音響パワーを最小とする能動騒音制御の研究*
(ゼロ制御パワーに着目した音響パワー最小化)江波戸 明彦^{*1}, 田 中 信 雄^{*2}
西 村 修^{*3}, 塩 山 勉^{*1}A Study on Active Noise Control for Minimizing Total Acoustic Power
(Acoustic Power Minimization on Zero Control Power Output)Akihiko ENAMITO^{*4}, Nobuo TANAKA,
Osamu NISHIMURA and Tsutomu SHIOYAMA^{**4} Mechanical System Laboratory, Corporate Research & Development Center, Toshiba Corporation,
1 Komukai, Toshiba-cho, Saiwai-ku, Kawasaki-shi, Kanagawa, 212-8582 Japan

This paper concerns the minimization of total acoustic power radiated from noise source. First, the authors focus that the acoustic power of the control source under the optimal condition for minimizing total acoustic power become zero. Then, the authors propose a method employing an active noise control in order to minimize the total acoustic power by investigating the acoustic intensity distribution pattern of the control source. This power reducing performance is verified on the basis of theoretical estimations.

Key Words: Active Noise Control, Acoustic Power, Acoustic Intensity, 3-Dimensional Space

1. 緒言

近年、変電設備や電源設備などから発生する低周波音への苦情が増え、吸音・遮音対策では低減が困難なことから、低周波数で減音効果の大きい能動制御技術への期待が高まっている。そこで、筆者らは騒音発生元からの低騒音化を目標に、音響パワーを最小化し機器周囲全体を低減させる能動騒音制御技術の研究開発に取り組んでいる。一般に機器の多くは騒音源の振幅を計測できないことから、音響パワーを最小化する制御音源の最適振幅・位相を導出できても、これをそのまま制御音源に活かすことはできず、別のアプローチで間接的に上記最適値を同定する手法を検討してきた。適応制御のエラーマイクを用いて音圧最小点を作り、この音圧最小点の位置を最適化することで音響パワーの最小化を実現する方法もこのうちの一つである⁽¹⁾⁽²⁾。ただし、本手法は簡素な制御システムで空間消音が実現する利点がある反面、主音源の位置、放射特性をつかむことが前提条件となり、実機適用の際は音源調査が必要不可欠となる⁽³⁾。従って、音源の位置・特性を同定し損なうと制御効果が劣化する欠点もかかえている。そこで、本研究では主音源の情報(位置)が未知であっても音響パワーが最小となる制御音源の最適制御則を導出する新たな制御手法を提案し、数値解析で当該手法の有意性を立証することを目的とす

る。本論文では、まず提案手法のきっかけにした、音響パワー最小時には制御音源の音響放射パワーがゼロとなる現象^{(4)~(7)}について述べる。ついで、制御音響パワーはゼロとなっても必ずしも全音響パワーは最小にはならないこと、つまり、本現象は全音響パワー最小化の必要十分条件ではないことについて説明する。これは制御音源パワーに基づき全音響パワー最小化を実現する上で致命的な問題となる。この事実は Elliot らが報告している⁽⁸⁾ものの、必要十分条件にするための方法論までは明らかにしていない。そこで、本研究では制御音源まわりの音響インテンシティに着目し、制御パワーがゼロとなる複数の振幅条件下での現象と最適振幅時の現象との相違点を明らかにすることからはじめる。そして、これに基づき制御パワーゼロが必要十分条件となるための評価関数を提案し、評価関数を最小化することで最適振幅が導出可能となり、音響パワー最小化に当該手法が有意であることを立証する。

2. 放射音響パワーの最小化

2.1 制御音源の音響パワーがゼロとなる現象

自由空間に m 個の点音源が存在しているとき、 n 個の制御音源により全音響パワーを最小にするための制御手法について検討する。そこで、まずはじめに式(1)のように記述された全音響パワーに対して、この最小化を導くための制御音源の最適振幅を求める。

$$P_{wt} = \mathbf{q}_s^H \mathbf{A} \mathbf{q}_s + \mathbf{b}^H \mathbf{q}_s + \mathbf{q}_s^H \mathbf{c} + \mathbf{q}_p^H \mathbf{D} \mathbf{q}_p \quad (1)$$

* 原稿受付 2006年11月27日。

^{*1} 正員、(株)東芝研究開発センター(〒212-8582 川崎市幸区小向東芝町1)。^{*2} 正員、フェロー、首都大学東京システムデザイン学部(〒191-0065 日野市旭が丘6-6)。^{*3} (株)東芝研究開発センター。

E-mail: akihiko.enamito@toshiba.co.jp

ここで、 $\mathbf{q}_s$ は制御音源の複素振幅(体積速度)ベクトル、 $\mathbf{q}_p$ は主音源の複素振幅(体積速度)ベクトル、 $\mathbf{b}$ 、 $\mathbf{c}$ も同様に複素ベクトルを表し、次式のように記述される。 Re は複素実部、 $\mathbf{H}$ は共役転置を表す。式(1)の第1項、第4項は制御音源だけ、また主音源だけ単独で鳴らしたときの音響パワー、第2項及び第3項は主音源と制御音源間の干渉により生ずる音響パワーに相当する。また、マトリックス $\mathbf{A}$ の要素 a_{ij} 、ベクトル $\mathbf{b}$ 、 $\mathbf{c}$ の要素 b_i 、 c_i 及び $\mathbf{D}$ の要素 d_{ij} は式のように記述できる。

$$a_{ij} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\frac{j\omega\rho}{4\pi r_{sij}} e^{-jkr_{sij}} \right] \quad (2)$$

$$b_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \text{Re} \left[q_{pj} \frac{j\omega\rho}{4\pi r_{pji}} e^{-jkr_{pji}} \right] \quad (3)$$

$$c_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \text{Re} \left[q_{pj} \frac{j\omega\rho}{4\pi r_{sij}} e^{-jkr_{sij}} \right] \quad (4)$$

$$d_{ij} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\frac{j\omega\rho}{4\pi r_{pji}} e^{-jkr_{pji}} \right] \quad (5)$$

