振動音響連成系の音圧最小化問題に対する最適性の考察と

それに基づく構造最適化*

(第 2 報, 固有振動数における音圧の低減を図る場合)

古屋 耕 平^{*1}, 吉 村 卓 也^{*1}
須 藤 晶^{*2}, 成 國 星 哉^{*2}Optimality for Sound Pressure Minimization in Vibro-Acoustic System
and Structural Optimization

(2nd Report Sound Pressure Minimization at Natural Frequency)

Kohei FURUYA^{*3}, Takuya YOSHIMURA,

Akira SUTO and Seiya NARIKUNI

^{*3} Graduate School of Engineering, Tokyo Metropolitan University,

1-1 Minamiosawa, Hachioji-shi, Tokyo, 192-0397 Japan

The sound pressure in the frequency domain is expressed by a scalar product of a structural frequency response function (FRF) and an acoustic FRF. Therefore, the optimality condition for sound pressure minimization is that, the amplitude of the sound pressure is zero when structural FRF and acoustic FRF are orthogonal. In this paper, sound pressure minimization at natural frequency is considered, based on the optimality condition. The acoustic FRF is not variable for structural modification in low frequency range. Therefore one can recognize at which frequency the structural vibration is easily transmitted to the sound pressure. And a novel efficient optimization approach based on the above knowledge is proposed.

Key Words: Sound and Acoustic, Coupled Vibration, Optimum Design, Modal Analysis

1. 緒 言

自動車室内の騒音は, 自動車を評価する一つの基準として使用者に認識されるようになり, 厳しい設計目標が設定されている. さらに開発期間の短縮などの要求から CAE(Computer Aided Engineering), 特に低周波騒音を対象とした場合, 有限要素法(FEM)による振動騒音特性の予測と, 構造最適化が重要な役割を果たしている.

低周波の音圧低減を目的とした構造最適化の研究⁽¹⁾は広く行われている. しかし, 山内⁽²⁾らが指摘したように, 音圧低減を目的とした構造変更法に対する理論的な考察や, 現象理解を助けるための解析方法は少ない. そのため最適化によって得られた構造が, どのような理由でそうなったのか, などの判断は解析者に委ねられており, 結果の理解が不十分な状態で構造変更を行うことで目標とした結果が得られない場合がある.

以上の背景を踏まえ著者らは, 前報⁽³⁾において音圧低減の対象周波数が固定, 単一周波数の条件の下, 構造最適化過程の構造変更による系の特性変化と音圧変化を把握するための方法を提案した.

対象周波数が固定単一の条件は, 定速回転する歯車

からの加振のように, 特定の周波数入力を受ける構造物に対しては有効である. 一方で, 自動車のように卓越周波数成分が時々刻々と変化する入力を受ける構造物に対しては, 周波数応答関数(FRF)のピーク値低減が重要になる. 上記の対象周波数を固定単一とした構造最適化では, FRF のピークが周波数軸上で移動するだけで移動後のピーク値が低減されない場合も多い.

FRF ピーク値低減のために, 着目する周波数帯域の FRF 絶対値二乗和を目的関数とする方法⁽⁴⁾が提案されている. しかし, 低周波領域における FRF のピークは, 多くの場合, 単一のモードで表されることから, 本論文では固有振動数における音圧低減を図る構造最適化について考察する. すなわち, 構造変更によって着目した固有振動数が移動したとき, その移動に追従し, ピーク値を低減させる構造最適化である. その中で構造変更による系の特性変化と音圧変化を把握するための解析手法を示し, 効率的に音圧を低減するための指針を整理した. そして, その指針に基づき, 音圧低減が可能な複数の異なる構造を探索するための構造最適化の流れを提案し, その検証を行った.

主な記号

B : 動剛性行列 C : 連成行列
D : 減衰行列 K : 剛性行列

* 原稿受付 2006 年 11 月 20 日.

^{*1} 正員, 東京都立大学大学院工学研究科機械工学専攻 (〒192-0397 八王子市南大沢 1-1).^{*2} 本田技術研究所四輪開発センター (〒321-3321 栃木県芳賀郡芳賀町大字下高根沢 4630).

E-mail: furuya-kouhei@c.metro-u.ac.jp

$\mathbf{M}$: 質量行列 $\mathbf{p}$: 音圧ベクトル
 $\mathbf{Q}$: 音響伝達関数行列 $\mathbf{q}$: 音響伝達関数ベクトル
 r : 振動音響連成係数 $\mathbf{x}$: 変位ベクトル
 α : 設計変数 χ : 最適構造
 γ : 構造系と音響系の境界 σ : 特性ベクトル
 $(\cdot)_A$: 音響系成分 $(\cdot)_S$: 構造系成分
 $(\cdot)^H$: 共役転置 $(\cdot)^T$: 転置

