最大実体公差方式における機械製品の幾何学的偏差の解析*

里 中 直 樹^{*1}, 杉 村 延 広^{*2}
谷 水 義 隆^{*2}, 岩 村 幸 治^{*2}Analysis of Geometric Deviations of Machine Products
Under Maximum Material ConditionsNaoki SATONAKA^{*3}, Nobuhiro SUGIMURA,
Yoshitaka TANIMIZU and Koji IWAMURA^{*3} Department of Industrial Systems Engineering, Osaka Prefectural College of Technology,
26-12 Saiwaicho, Neyagawa-shi, Osaka, 572-8572 Japan

The objective of the present research is to develop systematic methods for planning and analysis of the geometric tolerances of the three-dimensional machine products. The tolerance zones of the geometric features have been investigated, in the previous paper, based on the definitions of the geometric tolerances, and the parameters have been defined to describe the statistical deviations of the geometric features within the tolerance zones. Mathematical methods are discussed, in the present paper, to estimate the statistical deviations of the positions and the orientations of the geometric features, based on the deviation parameters and the relationships between the datum features and the target features. In particular, emphasis is given to the analysis of the statistical deviations of the geometric features under the MMC (maximum material conditions), which specifies the interaction between the dimensional tolerances and the geometric tolerances. The proposed method is applied to the analysis of the deviations of the geometric features, to which both the dimensional tolerances and the geometric tolerances are required.

Key Words: Design, Geometric Tolerance, Geometric Deviations, Statistical Analysis, Maximum Material Conditions

1. 緒 言

近年, 機械製品や電機製品の設計および開発には, 3 次元 CAD/CAE システムが広く利用され, 機構設計, 部品設計および設計結果の評価を短期間にコンカレントに行うことが可能となりつつある. 特に, 部品の形状設計および組立品の機構設計では, 3 次元形状モデルに基づく CAD/CAE システムを活用することで, 短期間に適切な設計解を求めることができる環境が整えられてきている.

機械製品や電機製品の設計では, 構成部品, 部分組立品および運動機構の設計において, 精度を必要とする部分の公差域を適切に設定するとともに, これらの生産プロセスでは加工および組立時に生じる幾何学的偏差および寸法の偏差を公差域の内部に保つように適切に管理することが求められる.

組立品および部品の公差域を適切に設定するための基礎研究として, 寸法公差に関する研究が多数行われてきており, 理論式およびモンテカルロシミュレーションを適用した統計学的な解析が行われてきている⁽¹⁾⁽⁴⁾. しかし, 寸法公差は基本的に 1 次

元の公差であるため, 3 次元の部品形状の公差を表現するには限界がある. 近年, 3 次元 CAD およびプロダクトモデルの適用範囲の拡大に伴い, 市販の CAD において 3 次元的な幾何公差を記述するシステムが提供されるとともに, 3 次元の幾何学的偏差の解析に関する研究が行われてきている⁽⁵⁾⁽¹⁰⁾. しかし, これらのシステムおよび研究においては, 幾何公差が指定されている形体の位置および姿勢の偏差を, 自由度 2 までの並進偏差, あるいは自由度 1 の回転偏差に限定して考えていることが多い. また, 幾何学的偏差の統計的な分布を求める際に, モンテカルロシミュレーションなどの数値解析手法を用いている. そのため, 3 次元空間におけるすべての位置および姿勢の偏差を考慮することが困難である, 考慮すべき偏差の自由度が増加すると統計的な分布の推定に時間がかかるとともに推定精度が低下する, などの問題があると考えられる. そこで, 本研究では, 幾何公差および寸法公差が指定される形体の幾何学的偏差を理論的に解析し, 統計的な分布を求めることを目的とする.

これまでの著者らの研究⁽¹¹⁾では, 3 次元形状における幾何学的偏差のモデル化と解析を目的として, 幾何公差が指定されている形体の幾何学的偏差を表現するパラメータを定義し, 基準となるデータ形状

* 原稿受付 2006 年 6 月 15 日.

