ビトリファイド超砥粒砥石の作業面の形状モデリング*

樋口 誠 宏^{*1}, 山口 智 実^{*1}
松 森 昇^{*2}, 尾 倉 秀 一^{*2}

Geometric Modeling of Vitrified Superabrasive Stone Surface

Masahiro HIGUCHI^{*3}, Tomomi YAMAGUCHI,
Noboru MATSUMORI and Hidekazu OGURA^{*3} Department of Mechanical Engineering, Kansai University,
3-3-35 Yamate-cho, Suita-shi, Osaka, 564-8680 Japan

A geometric modeling technique of the complex vitrified superabrasive stone surfaces has been developed for the purpose of describing their topographies with desired characteristics. It is based on the generating algorithms for random fractals, such as midpoint displacement and successive random additions, and yields a three-dimensional topographic map of the stone surface. Comparisons between the simulated topographic map and the measured one show a good match; the spatial distribution of abrasives on both the stone surfaces exhibits a fractal structure, indicating that the simulated stone surface is a good representation of the real one. Therefore, the computer modeling could be used advantageously when the designer makes drawings of stone surfaces.

Key Words: Grinding, Design, Modeling, Fractal, Superabrasive Stone, Surface Topography

1. 結 言

砥石作業面は材料除去と表面創成の機能をもつ表面であるため、その設計は非常に重要である。ところが、設計者はイメージする砥石作業面トポグラフィをポンチ絵で表す以外の手段をもたないため、試作した砥石の作業面の写真を見ながら、イメージに近いトポグラフィをもつ試作砥石の製造条件を設計解として選定している。このような設計プロセスに頼らざるを得ない理由は、複雑で不規則な砥石作業面のモデリング方法が確立されていないからである。

このような状況の中で、砥石作業面トポグラフィをコンピュータ上で仮想的に生成する研究が行われている。水谷ら⁽¹⁾は、長短径比の異なる砥粒モデルを正方格子点や面心立方格子点にランダムに配置する作業面モデルを考案し、実際の作業面上の砥粒の偏在状態が表現できると述べている。しかしながら、このモデルには砥石作業面が統計的にフラクタルな構造を示すという特徴⁽²⁾⁽³⁾が反映されていない。具体的にいえば、

砥石作業面のプロフィールはそれを $1/a$ に縮小した相似図形 b 個によって構成されているという特徴が備わっていない。そのため、フラクタル構造を特徴づけるフラクタル次元 $D = \log_a b$ を使って、砥石作業面モデルをコンピュータ上で生成する方法⁽⁴⁾⁽⁵⁾が検討された。また、結合剤で架橋された砥粒間を気孔が介在する砥石の構造が砥粒、結合剤、気孔剤などの粒子の混合かくはん、圧縮成形、焼成工程に従って形成される点を考慮して、そのモデルをフラクタル幾何学の分野で提案されている手法を使って生成する方法⁽⁶⁾も検討されている。しかし、それらの手法を砥石の形態設計に役立てるには、砥石の内部構造と作業面のモデル間に相互関連性がなければならない。さもないと、設計解である砥石製造条件を得ることができないからである。

そこで、砥石の構成要素に関するデータから砥石の内部構造モデルを生成し、そのフラクタル構造を特徴づける次元を基に、作業面のモデルを生成する総合的なモデリング手法を開発した。このとき、砥石の構造ならびに作業面の形態がフラクタルであるという点を考慮して、フラクタル・モデリングの手法を一貫して適用することを試みた。

* 原稿受付 2007 年 1 月 25 日。

^{*1} 正員、関西大学工学部 (〒564-8680 吹田市山手町 3-3-35)。^{*2} (株)ミズホ (〒610-0121 城陽市寺田袋尻 82)。

E-mail: higuchi@ipcku.kansai-u.ac.jp

2. 砥石作業面の形状モデリングの概要

図1は形状モデリングの方法を開発しようとするビトリファイド超砥粒砥石の内部構造を示す。

図2は砥石の構成要素に関するデータを与えて、砥石の内部構造と作業面のモデルを構成する流れを示している。モデリングの手順は基本的にビトリファイド砥石の製造工程に従っている。まず混合かくはん工程では、砥粒、結合剤および気孔剤の粒子が凝集することにより、クラスタが形成されるので、このモデルをブラウン運動する粒子が別の粒子に衝突して付着する拡散律速凝集シミュレーションにより作成する。続く焼成工程では、気孔剤粒子が焼失して大気孔が形成される。また、熔融した結合剤が砥粒を濡らし、冷却過程でそれが磁器質化して砥粒間を架橋し、砥石構造が形成される。そこで、このモデルを前述のクラスタモ