2. 最適性条件の導出⁽³⁾

本節では評価点音圧が零になるための条件を導き、構造系特性、音響系特性と音圧との関係について考える。FEMにより離散化された振動音響連成系の周波数領域における運動方程式は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_S & -\mathbf{C} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_A \end{bmatrix} + j\omega \begin{bmatrix} \mathbf{D}_S & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_A \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_S & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}^T & \mathbf{M}_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_S \\ \mathbf{f}_A \end{bmatrix} \quad (1)$$

式(1)の第二行を展開すると次式を得る。

$$[\mathbf{B}_A] \mathbf{p} = \{\mathbf{f}_A\} + \omega^2 [\mathbf{C}^T] \mathbf{x} \quad (2)$$

$$[\mathbf{B}_A] \equiv [\mathbf{K}_A + j\omega \mathbf{D}_A - \omega^2 \mathbf{M}_A]$$

音響系に音源が存在しないと仮定し($\mathbf{f}_A = \mathbf{0}$)、音圧 $\mathbf{p}$ について解くと次式を得る。

$$\{\mathbf{p}(\omega)\} = [\mathbf{Q}(\omega)]^H \{\mathbf{x}(\omega)\} \quad (3)$$

$$[\mathbf{Q}]^H \equiv \omega^2 [\mathbf{B}_A]^{-1} [\mathbf{C}]^T$$

$\mathbf{Q}^H$ は変位入力に対する音圧応答のFRF行列を表し、以下では音響伝達関数と呼ぶ。音響伝達関数は、その定義から分かるように、音響系単体での共鳴周波数 f_A^w でピークを持つ関数である。ある音響系評価点 i における音圧 p_i は、式(3)から次式で与えられる。

$$p_i(\omega) = \{\mathbf{q}_i(\omega)\}^H \{\mathbf{x}(\omega)\} \quad (4.a)$$

ここで $\mathbf{q}_i^H$ は $\mathbf{Q}^H$ の評価点 i に対応した行の成分である。 $\mathbf{q}_i$ は連成行列 $\mathbf{C}$ の性質から構造系と音響系の境界 γ 以外の成分は0のベクトルである。ゆえに式(4.a)は γ 成分の内積に置き換えることができる。

$$p_i = \{\mathbf{q}_{\gamma i}\}^H \{\mathbf{x}_{\gamma}\} \quad (4.b)$$

そして $\mathbf{q}_{\gamma i}$ と $\mathbf{x}_{\gamma}$ が直交するとき $p_i = 0$ となる。

$$\{\mathbf{q}_{\gamma i}\}^H \{\mathbf{x}_{\gamma}\} = 0 \quad (5)$$

式(5)は $p_i = 0$ であるための必要十分条件であることから、最適性条件と考えることができる。また式(4.b)をノルムと余弦 r を用いて表すと

$$p_i(\omega) = \|\mathbf{q}_{\gamma i}(\omega)\| \cdot \|\mathbf{x}_{\gamma}(\omega)\| \cdot r(\omega) \quad (6)$$

$$r(\omega) \equiv \frac{\{\mathbf{q}_{\gamma i}\}^H \{\mathbf{x}_{\gamma}\}}{\|\mathbf{q}_{\gamma i}\| \|\mathbf{x}_{\gamma}\|} \quad (7)$$

$\|\cdot\|$ はベクトルのノルムを表す。 r は $\mathbf{q}_{\gamma i}$ と $\mathbf{x}_{\gamma}$ の相関を表し $0 \leq |r| \leq 1$ の値をとる。また r を振動音響連成係数 (Vibro-Acoustic Coupling Factor, VAC) と呼ぶ。

式(6)は音圧 p_i の周波数応答関数が、音響伝達関数振幅 $\|\mathbf{q}_{\gamma i}(\omega)\|$ 、境界変位振幅 $\|\mathbf{x}_{\gamma}(\omega)\|$ 、振動音響連成係数 $r(\omega)$ の積で表されることを示している。 $\|\mathbf{x}_{\gamma}\|$ 、 r の周波数特性は構造変更によって低減可能であるから構造系特性と呼び、 $\|\mathbf{q}_{\gamma i}\|$ を音響系特性と呼ぶこととする。

$\|\mathbf{q}_{\gamma i}\| \neq 0$, $\|\mathbf{x}_{\gamma}\| \neq 0$ と仮定し、 r の物理的な意味について考える。式(3)において境界 γ を複数の境界 ℓ ($\ell = 1, \dots, n$) に分割して考えたとき、境界 ℓ から発生する音圧 $\{\mathbf{p}^{\ell}\}$ は次式で表される⁽⁵⁾。

$$\{\mathbf{p}^{\ell}\} = \omega^2 [\mathbf{B}_A]^{-1} [\mathbf{C}^{\ell}]^T \{\mathbf{x}\} \quad (8)$$

