時変切換超平面を用いた到達時間短縮 非定常スライディングモード制御手法の提案*

牛島 由美子^{*1}, 吉田 和夫^{*2}

Proposal of Nonstationary Sliding Mode Control Method for Shortening Reaching Time with Time-Varying Switching Hyperplane

Yumiko USHIJIMA^{*3} and Kazuo YOSHIDA

^{*3} Department of System Design Engineering, Keio University,
3-14-1 Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama-shi, Kanagawa, 223-8522 Japan

This paper presents a new design method of sliding mode controller with short reaching time by using the time-varying switching hyperplane. Sliding mode control is well known for its robustness to disturbance and uncertainties on the matching condition. When the reaching time is shortened, the controlled system becomes more robust, because it is only ensured on the sliding mode. The proposed method has two different points from the conventional methods. One is, that the state can arrive on the switching hyperplane to realize the desired dynamics independently of the initial state. The other is, that the information of initial state is not necessarily given when the controller is designed. In order to realize such a controller, we use an optimal time-varying switching hyperplane. The weightings in criterion function are changed with time from approximate value of 0 to the appropriate value, since the value of initial switching function is minimal enough to shorten the reaching time. In this paper, the design method of nonstationary sliding mode controlled system is given, and its performance is verified through the numerical calculation for positioning control of second-order system.

Key Words: Nonstationary Sliding Mode Control, Time-Varying Switching Hyperplane, Reaching Time, Robust Control, Positioning Control

1. は じ め に

スライディングモード制御とは VSS(Variable Structure System) 理論に基づいた制御手法で、位相空間内に設計された切換超平面上に意図的に状態を拘束することで、希望するダイナミクスを実現するというものである。スライディングモード制御手法は、マッチング条件を満たす外乱や不確かさに対して不変であることから、優れたロバスト性を有する制御手法として知られている。しかし、この不変性はスライディングモード時にのみ保障される性質であり、切換超平面に拘束されるまでの到達モード時にはロバスト性は保障されない。よって、到達モードをなくす、もしくは短縮することができれば、制御の全時刻において優れたロバスト性を有するスライディングモード制御が実現される。このような到達モードのないスライディング

モード制御を実現する手法として、ISM (Integral Sliding Mode Control) ⁽¹⁾, MSMC (Multi-segment Sliding Mode Control) ⁽²⁾などが提案されている。

ISM の特徴は、切換超平面の次数が制御対象システムの次数より入力次数だけ低次元化されない点にある。従来のスライディングモード制御手法を用いた場合、切換超平面は制御対象システムよりも入力の次数分低次元化される。これに対し、ISM では制御対象システムの状態ベクトルを積分し、これを補助変数として加えて切換超平面を設計するため、制御対象システムと切換超平面の次数が一致する。この補助変数の初期値は設計パラメータであり、初期状態が切換超平面上に存在するように補助変数の初期値を設定すれば、制御全時刻において状態を切換超平面に拘束することができる。比較的設計が容易であるため、適用事例も多く報告されている。しかし、初期状態が既知でない場合は到達モードをなくすことはできない。

MSMC は直接位相空間上に目標軌道を描き、これを定式化することで切換超平面を導く手法である。初期状態が予めわかっている場合には、初期状態から出発

* 原稿受付 2007年3月22日。

^{*1} 正員、慶應義塾大学大学院理工学研究科(〒223-8522 横浜 市港北区日吉 3-14-1)。

^{*2} 正員、フェロー、慶應義塾大学理工学部。
E-mail: ushijima@mri.co.jp

するような軌道を描くことで、制御の開始から終了まで状態を切換超平面上に拘束することができるため、到達モードの無い制御が実現される。しかし、この方法は制御対象の次元が大きい場合には位相空間上に目標軌道を描くことは難しく、また、定式化が困難な軌道は扱うことができない。そして、ISMと同様、初期状態が事前にわからない場合には到達モードをなくすることはできない。