^{*1} 正員, 大阪府立工業高専(〒572-8572 寝屋川市幸町 26-12).^{*2} 正員, 大阪府立大学大学院工学研究科(〒599-8531 堺市中央区学園町 1-1).

E-mail: satonaka@ipc.osaka-pct.ac.jp

体に対して、公差が指定されている形体の位置および姿勢の偏差を統計的に解析する手法を提案した。

本論文では、その手法を拡張し、相互に組み立てられる一対のペグと穴に対して最大実体状態(MMC: maximum material condition)が適用される場合に、形体の幾何学的偏差の統計的な分布を解析し、両者を組立てることができる確率、すなわち良品率を求める手法を提案する。

2. 幾何学的偏差のモデル化

2・1 幾何公差と形体⁽⁹⁾ JIS B 0021:1984⁽¹²⁾で定義されている幾何公差は、平面度、円筒度などのように単独の形体に対して指定するものと、平行度、位置度、直角度などのように関連形体と呼ぶ複数の形体に対して指定するものに大別することができる。

幾何公差の対象となる形体は、JIS B 0627:2002にしたがうと、以下のように分類されている⁽¹³⁾。

- (1) 図示形体(Nominal feature):図面に指示された理想的な形状、寸法を持つ形体。
- (2) 実形体(Real feature):加工された製品の形体。
- (3) 測得形体(Extracted feature):加工された製品の表面を測定して求めたデータセットを演算処理して求めた形体。
- (4) 当てはめ形体(Associated feature):測得形体に対して最小自乗法などを適用して得る形体。これは、図示形態と同一の幾何形状を持つ。

ここで、実形体および測得形体は、加工された物理的な製品に含まれる形体である。本研究では、製品の設計段階における幾何偏差の取り扱いを検討するため、物理的な形体は考慮しない。そのため、図示形態および当てはめ形体が考慮すべき対象になる。以下では、形体をフィーチャと呼び、関連形体における基準となる形体をデータムフィーチャ、公差が指定される形体を公差付フィーチャと呼ぶ。

JIS の定義にしたがって公差付フィーチャとその公差域を、図 1 に示す。公差域は公差付フィーチャが存在すべき許容範囲を指定するものである。

2・2 偏差を表すパラメータとその範囲 ここでは、公差付フィーチャの理想的な位置および姿勢からの偏差を表すパラメータとその範囲を定義する⁽¹¹⁾。図 2 は、中心軸フィーチャに対して幾何公差が指定されており、その公差域が円筒で与えられている場合を示す。この時、理想的な中心軸を表す図示フィーチャに対して、製品の当てはめフィーチャは、幾何学的な偏差を持つ。このとき、図示フィーチャに対する当てはめフィーチャの幾何学的偏差は、図

Fig.1 Toleranced Features and their tolerance zones

u, v: Position deviations, α , β : Orientation deviations

Fig.2 Deviation parameters of line feature and tolerance zone

2 に示す 4 つのパラメータ、すなわち位置の偏差を表す u , v および角度の偏差を表す α , β で定義することができる。これらを偏差パラメータと呼ぶ。中心軸以外のフィーチャに対しても、表 1 に示すように偏差パラメータを定義することができる。

幾何公差が指定されているフィーチャを含む部品を複数個加工した場合、フィーチャの幾何学的偏差の測定結果はばらつきをもつ。すなわち、個々の部品ごとに当てはめフィーチャの幾何偏差の値は異なり、ある範囲で分布する。そのため、幾何偏差が公差域を超える場合には、その部品を不良品として破棄する。また、良品についても幾何偏差のばらつきが存在する。ここでは、部品加工後の当てはめフィーチャの偏差パラメータのばらつきは、以下の条件を満たすものとする。

Table 1 Deviation parameters of tolerated features

Tolerance Zone	Toleranced Feature			
	Point	Line of Axis	Plane	Cylinder
(a) In a Sphere	u, v, w			
(b) In a Cylinder		u, v, α, β		
(c) Between two Concentric Cylinders				u, v, α, β
(d) Between two Planes			w, α, β	
(e) In Rectangular Parallelepipeds		u, v, α, β		

 u, v, w : Position parameters, α, β : Orientation parameters

Table 2 Probabilities that tolerated features are included within tolerance zones