ここで、 r_{sij} は*i*番目と*j*番目の制御音源間の距離、 r_{pji} は*j*番目の主音源と*i*番目の制御音源間の距離、 r_{pji} は*i*番目と*j*番目の主音源間の距離を、 j は純虚数、 ω は角周波数、 ρ は空気密度、 k は波数を表す。

したがって、全音響パワーを最小にする制御音源の最適な複素振幅 $\mathbf{q}_{\text{opt}}$ は次式となる。

$$\mathbf{q}_{\text{opt}} = -(\mathbf{A} + \mathbf{A}^H)^{-1}(\mathbf{b} + \mathbf{c}) \quad (6)$$

筆者らはこれまではこの音場に音圧最小点を作ること、上記最適振幅を間接的に導出する手法を提案したが、本論文では音圧以外を評価関数とした全く別のアプローチで最適振幅を導出することを目的とする。そこで、次式に示す制御音源自体の放射音響パワーに着目すると、その音響パワーは式(6)よりゼロとなる。

$$P_{\text{Wst}} = \mathbf{q}_s^H \mathbf{A} \mathbf{q}_s + \mathbf{b}^H \mathbf{q}_s = 0 \quad (7)$$

そこで、この現象を確認するために制御音源まわりの音響インテンシティを調べる。図1は主音源(0.1, 0.25)に対して0.3m離れた位置(0.4, 0.25)にある制御音源の振幅を変化させたときの100Hzにおける音響インテンシティ変化の様子を示す。現象をわかりやすくするため、各インテンシティの大きさはすべて1で正規化している。(a)は制御音源の振幅が式(6)で示す最適振幅の0.5倍である場合、(b)は最適振幅の場合、(c)は最適振幅の1.5倍の場合を示す。制御音源の振幅が最適振幅より小さい場合は、吸い込み現象、大きい場合は吐き出し現象となり、最適振幅時は制御音源を通り抜けていることがわかる。このゼロパワー現象は開放空間に限らず、閉空間に存在する音源でも全音響パワー最小時には必ず発生することから^{(2)~(7)}、この現象を逆手にとってゼロパワーを実現することで最適振幅の導出を図り、全音響パワーの最小化を行うことを考える。

2.2 ゼロ制御パワーの問題点

全音響パワーが

最小状態にあるとき、制御音源の音響放射パワーはゼロとなる。そこで、制御音源の音響パワーを評価関数とし、全音響パワー最小化の実現可能性を検証する。簡単のため、主音源、制御音源は1個の場合で検討すると、全音響パワー最小時の制御音源の複素振幅は式(6)より次式に書き換えられる。

$$P_t = P_{ss} + P_{sp} + P_{ps} + P_{pp} \quad (8)$$

ここで、第1項、第4項は制御音源、主音源の音響パワー、第2項は主音源との干渉による制御音源の音響パワー、第3項は制御音源との干渉による主音源の音響パワーを表し、式(9)から式(12)となる。

(a) $q_s/q_p = 0.5 \text{sinc}(kd) < \text{sinc}(kd)$

(b) $q_s/q_p = \text{sinc}(kd)$

(c) $q_s/q_p = 1.5 \text{sinc}(kd) > \text{sinc}(kd)$

Fig.1 Pattern of acoustic intensity with control

$$P_{ss} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [Z_s^* (r_s) q_s^* q_s] \quad (9)$$

$$= \frac{\omega \rho k}{8\pi} (q_s^r{}^2 + q_s^i{}^2)$$

$$P_{sp} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [Z_p^* (r_p) q_p^* q_s] \quad (10)$$

$$= \frac{\omega \rho k}{8\pi} \left[\frac{\sin kd}{kd} (q_p^r q_s^r + q_p^i q_s^i) + \frac{\cos kd}{kd} (q_p^r q_s^i - q_p^i q_s^r) \right]$$

$$P_{ps} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [Z_s^* (r_p) q_s^* q_p] \quad (11)$$

$$= \frac{\omega \rho k}{8\pi} \left[\frac{\sin kd}{kd} (q_p^r q_s^r + q_p^i q_s^i) - \frac{\cos kd}{kd} (q_p^r q_s^i - q_p^i q_s^r) \right]$$

$$P_{pp} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [Z_p^* (r_p) q_p^* q_p] \quad (12)$$

$$= \frac{\omega \rho k}{8\pi} |q_p|^2$$

ここで、 Z は次式のような音響インピーダンスを表し、添え字*は共役を、 r 、 i は実部、虚部を表す。

$$Z_s(r_s) = Z_p(r_p) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{j\omega\rho}{4\pi r} e^{-jkr} \quad (13)$$

$$Z_s(r_p) = Z_p(r_s) = \frac{j\omega\rho}{4\pi d} e^{-jkd} \quad (14)$$

したがって、全音響パワーを最小とする制御音源の最適振幅は全音響パワーを制御音源の実数部、虚数部で偏微分することで導出でき、式(15)(16)より式(17)(18)となる。

$$\frac{\partial P_t}{\partial q_s^r} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial P_t}{\partial q_s^i} = 0 \quad (16)$$