そこで、本論文では評価関数を元に設計される時変切換超平面を有する非定常スライディングモード制御手法を用いて、到達モードを短縮し、制御時刻全般においてロバスト性を有する制御器の設計方法を提案する。非定常制御はシステムの非定常な過渡状態を考慮することができるため、時変システムの制御や、複数の要求を満たす制御に有用である。本研究で用いる非定常スライディングモード制御は時変切換超平面を有しており⁽³⁾、時変システムであるエレベーターの振動抑制問題に適用した例⁽⁴⁾、オーバシュートの抑制と高速位置決めを目指したサーボ問題に適用した例⁽⁵⁾が報告されている。到達モードの短縮を目指した従来の手法と本提案手法の違いは、1. 初期状態に依存せずに希望する特性を有する切換超平面に状態を到達できる、2. 到達モードを短縮するために初期の状態量が既知である必要がない、という点にある。

到達時間は制御開始から切換超平面に状態が到達することから、これを短縮するためには切換関数の初期値が0付近の値となるように、切換超平面を設計すればよい。そして、状態を拘束したまま切換超平面自体を変化させ、希望する特性を有する切換超平面上まで状態を誘導するような時変切換超平面を設計することができれば、到達時間の短縮と制御目的の達成が実現される。初期状態量が既知の場合には、状態量に応じて切換超平面の傾きを決定すればよく、研究例も報告されている⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾。一方、初期状態量が未知の場合には、初期の切換関数値を小さくするためには、切換超平面の傾きを与える各要素の値を微小値としなくてはならない。

本論文では、スライディングモード時の状態量に対して評価関数を導入し、これを最小とする最適な時変切換超平面の設計法を用いて前述したような切換超平面設計する方法を提案する。設計パラメータである評価関数中の重みを、制御開始時刻では微小値、制御開始後は制御目的を達成する適切な重み値まで変化する時間関数で与えることで、初期時刻では切換関数の傾きを微小値で構成することで到達時刻の短縮を実現し、

かつ優れた制御性能を持つ制御器を設計することができる。また、評価関数に基づいた設計方法であるため、設計された超平面はシステムのダイナミクスを考慮した安定なものとなる。

本論文では非定常スライディングモード制御系の設計方法を述べた後に、本制御手法の特徴を明らかにするために一般的な2自由度系の位置決め制御問題に適用した場合の数値計算を行い、従来のスライディングモード制御手法、および到達時間短縮制御として有用なISMと制御性能を比較することで、提案手法の有効性を検証する。

2. 非定常スライディングモード制御手法

本論文では、次式で表される線形時変システムを対象として、非定常スライディングモード制御器を設計する。

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (1)$$

ここで、 $x(t)$ は状態量、 $u(t)$ は制御入力であり、 $A(t)$ 、 $B(t)$ は適当な行列関数、また、システムは n 次の m 入力系である。このシステムに対し拘束条件を与える切換関数を次のように定義する。

$$\sigma(t) = S(t)x(t) \quad (2)$$

2.1 時変システムの正準系への変換 式(1)で表される時変システムにおいて、状態ベクトル x を $(n-m)$ 次の x_1 と入力 u の次元と等しい m 次の x_2 に分割して表現する正準系を導く⁽⁹⁾。

式(1)より

$$B(t) = \begin{bmatrix} B_1(t) \\ B_2(t) \end{bmatrix}, \det B_2(t) \neq 0 \quad (3)$$

とおく。このとき、変換行列

$$T(t) = \begin{bmatrix} I_{n-m} - B_1(t)B_2^{-1}(t) \\ 0 & I_m \end{bmatrix}, \det T(t) \neq 0 \quad (4)$$

を用いると

$$x = T^{-1}(t) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \det T(t) \neq 0 \quad (5)$$

$$\dot{x} = T^{-1}(t) \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \dot{T}^{-1}(t) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