	Probability Functions ($1-P_d$)	Constraint among Deviation Parameters	$1-P_d(\%)$ ($C_{Pd}=3$)
(a)	$2^3 \int_0^{\frac{t}{2}} \int_0^{\sqrt{(\frac{t}{2})^2 - u^2}} \int_0^{\sqrt{(\frac{t}{2})^2 - u^2 - v^2}} G_u(u) G_v(v) G_w(w) dw dv du$	$u^2 + v^2 + w^2 \leq \left(\frac{t}{2}\right)^2$	97.1
(b)	$2^4 \int_0^{\frac{t}{2}} \int_0^{\sqrt{(\frac{t}{2})^2 - u^2}} \int_0^{\frac{t}{2}(\frac{1}{2} - \sqrt{u^2 + v^2})} \int_0^{\frac{t}{2}\sqrt{(\frac{t}{2})^2 - (\frac{t}{2}\beta' + \sqrt{u^2 + v^2})^2}} G_u(u) G_v(v) G_{\beta'}(\beta') G_{\alpha'}(\alpha') d\alpha' d\beta' dv du$	$\left(\frac{\ell}{2}\beta + u\right)^2 + \left(\frac{\ell}{2}\alpha + v\right)^2 \leq \left(\frac{t}{2}\right)^2$ $\left(\frac{\ell}{2}\beta - u\right)^2 + \left(\frac{\ell}{2}\alpha - v\right)^2 \leq \left(\frac{t}{2}\right)^2$	80.9
(c)	$\begin{cases} \alpha' \\ \beta' \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases}, \cos \theta = \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \sin \theta = \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}}$		
(d)	$2^3 \int_0^{\frac{t}{2}} \int_0^{\frac{t-2w}{t_2}} \int_0^{\frac{t-2w-\ell_2\alpha}{t_1}} G_w(w) G_\alpha(\alpha) G_\beta(\beta) d\beta d\alpha dw$	$-\frac{t}{2} \leq w + \frac{\ell_2}{2}\alpha + \frac{\ell_1}{2}\beta \leq \frac{t}{2}$	73.9
(e)	$2^4 \int_0^{\frac{t}{2}} \int_0^{\frac{t}{2}} \int_0^{\frac{t-2v}{t_2}} \int_0^{\frac{t_1-2v}{t_1}} G_u(u) G_v(v) G_\alpha(\alpha) G_\beta(\beta) d\beta d\alpha dv du$	$-\frac{t_1}{2} \leq w + \frac{\ell}{2}\beta \leq \frac{t_1}{2}$ $-\frac{t_2}{2} \leq w + \frac{\ell}{2}\alpha \leq \frac{t_2}{2}$	86.9

*(a) to (e) show the tolerance zone in Fig. 1

(1) 偏差パラメータは、正規分布 $N(0, \sigma)$ にしたがう確率変数である。すなわち、平均は 0、標準偏差は σ である。

(2) 偏差パラメータは相互に独立な確率変数である。

(3) 当てはめフィーチャが公差域に入らずに不良品となる確率(不良率)は P_d である。

上記の仮定のもとで、偏差パラメータの標準偏差を求める。偏差パラメータを δ_i とし、その標準偏差 σ_i は以下の式で求めることができると仮定する。

$$\sigma_i = \delta_{i_{max}} / C_{Pd} \quad (1)$$

ここで、

δ_{max} : 他の幾何偏差を表すパラメータ ($\delta_j, j \neq i$) の値を 0 と仮定した場合に、公差域の内部でパラメータ δ_i がとり得る最大値、