ここで $\mathbf{C}^{\ell}$ は境界 ℓ 単体の影響を表す連成行列で、境界 ℓ に対応した成分以外の要素が零の行列である。そして音圧 p_i は $\mathbf{p}^{\ell}$ の評価点 i 成分 p_i^{ℓ} の重ね合わせで表現できる。

$$p_i = \sum_{\ell=1}^n p_i^{\ell} \quad (9)$$

式(9)を式(6)へ代入し、整理すると

$$r = \frac{1}{\|\mathbf{q}_{\gamma i}\| \|\mathbf{x}_{\gamma}\|} \sum_{\ell=1}^n p_i^{\ell} \quad (10)$$

式(10)から、 $r=0$ であるとき次式が成り立つ。

$$\sum_{\ell=1}^n p_i^{\ell} = 0 \quad (11)$$

$\|\mathbf{q}_{\gamma i}\| \neq 0$, $\|\mathbf{x}_{\gamma}\| \neq 0$ であるから、 p_i^{ℓ} には非零の成分が存在する。よって式(11)より $r=0$ の状態とは、各境界からの寄与音圧 p_i^{ℓ} が評価点 i において互いに打ち消し合い、音圧が零になっている状態である。以上のことから振動音響連成係数の絶対値 $|r|$ は、音の打ち消し合いの度合いを表すと考えることができ、 $|r|$ を低減する構造変更を行うことで、評価点で音の打ち消し合いが発生する。

3. 固有振動数における音圧低減

以下では音圧評価点の一つ、構造変更の際に音響伝達関数の周波数特性が変化しない($\mathbf{q}_{\gamma i}(\omega) = \text{const.}$)と仮定し、構造変更による系の特性変化を把握するための解析手法と、効率的に音圧を低減するための指針を整理する。音響伝達関数不変の仮定は、音響系の形状変化がない場合に厳密に成立する。また音響系の共鳴周波数が密集していない低周波領域では、リブの付加などの小規模な音響系の形状変化に対して、仮定は近似的に満足すると考えられる。

3・1 共鳴モードの固有振動数における音圧低減

振動音響連成系のモードは音響系が支配的な共鳴モードと、構造系が支配的な弾性モードに分けることができる。共鳴モードの固有角振動数 Ω_A は音響系の形状に依存するため、構造変更による変動は小さい。よって対象周波数が固定単一の場合と同様に考えることができる。以下では構造最適化 k 回目の繰り返し計算、すなわち k 回目の構造変更時の変数を添字 $k(k=0, \dots, n)$ で表す。構造最適化 k 回目の対象固有角振動数 $\Omega_{A,k}$ における音圧絶対値 $|p_{i,k}(\Omega_{A,k})|$ を、最適化前の音圧絶対値 $|p_{i,0}(\Omega_{A,0})|$ で正規化すると、式(6)より次式を得る。

$$p_{k/0} = x_{k/0} \cdot r_{k/0} \quad (12)$$

ここで

$$p_{k/0} \equiv \frac{|p_{i,k}(\Omega_{A,k})|}{|p_{i,0}(\Omega_{A,0})|}, \quad x_{k/0} \equiv \frac{\|\mathbf{x}_{\gamma,k}(\Omega_{A,k})\|}{\|\mathbf{x}_{\gamma,0}(\Omega_{A,0})\|}, \quad r_{k/0} \equiv \frac{|r_k(\Omega_{A,k})|}{|r_0(\Omega_{A,0})|}$$

$p_{k/0}$ を音圧比, $x_{k/0}$ を振動振幅比, $r_{k/0}$ を連成係数比と呼ぶ。また式(12)では $\|\mathbf{q}_{\gamma}(\omega)\|$ が不変, かつ $\Omega_{A,k} = \Omega_{A,0}$ から次式が成立することを用いた。

$$q_{k/0} \equiv \frac{\|\mathbf{q}_{\gamma}(\Omega_{A,k})\|}{\|\mathbf{q}_{\gamma}(\Omega_{A,0})\|} = 1 \quad (13)$$

$q_{k/0}$ を音響伝達関数比と呼ぶ。式(12)は共鳴モードの固有振動数における音圧低減には、振動振幅比 $x_{k/0}$ の低減(すなわち、境界変位の低減)と、連成係数比 $r_{k/0}$ の低減(すなわち、音の打ち消し合いの発生)が必要であることを示している。

式(12)の関係を音圧比 $p_{k/0}$ の等高線図(等高線間隔 0.1)として図 1 に図示し、以下では構造系状態図と呼ぶ。また構造系特性 $x_{k/0}$, $r_{k/0}$ をベクトル σ_k で表す。

$$\{\sigma_k\} = [x_{k/0} \ r_{k/0}]^T \quad (14)$$

図 1 に示すように音圧低減を目的とした構造変更により、構造特性 σ_k は初期状態 $p_{k/0}=1.0$, $\sigma_0=[1.0, 1.0]^T$ から、 $p_{k/0}$ が低減される方向へ変動する。構造系状態図により、構造最適化過程の構造変更による $x_{k/0}$, $r_{k/0}$ の変化と、 $p_{k/0}$ の関係を定量的に把握することが可能となる。

