by a vibration body in an acoustic fluid and its determination from boundary measurements", *J. Acoust. Soc. Am.* 88, (1990), pp. 1884-1893.
- [13] W. T. Baumann, W. R. Saunders, and H. H. Robertshaw, "Active suppression of acoustic radiation from impulsively excited structures", *J. Acoust. Soc. Am.* 90, (1991), pp. 3202-3208.
- [14] K. A. Cunefare, "The minimum multimodal radiation efficiency of baffled finite beams", *J. Acoust. Soc. Am.* 90, (1991), pp. 2521-2529.
- [15] K. Naghshineh and G. H. Koopmann, "Material tailoring of structures to achieve minimum radiation condition", *J. Acoust. Soc. Am.* 92, (1992), pp. 841-855.
- [16] S. D. Snyder and N. Tanaka, "On feedforward active control of sound and vibration using vibration error signals", *J. Acoust. Soc. Am.* 94, (1993), pp. 2181-2193.
- [17] S. J. Elliott and M. E. Johnson, "Radiation modes and the active control of sound power", *J. Acoust. Soc. Am.* 94, (1993), pp. 2194-2204.
- [18] K. A. Cunefare and M. N. Currey, "On the exterior acoustic radiation modes of structures", *J. Acoust. Soc. Am.* 96, (1994), pp. 2302-2312.
- [19] G. V. Borgiotti and K. E. Jones, "Frequency independence property of radiation spatial filters", *J. Acoust. Soc. Am.* 96, (1994), pp. 3516-3524.
- [20] M. N. Currey and K. A. Cunefare, "The radiation modes of baffled finite plates", *J. Acoust. Soc. Am.* 98, (1995), pp. 1570-1580.
- [21] M. E. Johnson and S. J. Elliott, "Active control of sound radiation using volume velocity cancellation", *J. Acoust. Soc. Am.* 98, (1995), pp. 2174-2186.
- [22] X. Pan, T. J. Sutton, and S. J. Elliott, "Active control of sound transmission through a double-leaf partition by volume velocity cancellation", *J. Acoust. Soc. Am.* 104, (1998), pp. 2828-2835.
- [23] B. S. Cazzolato and C. H. Hansen, "Active control of sound transmission using structural error sensing", *J. Acoust. Soc. Am.* 104, (1998), pp. 2878-2889.
- [24] S. Griffin, C. H. Hansen, and B. S. Cazzolato, "Feedback control of structurally radiated sound into enclosed spaces using structural sensing", *J. Acoust. Soc. Am.* 106, (1999), pp. 2621-2628.
- [25] B. S. Cazzolato and C. H. Hansen, "Structural radiation mode sensing for active control of sound radiation into enclosed spaces", *J. Acoust. Soc. Am.* 106, (1999), pp. 3732-3735.
- [26] G. P. Gibbs, R. L. Clark, D. E. Cox, and J. S. Vipperman, "Radiation modal expression: Application to active structural acoustic control", *J. Acoust. Soc. Am.* 107, (2000), pp. 332-339.
- [27] A. P. Berkhoff, "Sensor scheme design for active structural acoustic control", *J. Acoust. Soc. Am.* 108, (2000), pp. 1037-1045.
- [28] K. A. Cunefare, M. N. Currey, M. E. Johnson, and S. J. Elliott, "The radiation efficiency grouping of free-space acoustic radiation modes", *J. Acoust. Soc. Am.* 109, (2001), pp. 203-215.
- [29] P. Gardonio, Y. S. Lee, and S. J. Elliott, "Analysis and measurement of matched volume velocity sensor and uniform force actuator for active structural acoustic control", *J. Acoust. Soc. Am.* 110, (2001), pp. 3025-3031.
- [30] C. Maury, P. Gardonio, and S. J. Elliott, "Active control of the flow-induced noise transmitted through a panel", *AIAA J.* 39, (2001), pp. 1860-1867.
- [31] A. P. Berkhoff, "Broadband radiation modes: Estimation and active control", *J. Acoust. Soc. Am.* 111, (2002), pp. 1295-1305.
- [32] T. Chanpheng, H. Yamada, T. Miyata, and H. Katsuchi, "Application of radiation modes to the problem of low-frequency noise from a highway bridge", *Applied Acoustics* 65, (2004), pp. 109-123.
- [33] W. P. Engels, O. N. Baumann, and S. J. Elliott, "Centralized and decentralized control of structural vibration and sound radiation", *J. Acoust. Soc. Am.* 119, (2006), pp. 1487-1495.
- [34] T. Kaizuka and N. Tanaka, "Radiation clusters and the active control of sound transmission into a symmetric enclosure", *J. Acoust. Soc. Am.* 121, (2007), pp. 922-937.
- [35] S. D. Snyder and C. H. Hansen, "The design of systems to control actively periodic sound transmission into enclosed spaces, part I: Analytical models", *J. Sound and Vib.* 170, (1994), pp. 433-449.
- [36] S. D. Snyder and C. H. Hansen, "The design of systems to control actively periodic sound transmission into enclosed spaces, part II: Mechanisms and trends", *J. Sound and Vib.* 170, (1994), pp. 451-472.