C_{Pd} (= const): 公差域の内部で偏差パラメータ δ_i がとりうる最大値 δ_{max} と偏差パラメータの標準偏差 σ_i との比を表す定数、である。このとき、偏差パラメータの確率密度関数は、以下のようになる。

$$G_{\delta_i}(\delta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_i}{\sigma_i}\right)^2\right) \quad (2)$$

例として、図 2 に示す中心軸フィーチャに幾何公差が指定されている場合について、偏差パラメータの標準偏差を求めることを考える。このとき、偏差パラメータの最大値および標準偏差は、以下のようになる。

$$\begin{aligned} u_{max} &= v_{max} = t/2, \alpha_{max} = \beta_{max} = t/\ell \\ \sigma_u &= \sigma_v = t/2C_{Pd}, \sigma_\alpha = \sigma_\beta = t/C_{Pd}\ell \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 t は公差域を表す円筒の直径、 ℓ は中心軸フィーチャの長さを示す。このとき、中心軸フィーチャが公差域の範囲内に存在するために要求される制約条件は、次式で与えることができる。

$$\begin{cases} \left(\frac{\ell}{2}\beta + u\right)^2 + \left(\frac{\ell}{2}\alpha + v\right)^2 \leq \left(\frac{t}{2}\right)^2 \\ \left(\frac{\ell}{2}\beta - u\right)^2 + \left(\frac{\ell}{2}\alpha - v\right)^2 \leq \left(\frac{t}{2}\right)^2 \end{cases} \quad (4)$$

したがって、中心軸フィーチャが公差域の範囲内に存在する確率、すなわち良品率($1-P_d$)は、正規分布の式を用いて、次式で計算することができる

$$1 - P_d =$$

$$2^4 \int_0^{b_1} \int_0^{b_2} \int_0^{b_3} \int_0^{b_4} G_u(u) G_v(v) G_{\beta'}(\beta') G_{\alpha'}(\alpha') d\alpha' d\beta' dv du \\ = \text{Prv}(t, \ell, C_{Pd}) \quad (5)$$

ここで、

$$b_1 = \frac{t}{2}, \quad b_2 = \sqrt{b_1^2 - u^2}, \quad b_3 = \frac{2}{\ell} \left(b_1 - \sqrt{u^2 + v^2} \right), \\ b_4 = \frac{2}{\ell} \sqrt{b_1^2 - \left(\frac{\ell}{2} \beta' + \sqrt{u^2 + v^2} \right)^2}, \\ \begin{Bmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix}, \\ \sin \theta = \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \quad \cos \theta = \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}}$$

この式(5)を用いることで、定数 C_{Pd} が与えられた場合に、フィーチャが公差域内に存在する確率を求めることができる。いま、寸法の偏差などの観点で利用される 3 シグマ(3 σ)ルールにしたがって $C_{Pd}=3$ とすると、良品率($1-P_d$)は 80.9% となり、通常の 3 シグマルールの場合に得られる良品率 99.7% より小さくなる。これは、中心軸の幾何偏差の場合、偏差パラメータが 4 つあるためである。

他の公差付フィーチャについて、同様の方法で良品率を求めた結果を、表 2 に示す。すなわち、偏差パラメータの最大値とその標準偏差との比 C_{Pd} を定めると、公差付フィーチャが公差域の範囲内に含まれる確率を求めることができる。以下の解析では、 C_{Pd} の値をすべて 3 に設定する。

3. 最大実体公差における幾何公差と寸法公差

3・1 最大実体公差方式 最大実体公差方式とは、相互に組み立てられるフィーチャ、たとえば図 3 に例示する一対の部品のペグと穴に対して、幾何公差と寸法公差が指定されている場合に、2 つの公差の相互依存関係を与えるものである。その基本原理は、「個々の部品において、対象としている形体がその最大実体状態(MMC: maximum material condition)から離れているときは、寸法公差と幾何公差が相互に依存しあう、そこに追加的な公差が許容できる。」という公差方式の原理である¹⁰⁾。ここで、最大実体状態とは、部品が仕上がったときに質量が最