である。式(1)に代入すると、

$$T^{-1}(t) \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = [A(t) - \dot{T}^{-1}(t)] T^{-1}(t) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + B(t)u(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = T(t) [A(t) - \dot{T}^{-1}(t)] T^{-1}(t) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + T(t)B(t)u(t)$$

つまり,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(t) & A_{12}(t) \\ A_{21}(t) & A_{22}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_2(t) \end{bmatrix} u(t) \quad (7)$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \bar{S} & I_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \bar{S} & I_m \end{bmatrix} = S T^{-1}(t) \quad (8)$$

より, 式 (1) が低次元化された正準系に変換される.

スライディングモード時を考えると, $\sigma = 0$ より $x_2 = -\bar{S}(t)x_1$ となり, x_2 は x_1 のサブシステムへの入力と見ることができる.

2.2 最適時変切換超平面の設計 本論文では, 最適制御手法をベースとした切換超平面の設計方法を採用する. この手法は, スライディングモード時の状態に関する評価関数を設定し, この値を最小とする最適な切換超平面を設計するというものである⁽¹⁰⁾.

これをより一般的に, 式 (1) で表される時変システムに適用する⁽¹¹⁾. ここでは, 次のような時変重みを用いた評価関数を設定する.

$$J = \int_{t_s}^{t_f} \{x^T Q(t)x\} dt \quad (9)$$

ただし, t_s はスライディングモードを開始する到達時刻, t_f は制御終端時刻, $Q(t)$ は以下のような対角行列で表される時変重み行列である.

$$Q(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & w_n(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

したがって, 式 (7) で表現される正準系に対する評価関数は, 式 (5) より,

$$J = \int_{t_s}^{t_f} \begin{bmatrix} x_1^T & x_2^T \end{bmatrix} \{T^{-1}(t)\}^T Q(t) T^{-1}(t) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} dt \quad (11)$$

であり,

$$\begin{aligned} \{T^{-1}(t)\}^T Q(t) T^{-1}(t) &= \begin{bmatrix} Q_{11}(t) & Q_{12}(t) \\ Q_{21}(t) & Q_{22}(t) \end{bmatrix} \\ Q_{21}^T(t) &= Q_{12}(t), \quad Q(t) > 0 \end{aligned} \quad (12)$$

より, x_1, x_2 を用いた評価関数は,

$$J = \int_{t_s}^{t_f} \{x_1^T Q_{11}(t)x_1 + 2x_1^T Q_{12}(t)x_2 + x_2^T Q_{22}(t)x_2\} dt \quad (13)$$

となる. ここで, 補助変数として

$$v = x_2 + Q_{22}^{-1}(t)Q_{12}^T(t)x_1 \quad (14)$$

を導入すると, 式 (13) は次のようになる.

$$J = \int_{t_s}^{t_f} \{x_1^T Q_{11}^*(t)x_1 + v^T Q_{22}(t)v\} dt \quad (15)$$

ただし,

$$Q_{11}^*(t) = Q_{11}(t) - Q_{12}(t)Q_{22}^{-1}(t)Q_{12}^T(t) \quad (16)$$

であり, x_1 について以下の方程式が成り立つ.

$$\dot{x}_1 = A_{11}^*(t)x_1 + A_{12}(t)v \quad (17)$$

ただし,

$$A_{11}^*(t) = A_{11}(t) - A_{12}(t)Q_{22}^{-1}(t)Q_{12}^T(t) \quad (18)$$

このとき, 式 (15) は式 (17) で表現される状態方程式に対する評価関数とみることができる. この評価関数を最小にする解 v は次式で与えられる.

$$v = Q_{22}^{-1}(t)A_{12}^T(t)P(t)x_1 \quad (19)$$

$P(t)$ は次のリカッチ微分方程式の正定対称解である.