$$q_s^r = -\frac{\sin kd}{kd} q_p^r \quad (17)$$

$$q_s^i = -\frac{\sin kd}{kd} q_p^i \quad (18)$$

ここで、制御音源の音響パワーは次式となる。

$$P_{ss} + P_{sp} = \frac{\omega \rho k}{8\pi} \left\{ (q_s^r{}^2 + q_s^i{}^2) + \frac{\sin kd}{kd} (q_p^r q_s^r + q_p^i q_s^i) + \frac{\cos kd}{kd} (q_p^r q_s^i - q_p^i q_s^r) \right\}$$

$$= \frac{\omega \rho k}{8\pi} \left[\left\{ q_s^r + \frac{1}{2} \left(\frac{\sin kd}{kd} q_p^r - \frac{\cos kd}{kd} q_p^i \right) \right\}^2 + \left\{ q_s^i + \frac{1}{2} \left(\frac{\sin kd}{kd} q_p^i + \frac{\cos kd}{kd} q_p^r \right) \right\}^2 \right. \quad (19)$$

$$\left. - \left(\frac{1}{2kd} \right)^2 (q_p^r{}^2 + q_p^i{}^2) \right]$$

したがって、この制御音源のパワーがゼロとなる条件は、式(19)の右辺をゼロにすることで得られ、次式となる。

$$(q_s^r - q_{s,0}^r)^2 + (q_s^i - q_{s,0}^i)^2 = D^2 \quad (20)$$

ただし、

$$q_{s,0}^r = -\frac{1}{2} \left(\frac{\sin kd}{kd} q_p^r - \frac{\cos kd}{kd} q_p^i \right) \quad (21)$$

$$q_{s,0}^i = -\frac{1}{2} \left(\frac{\sin kd}{kd} q_p^i + \frac{\cos kd}{kd} q_p^r \right) \quad (22)$$

$$D = \frac{1}{2kd} |q_p| \quad (23)$$

これは、制御音源の振幅実数部を縦軸、振幅虚数部を横軸にとると図2のように座標 $(q_{s,0}^r, q_{s,0}^i)$ を中心とした半径 D の円となり、円上の振幅は以下となり、式(17)(18)の最適振幅と合致しない。つまり、制御音源の音響パワーをゼロにできても、そのとき得られた制御音源の振幅は全音響放射パワー最小化の必要十分条件とはならない。したがって、制御音源の音響パワーに起因した新たな評価関数を導入して問題解決を図る必要がある。

$$q_s^r = -\left(\frac{\sin kd}{kd} q_p^r - \frac{\cos kd}{kd} q_p^i \right) \quad (24)$$

$$q_s^i = -\left(\frac{\sin kd}{kd} q_p^i + \frac{\cos kd}{kd} q_p^r \right) \quad (25)$$

2.3 音響インテンシティに着目した問題解決 制御音源の音響パワーに起因した新たな評価関数として、音響パワー計測手段の音響インテンシティに着目し、全音響パワー最小化問題のきっかけを見出す。図1で示した音響インテンシティは音場全体の計算結果であるが、本章では図3に示すように制御音源から $rs(m)$ 離れた周囲の音響インテンシティ I_r に着目し、主音源と制御音源が同時に鳴っているときの音響インテンシティから制御音源の音響パワーを算出し、式(1)の音響パワーと比較考察する。式(27)、式(28)は主音源、制御音源の音圧、式(29)~式(34)は主音源、制御音源の粒子速度を表す。

$$I_r = I_r, x + I_r, y + I_r, z \quad (26)$$

$$P_p = \bar{a} q_p \quad (27)$$

$$P_s = \bar{b} q_s \quad (28)$$

$$u_{X,P} = \bar{c}_X q_p \quad (29)$$

$$u_{Y,P} = \bar{c}_Y q_p \quad (30)$$

Fig.2 Complex amplitude of the control source leading to zero the acoustic power output of the control source

$$u_{z,p} = \tilde{c}_z q_p \quad (31)$$

$$u_{x,s} = \tilde{d}_x q_s \quad (32)$$

$$u_{y,s} = \tilde{d}_y q_s \quad (33)$$

$$u_{z,s} = \tilde{d}_z q_s \quad (34)$$

ここで,

$$\tilde{a} = \frac{j\omega\rho}{4\pi r_p} e^{-jk r_p} \quad (35)$$

$$\tilde{b} = \frac{j\omega\rho}{4\pi r_s} e^{-jk r_s} \quad (36)$$

$$\tilde{c}_x = \frac{x_r - x_p}{4\pi r_p^3} (1 + jkr_p) e^{-jk r_p} \quad (37)$$

$$\tilde{c}_y = \frac{y_r - y_p}{4\pi r_p^3} (1 + jkr_p) e^{-jk r_p} \quad (38)$$

$$\tilde{c}_z = \frac{z_r - z_p}{4\pi r_p^3} (1 + jkr_p) e^{-jk r_p} \quad (39)$$

$$\tilde{d}_x = \frac{x_r - x_s}{4\pi r_s^3} (1 + jkr_s) e^{-jk r_s} \quad (40)$$

$$\tilde{d}_y = \frac{y_r - y_s}{4\pi r_s^3} (1 + jkr_s) e^{-jk r_s} \quad (41)$$

$$\tilde{d}_z = \frac{z_r - z_s}{4\pi r_s^3} (1 + jkr_s) e^{-jk r_s} \quad (42)$$