Fig. 3 Position tolerance and dimension tolerance

Fig. 4 Maximum material conditions

大となる状態であり、ペグのような外側のフィーチャでは最大寸法をとる状態、穴のように内側にフィーチャでは最小の寸法をとる状態である。

図 3(a) に示すペグを例にとり、最大実体公差方式の場合の寸法公差と幾何公差の相互作用を示す。最大実体状態におけるペグの直径(MMS: maximum material size)は、 $MMS = D_1 + t_2/2$ となる。この状態で、位置度の偏差が最大値 $t_1/2$ になる場合、ペグを包絡する円筒面の直径は、 $VS_p = D_1 + t_2/2 + t_1$ となる。この直径を実効寸法(VS: virtual size)と呼ぶ。

このペグを穴に挿入することを考えると、この実効寸法が最悪の状態となる。したがって、ペグの直径が最大実体状態における直径 MMS より小さく仕上がった場合、位置度の偏差の許容範囲を拡大することができる。たとえば、ペグの直径が許容寸法の最小値(LMS: least material size)、 $LMS = D_1 - t_2/2$ となる場合、同じ実効寸法をとるためには、位置度の偏差の許容範囲を $t_1 + t_2$ まで、拡大することができる。

ペグの直径の仕上がり寸法は、 MMS と LMS の間に存在するため、その仕上がり寸法に応じて、図 4(a) に示すように、位置度の偏差を拡大することができる。図中の斜線部が、寸法の偏差および位置度の偏差の許容範囲の組み合わせを示す。

図 3(b) に示す穴の場合についても、穴の最大実体状態および実効寸法 VS_H を考えることにより、寸法の偏差および位置度の偏差の許容範囲の組み合わせが、図 4(b) のように求めることができる。

3・2 最大実体公差方式における良品率 最大実体公差が適用される場合について、ペグのフィーチャの良品率を考える。このとき、寸法の偏差を表すパラメータ δ_0 も、正規分布 $N(0, \sigma_D)$ にしたがう確率変数であると仮定する。また、 $\sigma_D = t_2/6$ とし、許容寸法の最大値 $D_1 + t_2/2$ と最小値 $D_1 - t_2/2$ が $\pm 3\sigma_D$ となると仮定する。

このとき、ペグの良品率、すなわちペグを包絡する円筒の直径が実効寸法 ($VS_p = D_1 + t_2/2 + t_1$) より小さくなる確率は、以下ようになる。

$$1 - P_d =$$

$$\int_{-t_2/2}^{t_2/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_0}{\sigma_D}\right)^2\right] \Pr v(t'_1, \ell, C_{Pd}) d\delta_0$$

$$t'_1 = t_1 + t_2/2 - \delta_0 \quad (6)$$

ここで、

δ_0 : ペグの寸法の偏差パラメータ、

$\sigma_D = t_2/6$: ペグの寸法の標準偏差、

D_1 : ペグの直径の中心値、

t_1 : ペグの幾何偏差の公差域の寸法、

t_2 : ペグの寸法公差の許容値、

$t'_1 = t_1 + t_2/2 - \delta_0$: 最大実体公差方式を適用する場合の位置度の公差域の寸法値、である。

これに対して、最大実体公差方式を適用しない場合の良品率、すなわちペグの外形が幾何公差域に含まれ、かつ直径が寸法公差の範囲に入る確率は、以下ようになる。

$$1 - P_d =$$

$$\int_{-t_2/2}^{t_2/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_0}{\sigma_D}\right)^2\right] d\delta_0 \Pr v(t_1, \ell, C_{Pd}) \quad (7)$$

式(6)および式(7)に基づいて、ペグのフィーチャの良品率を求めた結果を図5に示す。図に示すように、最大実体公差方式を適用しない場合は、良品率は表2(b)の中心軸の場合と同じであるが、最大実体公差方式を適用することにより、幾何偏差の公差域が拡大されるため、良品率が大きくなる。また、寸法公差の許容値 t_2 と幾何偏差の公差域の寸法 t_1 の比 $C = t_2/t_1$ が大きくなると、公差域の拡大幅が大きくなり良品率があがる。しかし、部品加工の観点から、ペグの寸法公差および位置度とも、工作機械の位置決め精度により制約を受けるため、両者の比 C はある範囲内に設定する必要があると考える。