$$\begin{aligned} -\dot{P}(t) &= P(t)A_{11}^*(t) + A_{11}^{*T}(t)P(t) \\ &\quad - P(t)A_{12}(t)Q_{22}^{-1}(t)A_{12}^T(t)P(t) + Q_{11}^*(t) \end{aligned} \quad (20)$$

$$P(t_f) = Q_f \quad (21)$$

式 (20) は終端条件のみが与えられているため, ルンゲクッタ法などを用いて逆時間方向に解く必要がある⁽¹²⁾. 式 (14), (19) より

$$x_2 = -Q_{22}^{-1}(t) \{A_{12}^T(t)P(t) + Q_{12}^T(t)\} x_1 \quad (22)$$

よって, 式 (11) で与えられる評価関数を最小とする時変切換超平面の傾き $S_t(t)$ が設計できる.

$$S_t(t) = [A_{12}^T(t)P(t) + Q_{12}^T(t), Q_{22}(t)] \quad (23)$$

以上より, 式 (23) を逆変換することで, 式 (1) に対する時変切換超平面の傾き $S(t)$ は次のように与えられる.

$$S(t) = [A_{12}^T(t)P(t) + Q_{12}^T(t), Q_{22}(t)] T(t) \quad (24)$$

2.3 スライディングモード制御器の設計 時変切換超平面に対する適切な制御器を最終スライディングモード制御法を用いて設計する⁽³⁾⁽¹³⁾. n 次 m 入力系に対して, スライディングモード制御入力は次式のように線形状態フィードバック制御項 u_l と非線形制御項 u_{nl} の 2 つの独立した項で構成される.

$$u = u_l + u_{nl} \quad (25)$$

ここで, u_l が時変切換超平面における等価制御入力 u_{eq} であるときを考える. 等価制御力とは切換超平面上に状態が拘束されていると仮定した場合に必要な入力であり, 以下の条件を満たさなくてはならない.

$$\sigma(t) = \dot{\sigma}(t) = 0 \quad (26)$$

Fig. 1 Concept of proposal method

S が時間 t の関数であることから, $\sigma(t)$ を時間微分すると,

$$\dot{\sigma}(t) = S(t)\dot{x} + \dot{S}(t)x \quad (27)$$

となる. さらに式 (1) より,

$$\dot{\sigma}(t) = \{S(t)A(t) + \dot{S}(t)\}x + S(t)B(t)u \quad (28)$$

である. $\dot{\sigma} = 0$ のとき $u = u_{eq}$ であることから, $\{S(t)B(t)\}$ の逆行列が存在するとき, 等価制御入力 u_{eq} は次のように表現される.

$$u_{eq} = -\{S(t)B(t)\}^{-1}\{S(t)A(t) + \dot{S}(t)\}x \quad (29)$$

また, 非線形入力項 u_{nl} は次の符号関数とスカラー関数 $k(t)$ により与える.

$$\begin{aligned} u_{nl} &= -k(t)\text{sgn}(\sigma) \\ &= -k(t)\frac{\sigma(t)}{\|\sigma(t)\|} \end{aligned} \quad (30)$$

つまり $k(t)$ は非線形入力項の大きさを与えている. 最後に式 (25) に式 (29), (30) を代入することで, スライディングモード制御器が設計される.

$$\begin{aligned} u(t) &= u_l + u_{nl} \\ &= -\{S(t)B(t)\}^{-1}\{S(t)A(t) + \dot{S}(t)\}x \\ &\quad - k(t)\frac{\sigma(t)}{\|\sigma(t)\| + \delta(t)} \end{aligned} \quad (31)$$

なお, $\delta(t)$ はチャタリングを防ぐために導入する平滑化関数である.

3. 到達時間短縮切換超平面の設計

第2章において時変切換超平面を有する非定常スライディングモード制御系の設計方法を示したが, 本章では前章で示した設計方法を用いて, 状態が切換超平面に達する前の到達モードの時間を短縮する方法を提案する.