構造系状態図上で $r_{k/0} > x_{k/0}$ の領域を A_x , $r_{k/0} < x_{k/0}$ の領域を A_r で表す。 A_x は主に $x_{k/0}$ の低減による音圧低減効果が大きい領域、 A_r は $r_{k/0}$ の低減による効果が大きい領域を表しており、等高線間隔からわかるように $x_{k/0}$ 低減、 $r_{k/0}$ 低減が $p_{k/0}$ へ与える影響は最適化過程で必ずしも等しくない。例として最適化過程で σ_k が A_x 領域の特性 $x_{k/0}=0.5$, $r_{k/0}=1.0$, $p_{k/0}=0.5$ へ移動したときを考える(図 1)。この状態から $x_{k/0}$ だけを 0.2 低減したときの音圧比は $p_{k/0}=0.3 \times 1.0=0.30$ 、同様に $r_{k/0}$ を

0.2 低減したとき音圧は $p_{k/0}=0.5 \times 0.8=0.40$ となり、音圧比 $p_{k/0}$ は等しくない。以上のことから共鳴モードの固有角振動数 Ω_A における音圧を効率的に低減するためには、構造変更により $x_{k/0}$, $r_{k/0}$ がどのように変化し、 $p_{k/0}$ へ影響を与えているかを定量的に把握することが必要となる。

3・2 弾性モードの固有振動数における音圧低減

構造系が支配的な弾性モードの固有角振動数 Ω_S は構造変更により変化する。そのため最適化過程において $\Omega_{S,k} \neq \Omega_{S,0}$ であり、式(13)の等式は成立しない。よって $\Omega_{S,k}$ における音圧比 $p_{k/0}$ は次式で表され、構造変更により $p_{k/0}$ が低減されるように $q_{k/0}$, $x_{k/0}$, $r_{k/0}$ が変動する。

$$p_{k/0} = q_{k/0} \cdot x_{k/0} \cdot r_{k/0} \quad (15)$$

音響伝達関数振幅 $\|\mathbf{q}_{\gamma}(\omega)\|$ の周波数特性は最適化過程で不変であるから、 $q_{k/0}$ の変化は $\Omega_{S,k}$ の変化と $\|\mathbf{q}_{\gamma}(\omega)\|$ の周波数特性図から定量的に把握することができる。そして $\|\mathbf{q}_{\gamma}(\omega)\|$ の値が小さな周波数領域、すなわち音が伝達されにくい周波数領域 $\sim \Omega_{S,k}$ を変動させることで $q_{k/0}$ は小さくなる。以上のことから弾性モードの固有角振動数 Ω_S における音圧を効率的に低減するためには、 $q_{k/0}$ の値が小さな周波数領域 $\sim \Omega_{S,k}$ を変動させつつ、 $x_{k/0}$, $r_{k/0}$ の低減を図ることが有効である。

構造系の振動を低減したにも関わらず音圧が増加する事例がしばしば起こりうる。これは $x_{k/0}$ は低下したが $q_{k/0}$, $r_{k/0}$ が増加したためであると考えられる。このような事例を避けるためにも音響系の特性を表す $\|\mathbf{q}_{\gamma}(\omega)\|$ の周波数特性図、及び構造系状態図を用い、3.1 節と同様に構造変更による各特性変化($q_{k/0}$, $x_{k/0}$, $r_{k/0}$ の変化)と音圧変化($p_{k/0}$ の変化)の関係を理解することが、効率的に音圧低減を図るために必要となる。

Fig. 1 Structural State Chart

4. 構造最適化の適用

本章では $\|q_p(\omega)\|$ の周波数特性図、及び構造系状態図による最適化過程の特性変化把握の流れを示す。

4.1 固有振動数における音圧感度 以降で利用する固有角振動数 Ω における音圧絶対感度を求める。式(1)を設計変数 α で偏微分すると次式を得る。

$$\left\{ \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \alpha} \right\} = -[\mathbf{B}(\Omega)]^{-1} \left[\frac{\partial \mathbf{B}(\Omega)}{\partial \alpha} + \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha} (j\mathbf{D} - 2\Omega \mathbf{M}) \right] \{ \mathbf{X}(\Omega) \} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}(\Omega)}{\partial \alpha} = \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \alpha} + j\Omega \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \alpha} - \Omega^2 \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \alpha}$$

ここで $\{\mathbf{X}\}^T = [\mathbf{x}^T, \mathbf{p}^T]$ を表し、各行列は式(1)の連成系特性行列を表す。一定周波数を対象にした場合と比較すると、固有角振動数の変化 $\partial \Omega / \partial \alpha$ に伴う減衰力、慣性力の変化が考慮される形となっている。絶対感度 S は $\partial \mathbf{X} / \partial \alpha$ の評価点音圧 p_i に対応する行の成分 $\partial p_i / \partial \alpha$ を、次式へ代入することで得られる

$$S = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial p_i}{\partial \alpha} p_i + p_i \frac{\partial p_i}{\partial \alpha} \right) \quad (17)$$