Fig. 5 Probability that peg is within tolerance zone

4 ペグと穴の組立を考慮した良品率

ここでは、ペグと穴との組立を考慮した場合の良品率、すなわち図3に示すペグを穴に挿入することができる確率を求めることを考える。ただし、両者の組立では、以下の条件が満足されるものと仮定する。

- (1) 2つの部品の位置決めは、図3に示す2組のデータ面 A および B を用いて行うものとし、2つの部品の A 面どうし、B 面どうしが、同じ平面に接触するように位置決めが行われる。
- (2) 上記の位置において、ペグの実体と穴を持つ部品の実体が干渉しない場合、ペグが穴に挿入可能であるとし、良品であると判定する。このとき、はめあいには考慮しない。すなわち、ペグと穴のすきまがなくても、両者の実体が干渉しない限り良品であるとする。

このとき、ペグおよび穴の実効寸法を VS_p および VS_H とすると、両者が重ならない場合 ($VS_p \leq VS_H$)、および重なる場合 ($VS_p > VS_H$) に分けて考えることが必要である。

4・1 実効寸法が重ならない場合 ($VS_p \leq VS_H$) ペグの実効寸法 VS_p が穴の実効寸法 VS_H より小さな場合、必ずペグを穴に挿入することができる。そのため、ペグおよび穴のフィーチャが最大実体状態で公差域の範囲に入る確率を求めればよい。したがって、良品率は式(6)に示すペグ単体の良品率 PR_p 、および穴単体の良品率 PR_H を用いて、以下の式で求めることができる。

$$1 - P_d = PR_p \cdot PR_H \quad (8)$$

$$PR_H = \int_{-t_3/2}^{t_3/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta'_0}{\sigma'_D}\right)^2\right] \Pr v(t'_3, \ell, C_{Pd}) d\delta'_0$$

$$t'_3 = t_3 + t_4/2 - \delta'_0$$

ここで,

δ_0 : 穴の寸法の偏差パラメータ,

$\sigma_0' = t_4/6$: 穴の寸法の標準偏差,

D_2 : 穴の直径の中心値,

t_3 : 穴の幾何偏差の公差域の寸法,

t_4 : 穴の寸法公差の許容値,

$t_3' = t_3 + t_4/2 - \delta_0'$: 最大実体公差方式を適用する場合の位置度の公差域の寸法値, である.

以下の条件のもとで, 良品率を求めた結果を図 6 に示す.

- (1) ペグおよび穴の寸法公差および位置度公差の公差域は等しい. すなわち, $t_1 = t_3$, $t_2 = t_4$ とする. ここで, t_1 および t_3 は, ペグおよび穴に関する位置度の公差域の寸法, t_2 および t_4 は, 両者の寸法公差である.
- (2) 最大実体状態におけるペグと穴の寸法差, すなわち両者のすきまを 2 等分し, それぞれをペグおよび穴に関する位置度の公差域の寸法とする. すなわち, $t_1 = t_3 = (D_2 - t_4/2) - (D_1 + t_3/2)/2$ とする. ここで, D_1 および D_2 は, ペグおよび穴の直径の中心値である.
- (3) ペグおよび穴の寸法公差の許容値と位置度の公差域の寸法の比は, 等しい. すなわち, $C = t_2/t_1 = t_4/t_3$ とする.

この場合も, C の値が増加することにより, 良品率が增大することがわかる.

4.2 実効寸法が重なる場合($VS_P > VS_H$)

ペグの実効寸法 VS_P が穴の実効寸法 VS_H より大きな場合, 必ずしもペグを穴に挿入できるとは限らない. そのため, ペグを穴に挿入することができる条件を考慮することが必要になる. この条件を次式に示す.