Fig. 2 Time-varying weighting function

到達モード短縮のためには, 初期の切換関数が0付近の値となる切換超平面を設計すればよい. 初期状態量が既知の場合, 状態量に応じて切換関数値が0となるように切換超平面を設計すれば到達モードをなくすることができる. しかし, 一般的な時不変切換超平面を用いた場合, 初期状態上に設計された超平面が希望する動特性を有するとは限らない. そこで本研究では, 初期状態の情報を用いずに初期時刻では到達時間短縮を目指した切換超平面を設計し, 希望する動特性を有する切換超平面へと時間とともに連続的に変化する時変切換超平面を設計する方法を提案する.

本手法の概念を図1に示す. ここでは, 簡単のため2次1入力系を例とする. x_1, x_2 で張られる位相空間上に, 初期時刻 $t = t_0$ における状態量 x_0 が存在している. このとき, 次の手順で制御が達成される.

STEP1: 初期の切換関数値が微小値となるように設計された切換超平面 $\sigma_0 = 0$ に素早く状態が到達する.

STEP2: $\sigma_0 = 0$ から希望する動特性を有する $\sigma_f = 0$ まで, 時間に応じて, 状態を拘束したまま切換超平面が移動する.

STEP3: 切換超平面が $\sigma_f = 0$ まで移動し, 状態が平衡点へスライディングする.

このとき, STEP1のみが到達モードとなり, STEP2, 3はスライディングモードである. したがって, 到達時間は大幅に短縮され, スライディングモードの特徴であるマッチング条件を満たす外乱や不確かさへのロ

Fig. 3 Controlled object

バスト性が、制御時刻全般において発揮されることになる。

このような時変切換超平面を設計するためには式(10)の時変重み関数の各対角成分 $w_i(t)$ を、図2のように、初期時刻の重み w_0 はなるべく0に近い値とし、時間が経つにつれて制御目的を達成する適切な値 w_f へと変化する時間関数で与えればよい。初期時刻付近で重みを微小値とすることで、初期時刻では切換超平面の傾きを構成する各要素の値が微小値となる。そのため、初期状態量が未知であっても、切換関数値が比較的小さい値となり、到達時間の短縮が実現される。さらに、評価関数に基づいた設計方法であるため、切換超平面は制御対象のダイナミクスを考慮した安定なものとなる。

4. 数 値 計 算

4.1 制御対象 これまでに述べた提案手法を位置決め制御問題に適用し、その有効性を検証する。

本章で扱う制御対象システムを図3に示す。対象は土台部 m_b と上層の質点 m_s からなる2自由度系であり、入力 u は土台部に直接印加できるものとする。ただし、水平方向への移動により固体摩擦 f_r を発生する。本制御問題における目標は、土台部 m_b を目標位置まで移動させることであるが、上層の質点 m_s の挙動が土台部 m_b の挙動に影響を与えるため、位置決めだけでなく、 m_s の振動も同時に抑制するような制御を行う必要がある。各パラメータ値を表1に示す。これらの値は原の論文⁽¹⁴⁾を参考に決定した。

制御対象の運動方程式、および状態方程式は以下の通りである。

$$M\ddot{x}_c(t) + Kx_c(t) + C\dot{x}_c(t) = f_u u + f_d f_r \quad (32)$$

$$\begin{aligned} x_c(t) &= \begin{bmatrix} x_b(t) \\ x_s(t) \end{bmatrix}, \quad f_u = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad f_d = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ M &= \begin{bmatrix} m_b & 0 \\ 0 & m_s \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} 0 & -k_s \\ 0 & k_s \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -c_s \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Table 1 Parameters of the controlled object

m_b	Mass of the base	1.8kg
m_s	Mass of the vibrating section	0.433kg
k_s	Spring constant of the vibration system	1.068×10^2 N/m
c_s	Damping constant of the vibration system	3.93×10^{-2} N·s/m
f_r	Coulomb friction force of the driving system	12N