4.2 問題設定 図2に対象とする有限要素モデルを示す。対象モデルは、円断面の梁で補強された薄板が、直方体の音響空間の底面で連成しているものである。薄板と接していない音響空間の面は剛壁と接しており、薄板の4辺は完全拘束されている。モデルの材料定数を表1にまとめる。本論文の数値解析は、MATLAB上で作成した自作プログラムで行う。

図2に示した外力作用点に z 方向の単位入力を与えたときの評価点音圧絶対値応答を低減対象とし、図3に音圧絶対値応答 $|p_i|$ 、音響伝達関数振幅 $\|q_p\|$ 、境界変位振幅 $\|x_p\|$ 、振動音響連成係数の絶対値 $|r|$ を示す。減衰は簡単のため比例粘性減衰を仮定し $\mathbf{D} = 4.0 \times 10^{-5} \mathbf{K}$ とした。また感度計算時にもこの減衰を考慮している。

対象モデルは $f_s = 73.4 \text{ Hz}$ と $f_A = 85.8 \text{ Hz}$ に固有振動数を持ち、図3より f_s は $\|x_p\|$ が大きく構造系が支配的な弾性モード、 f_A は $\|q_p\|$ が大きく共鳴モードであることが確認できる。図4、5に、外力作用点に単位入力を与えたときの f_s 、 f_A における音圧絶対値分布[Pa]、変形形状を図示する。図中の“+”、“-”は、その周辺の音圧の符号を表す。 f_s においては薄板が膜振動し音響系へ音が放射されている。一方 f_A においては x 軸方向の両端が腹になる音響系の共鳴モードが支配的で、構造系がその音圧分布に従って変形している。

以下では弾性モードの固有振動数 f_s における音圧低減を目的に構造最適化を適用する。図3の f_s における

境界変位振幅 $\|x_p\|$ 、振動音響連成係数 $|r|$ を確認すると、共に大きな値を示していることから、 $\|x_p\|$ 、 $|r|$ の低減が有効であると考えられる。また音響伝達関数振幅 $\|q_p\|$ の周波数特性から固有振動数 f_s を f_A へ近づけることは音圧の増大につながることが予想される。

4.3 音圧感度を利用した構造最適化の適用

式(17)の音圧絶対感度を利用した構造最適化を適用する。構造最適化の条件は以下とした。■目的関数：固有振動数 f_s における評価点音圧絶対値。■設計変数 α ：各板要素の板厚。■制約条件：質量一定、共鳴周波数 f_A における音圧増加を防ぐため $p_i(f_A) < p_i(f_s)$ の条件を設定。■側面制約：設計変数 α の最大変化量を既存寸法の $\pm 90\%$ 。■最適化アルゴリズム：逐次線形計画法。

Table 1 Properties of Material

Young's modulus	207[GPa]
Density	$7.90 \times 10^3 [\text{kg/m}^3]$
Poisson's ratio	0.3
Diameter of beam	0.080 [m]
Thickness of shell	0.018 [m]
Sound velocity	343.0 [m/s]
Density of air	$1.21 [\text{kg/m}^3]$

Fig. 2 Objective model and Objective point

Fig.3 Objective FRF and Frequency Functions

Fig. 4 Deformation Shape at f_s (73.4Hz) Fig. 5 Deformation Shape at f_A (85.8Hz)

最適化過程の音圧比履歴 $p_{k/0}$ 、構造系状態図、音響伝達関数比 $q_{k/0}$ をそれぞれ図 6, 7, 8 に“○”で示す。図 8 に示す $q_{k/0}$ は図 3 に示した音響伝達関数 $\|q_{yf}(\omega)\|$ を $\|q_{yf}(2\pi f_{s,0})\|$ で除算したものである。構造変更により対象固有振動数が変化するとき $q_{k/0} \neq 1$ であるため、図 7 の構造系状態図上の等高線は $x_{k/0} r_{k/0} = \text{一定}$ を表し、音圧比 $p_{k/0}$ は図 7 の $x_{k/0}$, $r_{k/0}$ 値と、図 8 の $q_{k/0}$ 値の積で表される。

構造最適化は 25 回の繰り返し計算で収束し、 $p_{k/0}$ は約 70% 低減された(図 6)。得られた最適構造 χ^* は振動振幅比 $x_{k/0}$ が約 50%、連成係数比 $r_{k/0}$ が約 80% 低減された構造で(図 7), $r_{k/0}$ 低減、すなわち音の打ち消し合いによる音圧低減効果が大きい構造である。一方で図 8 に示すように固有振動数は $f_{s,0}=73.4\text{Hz}$ から $f_{s,25}=81.0\text{Hz}$ まで増加し、 $q_{k/0}$ が 2.8 倍、すなわち音が約 3 倍伝達しやすい周波数へ移動した。以上のように構造系状態図、 $q_{k/0}$ の周波数特性図を利用することで音圧が低減された要因を定量的に把握することができる。