そこで、音響インテンシティの x 成分は次式となる。

$$I_{r,x} = \text{Re}[(P_p + P_s)(u_{x,p} + u_{x,s})^*] \\ = \text{Re}[\tilde{b}\tilde{d}_x^* q_s q_s^* + \tilde{b}\tilde{c}_x^* q_p q_s^* + \tilde{a}\tilde{d}_x^* q_p q_s^* + \tilde{a}\tilde{c}_x^* q_p q_p^*] \quad (43)$$

次に各要素を実数部と虚数部にわけて表現すると以下のようになる。

$$\tilde{a} = \tilde{a}^r + j\tilde{a}^i \quad (44)$$

$$\tilde{b} = \tilde{b}^r + j\tilde{b}^i \quad (45)$$

$$\tilde{c}_x = \tilde{c}_x^r + j\tilde{c}_x^i \quad (46)$$

$$\tilde{d}_x = \tilde{d}_x^r + j\tilde{d}_x^i \quad (47)$$

$$q_p = q_p^r + jq_p^i \quad (48)$$

$$q_s = q_s^r + jq_s^i \quad (49)$$

したがって、これらを式 (43) に代入し、実数部のみをとると、音響インテンシティ $I_{r,x}$ は次式となる。

$$I_{r,x} = (\tilde{b}^r \tilde{d}_x^r + \tilde{b}^i \tilde{d}_x^i)(q_s^r{}^2 + q_s^i{}^2) + (\tilde{a}^r \tilde{d}_x^r + \tilde{a}^i \tilde{d}_x^i)(q_p^r q_s^r + q_p^i q_s^i) \\ - (\tilde{a}^r \tilde{d}_x^r - \tilde{a}^i \tilde{d}_x^i)(q_p^r q_s^i - q_p^i q_s^r) + (\tilde{b}^r \tilde{c}_x^r + \tilde{b}^i \tilde{c}_x^i)(q_p^r q_s^r + q_p^i q_s^i) \\ - (\tilde{b}^r \tilde{c}_x^r - \tilde{b}^i \tilde{c}_x^i)(q_p^r q_s^i - q_p^i q_s^r) + (\tilde{a}^r \tilde{c}_x^r + \tilde{a}^i \tilde{c}_x^i)(q_p^r{}^2 + q_p^i{}^2) \quad (50)$$

そこで、上記音響インテンシティから制御音源の音響パワーを算出する。点音源からなる制御音源の音響パワーと比較するために、音響インテンシティは近距離音場を想定し、制御音源から点 R までの距離 r_s は $d/30$ と仮定する。この条件下では次式に近似される。

$$r_p = d \gg r_s \quad (51)$$

また、式(50)の各要素は式(35)から式 (42) を使って以下のよう近似できる。

$$b^r d_x^r = \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \frac{\sin kr_s}{kr_s} \cdot \frac{\cos\varphi}{4\pi r_s^2} (\cos kr_s + kr_s \sin kr_s) \\ \cong \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \frac{\cos\varphi}{4\pi r_s^2} \quad (52)$$

$$b^i d_x^i = \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \frac{\cos kr_s}{kr_s} \cdot \frac{\cos\varphi}{4\pi r_s^2} (kr_s \cos kr_s - \sin kr_s) \\ \cong \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \cos kr_s \cdot \frac{\cos\varphi}{4\pi r_s^2} \left(\cos kr_s - \frac{\sin kr_s}{kr_s} \right) \quad (53)$$

$$a^r d_x^r = \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \frac{\sin kr_p}{kr_p} \cdot \frac{\cos\varphi}{4\pi r_p^2} (\cos kr_s + kr_s \sin kr_s) \\ \cong \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \frac{\sin kd}{kd} \cdot \frac{\cos\varphi}{4\pi r_s^2} \quad (54)$$

$$a^i d_x^i = \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \frac{\cos kr_p}{kr_p} \cdot \frac{\cos\varphi}{4\pi r_s^2} (kr_s \cos kr_s - \sin kr_s) \quad (55)$$

$$a^i d_x^r = \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \frac{\cos kr_p}{kr_p} \cdot \frac{\cos\varphi}{4\pi r_s^2} (\cos kr_s + kr_s \sin kr_s) \\ \cong \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \frac{\cos kd}{kd} \cdot \frac{\cos\varphi}{4\pi r_s^2} \quad (56)$$

$$a^r d_x^i \cong \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \frac{\sin kr_p}{kr_p} \cdot \frac{\cos\varphi}{4\pi r_s^2} (kr_s \cos kr_s - \sin kr_s) \quad (57)$$

$$b^r c_x^r \cong \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \frac{\sin kr_s}{kr_s} \cdot \frac{r_s \cos\varphi + d}{4\pi r_p^3} (\cos kr_p + kr_p \sin kr_p) \quad (58)$$

$$b^i c_x^i \cong \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \frac{\cos kr_s}{kr_s} \cdot \frac{r_s \cos\varphi + d}{4\pi r_p^3} (kr_p \cos kr_p - \sin kr_p) \quad (59)$$

$$b^i c_x^r \cong \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \frac{\cos kr_s}{kr_s} \cdot \frac{r_s \cos\varphi + d}{4\pi r_p^3} (\cos kr_p + kr_p \sin kr_p) \quad (60)$$

$$b^r c_x^i \cong \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \frac{\sin kr_s}{kr_s} \cdot \frac{r_s \cos\varphi + d}{4\pi r_p^3} (kr_p \cos kr_p - \sin kr_p) \quad (61)$$

$$a^r c_x^r \cong \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \frac{\sin kr_p}{kr_p} \cdot \frac{r_s \cos\varphi + d}{4\pi r_p^3} (\cos kr_p + kr_p \sin kr_p) \quad (62)$$

$$a^i c_x^i \cong \frac{\omega\rho k}{4\pi} \cdot \frac{\cos kr_p}{kr_p} \cdot \frac{r_s \cos\varphi + d}{4\pi r_p^3} (kr_p \cos kr_p - \sin kr_p) \quad (63)$$