Fig. 4 Time-varying weighting functions

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Df_r \quad (33)$$

$$\begin{aligned} x(t) &= \begin{bmatrix} x_c(t) \\ \dot{x}_c(t) \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}f_u \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}f_d \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4.2 数値計算条件 提案手法である非定常スライディングモード制御器(以下、NSMC)、従来手法として時不変切換超平面から設計されるスライディングモード制御器(以下、SMC)、到達時間のないスライディングモード制御として従来から提案されているインテグラルスライディングモード制御器(以下、ISM)の3種の制御器を用いて数値計算を行う。位置決め目標距離は0.3m、静定条件は目標距離との誤差 $\pm 1\%$ とし、オーバーシュートなく位置決めすることを目指す。NSMC、SMC、ISM全てにおいて非線形入力項の大きさは $k(t) = 15$ とする。これは、水平移動により発生する固体摩擦 f_r はマッチング条件を満たす外乱であり、 $k > f_r$ とすることでスライディングモード時に固体摩擦に対して不変なコントローラを実現するためである。また、平滑化関数 δ はチャタリングを起こさない適切な微小値を与えることとする。以上の条件の下で、NSMC、SMC共に位置決め時間が最短となる切換超平面を試行錯誤により設計する。ただし、制御器設計時には固体摩擦 f_r は考慮しない。また、ISMに用いる理想的な入力値には、固体摩擦の存在しない理想的な状況下でのSMCの制御入力値を採用する。

Fig. 5 The control results on Condition1 ($f_r = 0$ [N]) Fig. 6 The control results on Condition2 ($f_r = 12$ [N])

NSMC の時変切換超平面を設計に用いる評価関数中の重み関数を図 4 に示す。上から順に、 w_1 は x_b , w_2 は x_s , w_3 は $\dot{x}_b$, w_4 は $\dot{x}_s$ に対する重みである。また、SMC の切換超平面を設計するために用いる評価関数中の重みは $Q = \text{diag}(10, 0, 0, 0.1)$ とする。さらに、ISM は、前述したように SMC の制御入力値を理想入力値、切換関数の傾き S には SMC の S を用いて制御器を設計する。

このように設計した同一の NSMC, SMC および ISM を用いて、

条件 1: 固体摩擦なし ($f_r = 0$ [N])

条件 2: 固体摩擦あり ($f_r = 12$ [N])

において数値計算を行い、その性能を比較する。さらに、NSMC, ISM に関しては、それぞれ

条件 3: 目標距離変動 (0.3 ± 0.2 m)

についても数値計算を行い、初期状態の変動が制御性能に与える影響を検証する。

4.3 数値計算結果と考察 条件 1 および条件 2 における制御器ごとの数値計算結果をそれぞれ図 5, 図 6 に、条件 3 の結果を図 7, 図 8 に示す。それぞれ (a) 土台変位, (b) 制御入力, (c) σ 値の時刻歴である。また、条件 1 と 2, および条件 3 における静定時間と到達時間を表 2, 表 3 に示す。

図 5, 表 2 より、理想的な状態である条件 1 においては、3 種の制御器が全て 0.7 秒前後で位置決めを達成しており、制御性能はほぼ同等であることが確認できる。特に ISM は理想入力を、条件 1 における SMC の制御入力として設計していることから、ISM と SMC の制御入力は一致しており、制御性能は等しい。(c) σ 値の時刻歴を見ると、ISM は初期時刻からスライディングモードを生じており、NSMC は制御開始後に素早く切換超平面に到達しているが、SMC は切換超平面に到達するまで 0.8 秒の時間を要している。SMC の到達時間は静定時間とほぼ等しく、厳密には静定条件として目標距離との誤差を 1% まで許容しているために、到達時間よりも静定時間の方が短いという結果になっている。つまり、ISM, NSMC ではスライディングモードで位置決め制御を達成し、SMC では到達モードで位置決めを達成していると言える。この結果から、提案手法である NSMC は ISM のように到達モードのない制御とはならないが、到達時間の短縮を実現していることが確認された。