得られた最適構造 χ^* を図 9 に示す。図 9 における色の濃淡は寸法変更比を表しており、寸法比 1 は既存寸法と等しいことを表す。また外力作用点に単位入力を

与えたときの $f_{s,25}$ における音圧絶対値分布 [Pa]、変形形状を図 10 に示す。最適構造 χ^* は外力作用点付近の板厚が増加し、反対に音圧評価点下部の板厚は減少している。そして構造系は板厚分布に対応した変位分布で変形し、評価点の音圧絶対値は図 4 と比較して小さくなっていることが確認できる。また最適化後の対象音圧応答を図 11 に太線で示す。

Fig. 6 History of Sound Pressure Ratio $p_{k/0}$

Fig. 7 Structural State Chart

Fig. 8 Acoustic State History, $q_{k/0}$ Fig. 9 Optimized Structure χ^*

Fig. 10 Deformation Shape of χ^* at f_s (81.0Hz)

Fig. 11 Comparison of "Freq. Traced" and "Fixed".

4.4 一定周波数を対象にした場合との比較
音圧低減の対象周波数を $f=73.4\text{Hz}$ 固定とした構造最適化を適用し 4.3 節の結果と比較する。最適化条件は 4.3 節と同一とした。得られた最適構造の対象音圧応答を図 11 に破線で示す。対象周波数を固定とした場合、対象周波数では音圧が十分に低減されているが、固有振動数におけるピーク値は最適化前より大きくなっている。以上の結果から低周波領域における音圧応答のピーク値低減を目的にした場合、固有振動数における音圧感度の利用が有効であることが確認できる。

5. 音圧低減指針に基づいた構造最適化

5.1 構造最適化の流れ 音圧比 $p_{k/0}$ は音響系特性 $q_{k/0}$ 、構造系特性 $x_{k/0}$ 、 $r_{k/0}$ の積で与えられるため、 $p_{k/0}$ を低減させる特性 $q_{k/0}$ 、 $x_{k/0}$ 、 $r_{k/0}$ の組み合わせは多様に存在する。そして、それらの特性値の組み合わせが大きく異なる構造は、互いに異なる構造上の特徴を持っていると考えられる。このように音圧低減が可能で特性の異なる複数の構造を得ることができれば、一つの構造変更案のみの場合と比べ、より柔軟な構造設計指針を得ることができる。

第3章の議論に基づき音圧低減が可能で特性が大きく異なる $q_{k/0}$ 、 $x_{k/0}$ 、 $r_{k/0}$ の組み合わせについて考える。

(i) 音響系特性 $q_{k/0}$ に着目した場合、 $q_{k/0}$ は音響系単体での共鳴周波数 f_A^{uc} でピークを持つから $f < f_A^{uc}$ と、 $f_A^{uc} < f$ の周波数領域で音圧低減が可能で特徴の異なる最適構造が存在すると考えられる。

(ii) 構造系特性 $x_{k/0}$ 、 $r_{k/0}$ に着目した場合、構造系状態図の A_x 、 A_r 領域で特徴の異なる最適構造が存在すると考えられる。

よって(i)(ii)から、構造系が支配的な弾性モードの固有振動数 f_s における音圧低減を対象とした場合、特性 $q_{k/0}$ 、 $x_{k/0}$ 、 $r_{k/0}$ の組み合わせは $2(f_s < f_A^{uc} \text{ と } f_A^{uc} < f_s \text{ の領域}) \times 2(A_x \text{ と } A_r \text{ 領域}) = 4$ 通りに大別できる。同様に、音響系が支配的な共鳴モードの固有振動数 f_A における音圧低減を対象とした場合は、2通り(A_x と A_r 領域)に大別できる。

音圧感度を利用した構造最適化では、音圧低減が可能な最適構造を探索可能であるが、最適化の条件が等しければ必ず同一の最適構造へ収束してしまう。そこで本章では音圧低減が可能で特性の異なる構造を探索するために、音圧感度を利用した構造最適化と、対象固有角振動数 Ω 、 $\|x\|$ 、 $|r|$ の感度を利用した構造最適化を併用する構造探索の流れを提案する。その流れは以下のようなものである。