Fig.3 Coordinate system when considering the acoustic intensity of the control source

$$\text{したがって,} \quad b^r d_x^r \gg b^i d_x^i \quad (64)$$

$$a^r d_x^r \gg a^i d_x^i \quad (65)$$

$$a^i d_x^r \gg a^r d_x^i \quad (66)$$

$$I_{r,x} = \tilde{b}^r \tilde{d}_x^r (q_s^2 + q_s^i) + \tilde{d}^r \tilde{d}_x^r (q_p^r q_s^r + q_p^i q_s^i) - \tilde{d}^r \tilde{d}_x^r (q_p^r q_s^i - q_p^i q_s^r) \\ (\tilde{b}^r \tilde{c}_x^r + \tilde{b}^i \tilde{c}_x^i) (q_p^r q_s^r + q_p^i q_s^i) - (\tilde{b}^r \tilde{c}_x^r - \tilde{b}^i \tilde{c}_x^i) (q_p^r q_s^i - q_p^i q_s^r) + (\tilde{d}^r \tilde{c}_x^r + \tilde{d}^i \tilde{c}_x^i) |q_p|^2 \quad (67)$$

$$I_{r,x} = \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{\cos \varphi}{4\pi r_s^2} \alpha + \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{r_s \cos \varphi + d}{4\pi r_p^3} \beta \\ = \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{\cos \varphi}{4\pi r_s^2} \alpha + \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi d^2} \beta \quad (68)$$

ただし,

$$\alpha = (q_s^2 + q_s^i) + \frac{\sin kd}{kd} (q_p^r q_s^r + q_p^i q_s^i) - \frac{\cos kd}{kd} (q_p^r q_s^i - q_p^i q_s^r) \quad (69)$$

$$\beta = \left(\frac{\sin kr_s}{kr_s} (\cos kr_p + kr_p \sin kr_p) + \frac{\cos kr_s}{kr_s} (kr_p \cos kr_p - \sin kr_p) \right) (q_p^r q_s^r + q_p^i q_s^i) \\ + \left(\frac{\sin kr_s}{kr_s} (kr_p \cos kr_p - \sin kr_p) - \frac{\cos kr_s}{kr_s} (\cos kr_p + kr_p \sin kr_p) \right) (q_p^r q_s^i - q_p^i q_s^r) \\ + \left(\frac{\sin kr_p}{kr_p} (\cos kr_p + kr_p \sin kr_p) + \frac{\cos kr_p}{kr_p} (kr_p \cos kr_p - \sin kr_p) \right) |q_p|^2 \quad (70)$$

制御音源の音響パワーは制御音源周りの音響インテンシティを面積分することで得られることから, 制御音源の音響パワーは制御音源位置を中心とし外向きを正とする円筒座標系における音響インテンシティで表すことができる. 従って, 音響パワーX成分は次式となる.

$$W_x = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} I_{r,x}(\varphi) d\varphi + \int_{\pi/2}^{3\pi/2} (-I_{r,x}(\varphi)) d\varphi \\ = \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi r_s^2} \alpha \cdot \left\{ \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \varphi d\varphi + \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \cos(-\varphi) d\varphi \right\} \\ + \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi d^2} \beta \cdot \left\{ \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi + \int_{\pi/2}^{3\pi/2} (-1) d\varphi \right\} \quad (71) \\ = \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi r_s^2} \alpha \cdot 4 + \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi d^2} \beta \cdot 0 \\ = \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{1}{\pi r_s^2} \alpha$$

一方, Y成分は同様に以下となる.

$$I_{r,y} = \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{r_s \sin \varphi}{4\pi r_s^3} \alpha + \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{r_s \sin \varphi}{4\pi r_p^3} \beta \quad (72)$$

したがって, 音響パワーY成分は次式となる.

$$W_y = \int_0^\pi I_{r,y}(\varphi) d\varphi + \int_\pi^{2\pi} (-I_{r,y}(\varphi)) d\varphi \\ = \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi r_s^3} \alpha \cdot \left\{ \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi + \int_\pi^{2\pi} (-\sin \varphi) d\varphi \right\} \\ + \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{r_s}{4\pi d^3} \beta \cdot \left\{ \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi + \int_\pi^{2\pi} (-\sin \varphi) d\varphi \right\} \quad (73) \\ = \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi r_s^3} \alpha \cdot 4 + \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{r_s}{4\pi d^3} \beta \cdot 4 \\ = \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{1}{\pi r_s^3} \alpha \equiv W_x$$

$$\text{ただし,} \quad \frac{1}{4\pi r_s^2} \gg \frac{r_s}{4\pi d^3} \quad (74)$$

また, Z成分は主音源と制御音源の位置関係からY成分に等価となることは明らかであることから, よって, 制御音源の全音響パワー W_t は次式となる.

$$W_t = W_x + W_y + W_z = 3W_x \quad (75)$$

したがって, 全音響パワーがゼロとなる条件は, 次式より, $\alpha = 0$ となり, 式(70)より式(77)となる.

$$W_x = \frac{\omega p k}{4\pi} \cdot \frac{1}{\pi r_s^2} \alpha = 0 \quad (76)$$

$$\left\{ q_s^r + \frac{1}{2} \left(\frac{\sin kd}{kd} q_p^r - \frac{\cos kd}{kd} q_p^i \right) \right\}^2 + \left\{ q_s^i + \frac{1}{2} \left(\frac{\sin kd}{kd} q_p^i + \frac{\cos kd}{kd} q_p^r \right) \right\}^2 \\ = \left(\frac{1}{2kd} (q_p^r)^2 + (q_p^i)^2 \right)^2 \quad (77)$$

これは制御音源の振幅実数部を縦軸, 振幅虚数部を横軸にとると座標 $(q_s, 0^r, q_s, 0^i)$ を中心とした半径 D の円となり, 図2に示す制御パワーゼロの円と一致する.