次に、固体摩擦を考慮した条件 2 の結果である図 6, 表 2 より、到達モードのない ISM は固体摩擦の影響を全く受けず、条件 1 の時と同じ制御結果となっている。NSMC では多少固体摩擦の影響を受けているが、

Fig. 7 The control results on Condition3 with NSMC

Fig. 8 The control results on Condition3 with ISM

Table 2 Comparison of reaching time and settling time on condition1 and condition2

	Reaching time [s]		Settling time [s]	
	Condition1	Condition2	Condition1	Condition2
NSMC	0.03	0.11	0.73	0.75
SMC	0.85	—	0.70	—
ISM	0.85	0.85	0.70	0.70

Table 3 Comparison of reaching time and settling time on condition3

		$x_1(0) = 0.3$ $x_1(0) = 0.1$ $x_1(0) = 0.5$		
NSMC	Reaching time [s]	0.11	0.04	0.18
	Settling time [s]	0.75	0.74	0.76
ISM	Reaching time [s]	0.00	0.13	1.20
	Settling time [s]	0.70	—	—

条件1の場合と静定時間に大きな差は無く、ほぼ同程度の制御性能を維持しているといえる。また、ISM、NSMC共に(b)入力値の時刻歴を見ると、固体摩擦を打消す入力が印加され、(c) σ 値は0付近で推移し続けていることから、スライディングモードにある状態を切換面超平面に拘束し続けるために非線形入力項 u_{nl} が有効に機能していることがわかる。一方SMCでは、制御器設計時に考慮していない固体摩擦が生じたことで制御性能が大きく劣化しており、切換超平面への到達、位置決め共に達成できていない。(b)入力値を見ると、入力のお大半は固体摩擦を打ち消すために使われており、位置決めを達成するための入力が発生していない。また、(c) σ 値も固体摩擦のない時に比べてかなり緩やかな軌道を描いている。これは、到達時間を左右する非線形入力項が、固体摩擦を打消すために

使われてしまうためであると考えられる。したがって、到達時間が長くなり、位置決め達成に多くの時間を要することになっている。

以上の結果から、SMCでは到達モードが長いために、この到達時間において固体摩擦の影響を強く受けてしまうのに対し、ISM、NSMCではスライディングモード制御のマッチング条件を満たす外乱に対する強いロバスト性が十分に発揮されていることが確認された。

最後に、条件3でのNSMCおよびISMの数値計算結果である図7、図8、表3より、目標距離を変動させた場合、ISMでは到達時間が伸びるだけでなく、制御目的である位置決めが達成されていないことがわかる。ISMは制御器設計時と初期状態が異なると到達モードをなくすことができず、到達モード時に固体摩

擦の影響を受けてしまう。さらに、ここで用いた制御器の理想入力値は目標距離を 0.3m としたときに設計された値であるため、目標距離が変動した場合には、理想入力値そのものも適切な値ではない。これに対し、NSMC は目標距離を変動させても、到達時間、静定時間ともに若干の変動はあるが、大きく制御性能が劣化することなく、同一の制御器で位置決め制御を達成していることが確認できる。この数値計算結果から、第 1 章で述べた提案手法の特徴のひとつである、初期値の変動にも対応可能であるという点が確認された。

5. ま と め

本論文では、時変切換超平面を用いた到達時間を短縮する非定常スライディングモード制御器の設計方法を提案した。時変切換超平面の設計には最適な切換超平面の設計方法を採用し、評価関数中の状態量にかかる重みを、初期時刻ではなるべく 0 に近い微小値、制御後半では制御目的を達成する適切な値まで変化するような時間関数として与えた。このように時変切換面を設計するため、本提案手法は到達時間を短縮するために予め初期状態の情報は必要なく、汎用性の高い制御器が設計できるという特徴を有する。本提案手法の有効性を検証するために、2 自由度系の位置決め制御問題を例として数値計算を行った。数値計算結果から、提案手法を用いることで到達時間の短縮が実現され、本制御器がマッチング条件を満たす外乱に対して優れたロバスト性を有することが示された。さらに、本提案手法を用いることで、制御器設計時に想定した初期状態と異なる状態から制御を開始しても同等の制御性能を発揮する汎用性の高い制御器が設計できることが確認された。