■弾性モードの固有振動数 f_s を対象にした場合

- ①. 音響伝達関数振幅 $\|q\|$ 、境界変位振幅 $\|x\|$ 、振動音響連成係数 r を図示し、音圧応答に対するそれらの寄与を理解する。
- ②. 音圧感度を利用した構造最適化を適用し、 $\|q\|$ の周波数特性図、構造系状態図から $q_{k/0}$ 、 $x_{k/0}$ 、 $r_{k/0}$ の変化を把握し、得られた最適構造が上記の4つの領域のどの構造であるかを判断する。
- ③. ①②の結果を踏まえ $f_s < f_A^{uc}$ 、または $f_A^{uc} < f_s$ 領域の構造を探索するか判断する。探索する場合の注意点として、与えられた制約条件の中で目標とする $f_s < f_A^{uc}$ 、または $f_A^{uc} < f_s$ を満たす構造が存在しない場合も考えられる。そのため固有値感度を利用した構造最適化を適用し、制約条件の中で効率的に固有振動数 f_s を変化させ、構造探索を行う。 $f_s < f_A^{uc}$ 、または $f_A^{uc} < f_s$ 領域の構造が得られた場合、その構造に対して音圧感度を利用した構造最適化、もしくは後述の A_x 領域、 A_r 領域の構造探索のための構造最適化を適用する。 $f_s < f_A^{uc}$ 、 $f_A^{uc} < f_s$ 領域の構造が得られなかった場合、後述の A_x 領域、 A_r 領域の構造探索を検討する。
- ④. A_x 領域の構造を探索する場合は $\|x\|$ の感度を、 A_r 領域の構造を探索する場合は $|r|$ の感度を利用した構造最適化を適用する。

■ 共鳴モードの固有振動数 f_A を対象にした場合

(I). f_S における音圧を対象にした場合の①と同様。

(II). 音圧感度を利用した構造最適化を適用し、構造系状態図から $x_{k/0}$, $r_{k/0}$ の変化を把握し、得られた構造が A_X 領域, A_r 領域どちらの構造であるかを判断する。

(III). (II)の結果を踏まえ A_X 領域の構造を探索する場合は $\|x_k\|$ の感度を, A_r 領域の構造を探索する場合は $\|r_k\|$ の感度を利用した構造最適化を適用する。

上記の③④, (III)において音圧以外の感度を利用する場合、音圧低減は必ずしも保証されない。そのため必要に応じて音圧に対する制約条件の設定を行う。以下では上記の構造探索の流れを音圧低減指針に基づいた構造最適化と呼び、次節でその適用例を示す。

5・2 適用例 1 本節では第4章と同様に f_S における音圧を対象に、音圧低減が可能で χ^1 と異なる特性の構造を探索する。5.1節②を踏まえ4.3節の結果を考察すると、図8に示すように音響伝達関数比 $q_{k/0}$ が増加したため音圧低減効果が小さくなっていた。一方で f_A より高い周波数帯域では $q_{k/0}$ が1程度まで低下するため、その領域においても音圧低減が可能な構造が存在すると思われる。よって5.1節③に従い固有値感度を利用した構造最適化を適用し、 $f_{S,k}$ を増加させ $f_A < f_S$ を満たす構造を探索する。最適化の条件は4.3節と同一とした。

最適化過程の音圧比履歴 $p_{k/0}$, 構造系状態図, 音響伝達関数比 $q_{k/0}$ をそれぞれ図12, 13, 14に「□」で示す。構造最適化により $f_A < f_S$ を満たす構造が得られた。最適化過程 $k=4$ において $f_{S,4} \doteq f_A$, $q_{4/0} \doteq 16$ となり音圧が一時的に増加していることが図12, 14から確認できる。

次に $f_A < f_S$ の周波数領域で音圧を低減する構造を探索するために、先の構造最適化6回目で得られた構造に対して音圧感度を利用した構造最適化を適用した。その最適化過程の履歴を図12, 13, 14に「●」で示す。構造最適化により A_X 領域の最適構造 χ^{*2} が得られた。図13の等高線が示すように χ^{*2} は、 χ^{*1} と比較して $x_{k/0}$, $r_{k/0}$ 低減による音圧低減効果は小さいが、図14に示すように $q_{k/0}$ の増加を抑えたことにより効率的に $p_{k/0}$ が低減されたことが理解できる。最適構造 χ^{*2} を図15に示し、対象音圧応答を図16に太線で示す。 χ^{*1} と χ^{*2} は異なる板厚分布を示しており、特性 $q_{k/0}$, $x_{k/0}$, $r_{k/0}$ が異なる構造は、構造上の特徴も異なっていることが確認できる。

Fig.12 History of Sound Pressure Ratio $p_{k/0}$

Fig.13 Structural State Chart

Fig. 14 Acoustic State History, $q_{k/0}$

Fig. 15 Optimized Structure χ^{*2}

Fig. 16 Resultant FRFs

Fig. 17 Optimized Structure χ^*

5・3 適用例 2 前節の結果から $f_A < f_B$ の周波数領域が $q_{k/0}$ の増加を抑え、音圧低減に有効であることがわかった。また χ^* は A_x 領域の構造であることから、本節では $f_A < f_B$ の領域で、かつ A_r 領域の特性を持った構造を探索する。そこで 5.2 節の固有値感度を利用した構造最適化 6 回目の構造に対して、 r 感度を利用した構造最適化を適用した。 r 感度は付録式(A.3)から算出し、最適化の条件は 4.3 節の条件と、音圧低減を保証するための新たな制約 $p_{k+1/0} < p_{k/0}$ を課した。