Fig. 6 Probability that peg and hole are fit ($VS_P \leq VS_H$)

Fig. 7 Probability that peg and hole are fit ($VS_P > VS_H$)

$$\begin{aligned} & \left(u_2 + \frac{\ell}{2}\beta_2 - (u_1 + \frac{\ell}{2}\beta_1) \right)^2 + \\ & \left(v_2 + \frac{\ell}{2}\alpha_2 - (v_1 + \frac{\ell}{2}\alpha_1) \right)^2 \leq \left(\frac{d_2 - d_1}{2} \right)^2 \quad (9) \\ & d_1 = D_1 + \delta_0, \quad d_2 = D_2 + \delta_0' \end{aligned}$$

この条件のもとで, ペグと穴の良品率を求めると, 式(10)ようになる.

$$\begin{aligned} 1 - P_d &= 2^4 \int_{D_2 - \frac{t_4}{2}}^{D_2 + \frac{t_4}{2}} \int_0^{b_8} \int_0^{b_7} \int_0^{b_6} \int_0^{b_5} \int_{D_1 - \frac{t_3}{2}}^{D_1 + \frac{t_3}{2}} \int_{a_4}^{b_4} \int_{a_3}^{b_3} \int_{a_2}^{b_2} \int_{a_1}^{b_1} G_{d_1} d\beta_1 dv_1 du_1 dd_1 d\alpha_2' d\beta_2' dv_2 du_2 dd_2 \quad (10) \\ x &= u_2 + \frac{\ell}{2}\beta_2, \quad y = v_2 + \frac{\ell}{2}\alpha_2, \quad d = d_2 - d_1, \quad b_4 = x + \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - y^2}, \quad a_4 = x - \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - y^2} \\ b_3 &= y + \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - (x - u_1)^2}, \quad a_3 = y - \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - (x - u_1)^2} \\ b_2 &= \frac{2}{\ell} \left(x - u_1 + \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - (x - u_1)^2} \right), \quad a_2 = \frac{2}{\ell} \left(x - u_1 - \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - (x - u_1)^2} \right) \\ b_1 &= \frac{2}{\ell} \left(y - v_1 + \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - (x - u_1)^2} \right), \quad a_1 = \frac{2}{\ell} \left(y - v_1 - \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - (x - u_1)^2} \right) \\ b_8 &= \frac{t_3 + t_4/2 + D_2 - d_2}{2}, \quad b_7 = \sqrt{b_8^2 - u_2^2}, \quad b_6 = \frac{2}{\ell} (b_8 - \sqrt{u_2^2 + v_2^2}), \quad b_5 = \frac{2}{\ell} \sqrt{b_8^2 - \left(\frac{\ell}{2}\beta_2' + \sqrt{u_2^2 + v_2^2}\right)^2}, \\ \begin{Bmatrix} \alpha_2' \\ \beta_2' \end{Bmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{Bmatrix}, \quad \sin \theta = \frac{v_2}{\sqrt{u_2^2 + v_2^2}}, \quad \cos \theta = \frac{u_2}{\sqrt{u_2^2 + v_2^2}} \\ G &= G_{d_2}(d_2) G_{u_2}(u_2) G_{v_2}(v_2) G_{\beta_2'}(\beta_2') G_{\alpha_2'}(\alpha_2') G_{d_1}(d_1) G_{u_1}(u_1) G_{v_1}(v_1) G_{\beta_1}(\beta_1) G_{\alpha_1}(\alpha_1) \end{aligned}$$

この式を用いて、以下の条件で良品率を求めると、図7のようになる。

- (1) ペグおよび穴の寸法公差および位置度公差の公差域はすべて等しい。すなわち、 $t_1 = t_3 = t_2 = t_4 = t$ とする。
- (2) ペグおよび穴の寸法の中心値の差と公差 t の比を $C_d = (D_1 - D_2)/t$ とする。