2.4 最適振幅と非最適振幅の相違点 制御音源がゼロパワーとなる複数の振幅条件の中から最適振幅のみを探索するきっかけをつかむために, 制御音源まわりのインテンシティの大きさに着目する. いま, 式(24)(25)に示す制御音源がゼロパワーとなる条件下では式(70)に示す β に代入すると次式となる.

$$\beta = \beta_0 (q_p^r q_s^r + q_p^i q_s^i) + \beta_1 (q_p^r q_s^i - q_p^i q_s^r) + \beta_2 \\ = (\beta_0 q_p^r - \beta_1 q_p^i) q_s^r + (\beta_0 q_p^i + \beta_1 q_p^r) q_s^i + \beta_2 \quad (78) \\ = \left(\beta_0 \frac{\sin kd}{kd} + \beta_1 \frac{\cos kd}{kd} \right) (q_p^r q_p^r + q_p^i q_p^i)^2 + \beta_2$$

ここで,

$$\beta_0 = \frac{\sin kr_s}{kr_s} (\cos kr_p + kr_p \sin kr_p) + \frac{\cos kr_s}{kr_s} (kr_p \cos kr_p - \sin kr_p) \quad (79)$$

$$\beta_1 = \frac{\sin kr_s}{kr_s} (kr_p \cos kr_p - \sin kr_p) - \frac{\cos kr_s}{kr_s} (\cos kr_p + kr_p \sin kr_p) \quad (80)$$

$$\beta_2 = \left\{ \frac{\sin kr_p}{kr_p} (\cos kr_p + kr_p \sin kr_p) + \frac{\cos kr_p}{kr_p} (kr_p \cos kr_p - \sin kr_p) \right\} |q_p|^2 \quad (81)$$

さらに, ゼロパワー円上で全音響パワー最小となる最適制御時の β は式(17)(18)を式(70)に代入する次式となる.

$$\beta_{opt} = (\beta_0 q_p^r - \beta_1 q_p^i) \left(-\frac{\sin kd}{kd} \right) q_p^r + (\beta_0 q_p^i + \beta_1 q_p^r) \left(-\frac{\sin kd}{kd} \right) q_p^i + \beta_2 \\ = - \left(\beta_0 \frac{\sin kd}{kd} q_p^r q_p^r + \beta_1 \frac{\sin kd}{kd} q_p^i q_p^i \right) + \beta_2 \quad (82) \\ = - \left(\beta_0 \frac{\sin kd}{kd} \right) (q_p^r q_p^r + q_p^i q_p^i)^2 + \beta_2$$

$$\therefore \beta - \beta_{opt} = - \left(\beta_1 \frac{\sin kd}{kd} \right) (q_p^r q_p^r + q_p^i q_p^i)^2 > 0 \quad (83)$$

何故ならば, 音響パワー低下量と kd の関係⁽¹⁾は式(84)となり, 音響パワーが減少する条件は $kd < \pi$, また式(53)より式(83)に示す β_1 は $\beta_1 < 0$ となるからである.

$$\eta = 10 \log \left(1 - \frac{\sin kd}{kd} \right)^2 \quad (84)$$

したがって、式(70)に示すインテンシティの絶対値と、 β_{opt} を代入した最適制御時の絶対値の差は式(85)なり、最適振幅時の方が小さくなる。

$$|I_r, x| - |I_r, x_{opt}| = \frac{\omega \rho k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi d^2} (\beta - \beta_{opt}) > 0 \quad (85)$$

一方、Y成分も式(74)より以下となり、同様に最適振幅時の方が小さくなる。

$$|I_r, y| - |I_r, y_{opt}| = \frac{\omega \rho k}{4\pi} \cdot \frac{r_s \sin \phi}{4\pi d^3} (\beta - \beta_{opt}) > 0 \quad (86)$$

したがって、制御音源まわりの角度 ϕ における総音響インテンシティ(X, Y, Z 合成)の絶対値は最適振幅時には一番小さくなる事が明らかとなる。

2.5 音響パワーを最小とする対策の提案 音響インテンシティの大きさに着目すると最適振幅時はその絶対値が最小となることが明らかになった。そこで、この現象を利用し、最適振幅の探索方法を検討する。制御音源まわりの音響インテンシティの絶対値を総和して算出される音響パワーX成分を新たな W_x' とすると次式となり、本対策前の式(71)に示した音響パワーX成分 W_x よりも必ず大きくなる。

$$\begin{aligned} W_x' &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |I_r, x(\phi)| d\phi + \int_{\pi/2}^{3\pi/2} |I_r, x(\phi)| d\phi \\ &= \frac{\omega \rho k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi d^2} \alpha \cdot \left\{ \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \phi d\phi + \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \cos \phi d\phi \right\} + \frac{\omega \rho k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi d^3} \beta \cdot \left\{ \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi + \int_{\pi/2}^{3\pi/2} d\phi \right\} \quad (87) \\ &= \frac{\omega \rho k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi d^2} \alpha \cdot 4 + \frac{\omega \rho k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi d^3} |\beta| \cdot 2\pi \\ &= W_x + \frac{\omega \rho k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi d^3} |\beta| \cdot 2\pi \end{aligned}$$