最適化過程の音圧比履歴 $p_{k/0}$ 、構造系状態図、音響伝達関数比 $q_{k/0}$ の履歴を、それぞれ図 12, 13, 14 の $k=6$ から“△”で示す。構造最適化により A_r 領域の最適構造 χ^* が得られた。最適構造 χ^* を図 17 に示す。 χ^* は χ^* , χ^* と異なる板厚分布を示している。図 16 に最適構造 χ^* の対象音圧応答を破線で示す。

5・4 音圧低減指針に基づいた構造最適化の考察 以上の適用例から 5.1 節で提案した構造最適化により、音圧低減が可能で異なる特性を有する構造が探索可能であることが示された。提案法では音圧感度だけではなく、他の変数の感度を利用するため局所解に陥りやすく、多様な最適構造を探索できる可能性がある。

このような特徴から音圧低減のための構造検討において、提案した音圧低減指針に基づいた構造最適化を適用し、複数の異なる特性の構造を探索すると共に $q_{k/0}$, $x_{k/0}$, $r_{k/0}$ の低減可能性や、どのようなメカニズムで音圧低減が達成されたかを $\|q_{y/0}\|$ の周波数特性図、構

造系状態図から判断することが、具体的な構造検討において有用であると考えている。

6. 結 論

本論文の内容を以下にまとめる。

(1) 固有振動数における音圧感度を定式化し、有限要素モデルへ適用することでその有効性を示した。

(2) 最適性条件に基づき音圧と構造系特性 $\|x_{y/0}\|$, r 、音響系特性 $\|q_{y/0}\|$ の関係を明らかにした。また、共鳴モード及び弾性モードの固有振動数の各々における音圧低減指針を整理した。

(3) 音圧低減が可能で特性の異なる構造を探索するために、音圧低減指針に基づいた構造最適化を提案した。そして有限要素モデルへ適用し、音圧低減が可能で異なる特性を有する構造を探索可能であることを示した。

今後の検討課題として、音響系に音源が存在する場合 ($f_A \neq 0$) への拡張、音圧評価点が複数ある場合への適用が必要であると考えている。

付 録

振動音響連成係数 r の感度の定式化を行う。周波数応答 $\mathbf{X}$ のノルムは次式で定義される。

$$\|\mathbf{X}\| = \sqrt{\{\mathbf{X}\}^H \{\mathbf{X}\}} \quad (\text{A.1})$$

式(A.1)を設計変数 α で偏微分すると

$$\frac{\partial \|\mathbf{X}\|}{\partial \alpha} = \frac{1}{2\|\mathbf{X}\|} \left(\left\{ \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \alpha} \right\}^H \{\mathbf{X}\} + \{\mathbf{X}\}^H \left\{ \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \alpha} \right\} \right) \quad (\text{A.2})$$

式(A.2)へ式(16)の感度を代入することでノルム感度が得られる。振動音響連成係数 r の感度は式(6)を設計変数 α で偏微分することで得られる。

$$\frac{\partial r}{\partial \alpha} = \left(\frac{1}{p_i} \frac{\partial p_i}{\partial \alpha} - \frac{1}{\|q_{y/0}\|} \frac{\partial \|q_{y/0}\|}{\partial \alpha} - \frac{1}{\|x_{y/0}\|} \frac{\partial \|x_{y/0}\|}{\partial \alpha} \right) r \quad (\text{A.3})$$

式(A.3)へ式(A.2)から算出した $\|q_{y/0}\|$, $\|x_{y/0}\|$ の感度、式(16)から算出した p_i の感度を代入し、式(17)と同様に絶対値感度へ変換することで $|r|$ の感度が算出される。

文 献

- (1) Kaneda, S., et al., Optimization for Reducing Cab Interior Noise by Panel Curvature Design, *Transactions of JSCE*, Paper No.20010038.
- (2) Yamauchi, H., et al., Experimental and Theoretical Study of a Structural-Acoustic Coupling System, *Transactions of JSME, Series C*, Vol. 69, No. 685(2003), pp. 2256-2261
- (3) Furuya, Optimality for Sound Pressure Minimization in Vibro-Acoustic System and Structural Optimization, *Transactions of JSME, Series C*, Vol 72, No.724(2006), pp.3767-3774
- (4) Tsurumi, Y., et al., An Optimal Design Method Regarding Large-scale Structure Using Reduced Model by Frequency Response Function, *Transactions of JSME, Series C*, Vol. 67, No. 663, pp. 3421-3427.
- (5) MSCsoftware, Nastran Reference Manual 2001, p580.