文 献

- (1) V. Utkin and J. Shi, Integral Sliding Mode in Systems Operating under Uncertainty Conditions, *Proc. of the 35th CDC*, (1999), 4591-4596.
- (2) Shyu K. and Lai C., Incremental Motion Control of Synchronous Reluctance Motor Via Multisegment Sliding Mode Control Method, *IEEE Trans. Contr. Syst. Tech.*, Vol.10, No.2(2002), pp.169-176.
- (3) Y. Ushijima, M. Otsuki and K. Yoshida, Proposal of Nonstationary Sliding Mode Control and Verification of its Performance, *Trans. JSME, Series C*, vol.71, No.708(2005), pp.2535-2542 (in Japanese).
- (4) M. Otsuki, et al., Application of Nonstationary Sliding Mode Control to Suppression of Transverse Vibration of Elevator Rope Using Input Device with Gaps, *Trans. JSME, Series C*, vol.71, No.709(2005), pp.2535-2542 (in Japanese).
- (5) M. Uchida, et al., Positioning Control of Linear Motor via Sliding Mode Servo Control System with Variable Switching Hyperplane, *IEEE Trans. EIS*, Vol.126, No.9 (2006), pp.1112-1118 (in Japanese).
- (6) F. Harashima, et al., Noninteracting Control of Robotic Manipulator with Sliding Mode, *Proc. of IECON'84*, (1984), pp.399-404.
- (7) S.B. Choi, et al., Moving Switching Surfaces for Robust Control of Second Order Variable Structure Systems, *Int. J. Contr.*, Vol.58, No.1 (1993), pp.229-245.
- (8) S.B. Choi, et al., A Time-Varying Sliding Surface for Fast and Robust Tracking Control of Second Order Uncertain Systems, *Automatica*, Vol.30, No.5 (1994), pp.899-904.
- (9) A. Poznyak and Y. Shtessel, Min-Max Sliding-Mode Control for Multimodel Linear Time Varying Systems, *IEEE trans. Automat. Contr.*, Vol.48, No.12 (2003), pp.2141-2150.
- (10) V. Utkin and K. Young, Methods for Constructing Discontinuous Planes in Multidimensional Variable Structure Systems, *Automat. and Remote Control*, Vol.31 (1997), pp.1466-1470.
- (11) V. Utkin, *Sliding Modes in Control and Optimization*, (1992), pp.131-144, Springer-Verlag.
- (12) M. Otsuki, et al., Vibration Control for Rope-Sway of Elevator of High-Rise Building (Application of Nonstationary Optimal Control to Time-Varying Flexible Systems), *Trans. JSME, Series C*, vol.68, No.676(2002), pp.3589-3596 (in Japanese).
- (13) K. Nonami, H. Tian, *Sliding Mode Control*, (1996), p.91-93, CORONA Publishing Co., LTD. (in Japanese).
- (14) S. Hara, Nonstationary optimal Regulator Design Using GA Meta-Optimization (Positioning Controller design for Vibration Systems Taking Account of Control Constraints), *Trans. JSME, Series C*, vol.67, No.658(2001), pp.1807-1813 (in Japanese).
- (15) C. Dorling and A. Zinober, Two Approach to Hyperplane Design in Multivariable Structure Control Systems, *Int. J. Control*, Vol.44, No.1 (1986), pp.65-82.
- (16) C. Edwards and S. Spurgeon, *Sliding Modes Control: Theory and Applications*, (1998), pp.65-72, Taylor & Francis.