一方、Y成分は次式となり $\beta > 0$ では対策前の音Y成分と一致し、 $\beta < 0$ のときは対策前よりも必ず大きくなる。

$$\begin{aligned} W_y' &= \int_0^{\pi} |I_r, y(\phi)| d\phi + \int_{\pi}^{2\pi} |I_r, y(\phi)| d\phi \\ &= \frac{\omega \rho k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi d^2} \alpha \cdot \left\{ \int_0^{\pi} \sin \phi d\phi + \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi d\phi \right\} + \frac{\omega \rho k}{4\pi} \cdot \frac{r_s}{4\pi d^3} \beta \cdot \left\{ \int_0^{\pi} \sin \phi d\phi + \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi d\phi \right\} \\ &= \frac{\omega \rho k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi d^2} \alpha \cdot 4 + \frac{\omega \rho k}{4\pi} \cdot \frac{r_s}{4\pi d^3} |\beta| \cdot 4 \\ &= W_y + \frac{\omega \rho k}{4\pi} \cdot \frac{r_s}{4\pi d^3} (\beta - \beta) \quad (88) \end{aligned}$$

Z成分はY成分と同様になり結果的には対策後の全音響パワー W' は対策前($W_x + 2W_y$)に比べると次式となる。

$$\begin{aligned} W' &= W_x' + W_y' + W_z' \\ &= W_x + 2W_y + \frac{\omega \rho k}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi d^2} |\beta| \cdot 2\pi + 2 \left\{ \frac{\omega \rho k}{4\pi} \cdot \frac{r_s}{4\pi d^3} (\beta - \beta) \right\} \quad (89) \end{aligned}$$

したがって、 β の符号にかかわらず対策後は対策前よりも必ず大きくなる。この条件下でさらに最適制御時の β は式(83)より非最適時よりも必ず小さくなることか

ら、対策後のパワー W' の中で最適制御時は一番小さい値をとる。換言すれば、制御音源まわりのインテンシティの絶対値の総和から算出する音響パワーが最小になる振幅は式(24)(25)で示す最適制御の振幅条件に相当する。従って、インテンシティの大きさのみを評価すれば制御音源がゼロパワーとなる複数の振幅条件から最適振幅のみを探索することが可能となる。

3. 数値解析による検証

3.1 最適振幅と非最適振幅時の相違点

一例として主音源の振幅が次式の場合で検討を始める。

$$q_p^r = 1 \quad (90)$$

$$q_p^i = 0 \quad (91)$$

このとき、全音響パワーを最小とする制御音源の最適振幅は式(17)(18)より次式となる。

$$q_{s,opt}^r = -\frac{\sin kd}{kd} \quad (92)$$

$$q_{s,opt}^i = 0 \quad (93)$$

また、式(24)(25)に示した制御パワーはゼロとなるが全音響パワーは最小にならない振幅、すなわち、非最適振幅は次式となる。

$$q_s^r = -\frac{\sin kd}{kd} \quad (94)$$

$$q_s^i = -\frac{\cos kd}{kd} \quad (95)$$

したがって、主音源が式(92)(93)で示す条件下では図2に示した制御パワーゼロ円は図4となり、最適振幅は実数部の軸上の点Aに位置し、非最適振幅は点Bに位置する。そこで、制御音源まわりのインテンシティに着目し、最適振幅時(点A)と非最適制御時(点B)の違いについて考察する。いま、図4に示す点Aと点Bを結ぶ点線上に沿って、制御音源の実数部は一定で、虚数部を変化させたときの制御音源まわりの音響インテンシティの総和について検討する。音響インテンシティは制御音源の中心から $rs=0.1m$ 離れた位置で、 $\phi=5(deg)$ ごとに計算し、合計72個のインテンシティ総和を求める。制御音源の振幅は次式の x を-1.5から1.5まで変化させて計算した結果を図5の実線に示す。

$$q_s^i = \frac{\cos kd}{kd} x \quad (96)$$

横軸は制御音源の虚数部に関する倍率 x を表し、 $x=0$ は点A、 $x=-1$ は点Bに相当する。そして左側の縦軸は制御音源まわりの音響インテンシティ総和を表す。 $x=0.5$ のとき最小、点A、点Bではゼロとなり、先の計算と一致することがわかる。一方、図中の点線は全音響パワーの制御効果を表す。横軸は制御音源の振幅倍率、右側の縦軸に制御前後の全音響パワー低下量を表す。イン

テンシティ総和が最小となる $x=0.5$ では音響パワー低下量は変化なく、また、音響パワー低下量が最大になる $x=0$ では逆に極小にならないことから、このままでは評価関数として使えない。しかしながら、制御音源まわりのインテンシティに着目し点 A と点 B を比較すると図 6 となり、インテンシティの向きはほぼ同じであるが、大きさが異なっていることがわかる。最適振幅(点 A)と非最適振幅(点 B)はどちらも左から右へ流れ、制御音源まわりのインテンシティ総和はともにゼロになるが、最適振幅に比べて、非最適時の大きさは周囲全体で約 3 倍大きい。なお、図 5 の $x=-0.5$ (図 7 の点 C)では図 7 のようインテンシティは吸い込みみとなることでその総和は負となり、よって最小となることがわかる。