図7に示すように、 C_d の値が大きくなるにつれて良品率が上昇すること、最大実体公差方式を適用した場合の良品率が高くなることがわかる。

5. 結 言

本研究では、相互に組み立てられるフィーチャの幾何公差の解析手法の確立を目的として、最大実体公差方式を適用する場合について、ペグと穴の幾何学的偏差および寸法の偏差を解析する手法を提案した。その内容をまとめると以下ようになる。

- (1) ペグおよび穴の中心軸の幾何学的偏差を表現する偏差パラメータを明確にした。また、中心軸の公差域が円筒で与えられる場合について、単体の中心軸フィーチャが幾何公差の範囲に入る良品率を求めた。
- (2) 最大実体公差方式が適用される場合について、中心軸フィーチャの幾何学的な偏差とペグおよび穴の寸法の偏差を表現する偏差パラメータを用いて良品率を求める手法を提案した。この手法により、ペグと穴を組み立てる場合の良品率を求めることができる。
- (3) 一対のペグと穴を組み立てる場合について良品率の評価を行い、最大実体公差方式を適用することにより、幾何学的偏差の許容範囲が拡大し、良品率が上昇することを確認することができた。この評価方法は、相互に組み立てる部品のフィーチャの幾何公差および寸法公差を設計する場合に、適用することができると考える。

文 献

- (1) Roy, R., et al, A review of dimensioning and tolerancing : Representation and processing, *Computer-Aided Design*, Vol. 23, No. 7 (1991), pp. 466-483.
- (2) Voelcker, H.B., A Current Perspective on tolerancing and Metrology, *Proceedings of 1993 International Forum on Dimensional Tolerancing and Metrology*, New York, 1993, ASME CRTD-Vol.27, pp.49-60.
- (3) Mathieu, L., et al, Modelling, representation, processing and inspection of tolerances: a survey, *Proceedings of the 5th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing*, Toronto (Canada), 27-29 Apr.1997, pp.1-38.
- (4) Narahari, Y., et al, Design for Tolerance of Electro-Mechanical Assemblies: An integrated Approach, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 15, No. 6 (1999), pp.1062-1079.
- (5) Ngoi, B.K.A. and Agarwal, M., The generic capsule approach to tolerance stack analysis, *International Journal of Production Research*, Vol. 36, No. 12 (1998), pp.3273-3293.
- (6) Ngoi, B.K.A., et al, Nexus method for stack analysis of geometric dimensioning and tolerancing (GDT) problems, *International Journal of Production Research*, Vol. 38, No. 1 (2000), pp.21-37. Hong, Y.S. and Chang, T.C., A comprehensive review of tolerance research, *Int. J. Prod. Res.*, 40-11 (2002), 2425-2459.
- (7) Xi, M., Lehtihet, E.A., and Cavalier, T.M., Numerical approximation approach to the productivity of composite position tolerance specifications for pattern of holes, *Int. J. Prod. Res.*, 42-2 (2004), 243-266.
- (8) Liu, Y.S. and Gao, S.M., Variational geometry based pre-inspection of a pattern of holes, *Int. J. Prod. Res.*, 42-18 (2004), 1659-1675.
- (9) Hu, J. and Xiong, G., Concurrent design of a geometric parameter and tolerance for assembly and cost, *Int. J. Prod. Res.*, 43-2 (2005), 267-293.
- (10) Carrino, L., et al., 3D Tolerance analysis involving geometric tolerances, *Proceedings of the 34th CIRP International Seminar of Manufacturing Systems*, Athens (Greece), 16-18 May (2001), pp.29-38.
- (11) Satonaka, N., et al, A Study on Modeling and Analysis of Kinematic Motion Deviations of Machine Tools (1st Report, Modeling and Analysis of Geometric Deviations of Constituting Units), *Transaction of the Japan Society for Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 71, No.708 (2005), pp.2622-2628 (in Japanese).
- (12) JIS B 0021:1984 (1984) (in Japanese).
- (13) JIS B 0627:2002 (2002) (in Japanese).
- (14) Tsumura, T. and Ohnishi, K., *Machine Design and Drawing Handbook based on JIS*, Rikogakushya Co. Ltd. (2001), pp.17-85 (in Japanese).