3.2 インテンシティの大きさに着目した最適振幅の導出

インテンシティの大きさの違いに着目すると、最適振幅時は最小になることが明らかになった。そこで、制御音源まわりのインテンシティの絶対値を取り、この絶対値の総和を評価することを考える。図 5 同様に制御音源の振幅を変化させた結果を図 8 の実線に示す。 $x=-1$ の非最適時(点 B)は値が累積されゼロでなくなるが、 $x=0$ の最適時(点 A)は周囲各点でゼロに近いため、その総和もゼロに近くなり最小となることがわかる。従って、当該手法を評価関数とすれば最適振幅を導出することができる。なお、本手法は図 4 の点線上に限らず、広範

Fig.4 Complex amplitude of the control source leading to zero acoustic power output of the control source at $q_p^r=1, q_p^i=0$

Fig.5 Relation between total acoustic power reduction and total acoustic intensity of the control source

囲で有効であることを検証するために、 $-1.5 < x < 1.5$, $-1.5 < y < 1.5$ まで解析範囲を拡大し計算した。図 9 には制御前後のパワー低下量を、そして、図 10, 図 11 には対策前後のインテンシティ総和分布を示す。まず図 9 について見ると $(q_{s,r}, q_{s,i}) = (-1, 0)$ (点 A) で低下量が最大となっていることがわかる。そして、この位置の対策前の総和(図 10)はゼロであるが、対策後(図 11)は最小となっていることがわかる。これにより、提案した評価関数を用いれば制御音源がゼロパワーとなる複

(a)with optimal condition

(b)without optimal condition

Fig.6 Acoustic intensity of the control source when acoustic power output of the control source tends to zero

Fig.7 Acoustic intensity of the control source when acoustic power output of the control source does not tend to zero

Fig.8 Relation between total acoustic power reduction and total absolute value of acoustic intensity of the control source

数の振幅条件の中から最適振幅のみを探索することができる。

4. 結言

本論文では音響パワー最小時に制御音源の放射音響パワーがゼロとなる現象に着目し、主音源 1 個に対して制御音源 1 個の条件下で音響パワー最小化を実現する新たな制御手法を提案した。本手法は主音源の情報位置が未知であっても適用できることが大きな特徴であり、数値解析で当該手法の有意性を立証した。

Fig.9 Relation between complex amplitude of the control source and total acoustic power reduction

Fig.10 Relation between complex amplitude of the control source and total acoustic intensity of the control source

Fig.11 Relation between complex amplitude of the control source and total absolute value of acoustic intensity of the control source

本論文で得られた成果を要約すると次のようになる。

- (1) 全音響パワー最小下では制御音源の音響パワーはゼロとなるが、制御音響パワーがゼロとなっても、必ずしも全音響パワーは最小とはならない。つまり、制御音響パワーゼロは全音響パワー最小化の必要十分条件にはならない。
- (2) 制御音源の音響パワーを最小、ゼロとする条件、制御音源まわりの音響インテンシティ総和を最小、ゼロとする条件を求めた結果、制御音源まわりの音響インテンシティ総和がゼロとなる振幅は制御音源の音響パワーがゼロとなる振幅と一致する。そして、横軸に制御音源の実数部、縦軸に虚数部を取ると、上記振幅は両者を最小とする振幅を中心とした円になり、複数の解を持つことを明らかにした。
- (3) 制御パワーがゼロとなる上記振幅条件下では制御音源まわりのインテンシティ総和もゼロとなる。さらにこの中で、全音響パワーを最小とする最適振幅に限っては、インテンシティの大きさ自体も最小になることを明らかにした。
- (4) 上記インテンシティの絶対値の総和から算出する制御パワーは最適振幅時には最小になる。よって、新たに定義した制御パワーを評価関数にすれば極値探索が可能となり、音響パワー最小化を実現できることを明らかにし、数値解析で当該手法の有意性を立証した。

文献

- (1) Hayashi, T., Enamito, A. and Suzuki, S., A Study on Active Noise Control in 3-Dimensional Space, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.61, No.586 (1995), pp.2402-2409
- (2) Enamito, A., Hayashi, T. and Tanaka, N., A Study on Active Noise Control in an Enclosure for Minimizing Total Acoustic Power, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.68, No.672 (2002), pp.2308-2315
- (3) Enamito, A., Tanaka, N., Nagata, T., Hosaka, R., Shioyama, T., Nakagawa, A., Kobayashi, M. and Tanimura, A., A Study on Active Noise Control for Minimizing Total Acoustic Power, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.69, No.686 (2003), pp.2541-2541
- (4) Tanaka, N., Kikushima, Y. and Kuroda, M., Acoustic Power Minimization by Active Noise and Vibration Control, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.62, No.594 (1996), pp.615-622
- (5) Tanaka, N., Kikushima, Y., and Scott D.SNYDER, Acoustic Power Minimization by Active Noise and Vibration Control, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.59, No.569 (1994), pp.86-93
- (6) Kobayashi, K. and Tanaka, N., Minimization of the Acoustic Power Radiated from a Vibrating Panel Using Both Active Noise Control and Active Vibration Control, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.68, No.669 (2002), pp.1420-1427
- (7) Kobayashi, K. and Tanaka, N., Minimization of Acoustic Potential Energy in Enclosure Using both Active Noise Control and Active Vibration Control, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.68, No.676 (2002), pp.3566-3573
- (8) M.E. Johnson and S.J Elliott, Measurement of acoustic power output in the active control of sound, *J.Acoust Soc.Am.* Vol.93, No.3, (1993), pp.1453-1459