Fig. 1 Internal structure of vitrified CBN stone

デル中の気孔剤粒子の除去と、砂山崩落シミュレーションによる結合橋の形成によって作成する。

以上に述べたモデリングの詳細は既報⁷⁾に譲るが、作成されたモデルの一例を図3に示して、その特徴を簡単に記す。本モデルは正四面体や正六面体の頂点に砥粒を配置し、それらを円柱の結合橋で架橋した従来の砥石モデルとは構造的にかなり違っている。砥粒の配置は不規則であり、砥粒間距離、砥粒を保持する結合橋の数や向きなどはそれぞれに異なっている。図1に示した砥石構造の複雑さが表現されている。

本論文は上述の研究を発展させて、砥石の内部構造モデルを基に、形態的、視覚的に類似する砥石作業面モデルを構成する方法を開発するものである。すなわち、構造モデルの任意の切断面に現れる砥粒の分布のフラクタル次元を解析し、それをパラメータに中点変位法と逐次ランダム加算法を適用して、実際の作業面に類似するモデルが得られるか否かを検討する。

3. 砥粒の空間分布のフラクタル解析

図4はレーザ顕微鏡で測定したビトリファイドCBN砥石の作業面の鳥瞰図と、砥石表面から1/2砥粒径の深さの範囲に存在する砥粒を表している。いま、図4(b)において、ある砥粒を中心に半径 r の円を描き、この円の内部に存在する砥粒の数 $M(r)$ を数える。このとき、砥粒が直線的に連続して分布していると、 $M(r) \propto r^1$ となり、平面を一様に連続して分布していると、 $M(r) \propto r^2$ となるのは明らかである。ところが、砥粒は規則的に連続して並んでいないので、

Fig. 2 Flow chart for generating model of stone surface

砥粒数 $M(r)$ の半径 r に対する変化は、図 6 に示すように両対数座標上で、 $M(r) \propto r^{1.46}$ のようにスケールリングされる。ここで、非整数の指数 1.46 はフラクタル次元と呼ばれ、砥粒の分布がランダムでも規則的でもなく、統計的にフラクタルであると認識すべきであることを示唆している。

同様に、砥石の構造モデルの砥粒分布を解析すると、次のようになる。まず、図 4 に示した粒度 4 000、集中度 117 のビトリファイド CBN 砥石の構成要素の重量百分率を用いて、粒子総数 6 000 個の砥石の構造モデルを作成した。次に、これを任意の平面で切断し、中心が切断面より下にある砥粒のみが砥石表面に存在すると考えて、砥石表面のモデルを作成した。それが図 5 である。このモデルの砥粒数 $M(r)$ と半径 r の関係を調べた結果を、図 6 のプロット○に示す。図 6 より、両者の間にはスケールリング則が成り立ち、そのフラクタル次元は 1.44 と与えられる。このようにモデルの砥粒分布のフラクタル次元が実砥石の次元と一致することから、提案する砥石構造のモデルが実砥石の構造に類似しているといえる。

(a) Model for plastic mixture

(b) Model for internal structure of stone

Fig. 3 Structure model for vitrified stone obtained by computer simulation using diffusion-limited aggregation algorithm and sandpile algorithm

(a) Bird's-eye view

(b) Plane view

Fig. 4 Distribution of abrasives over vitrified CBN stone surface (Abrasive size: 4 000, Concentration: 117)

Fig. 5 Distribution of abrasives on simulated stone surface

Fig. 6 Comparison of distribution of abrasives on the real and the simulated stone surfaces

4. 砥石作業面モデルの 構成アルゴリズム

砥粒がフラクタル分布する砥石表面のモデルを図5に示したが、実際の砥石作業面と比べると、視覚的に相違している印象は否めない。そこで、視覚的にも類似する作業面モデルを構成する方法について検討した。

砥石作業面の形態はユークリッド幾何図形とかなり異なるので、機械部品を直方体、円柱、三角すいなどのプリミティブの集合として形状表現するCSGを適用して、砥石作業面を描くのは難しい。そのため、フラクタルな構造をもつ砥石作業面のモデルを得るには、フラクタル・グラフィックスの手法を用いるのが妥当であると考え、中点変位法と逐次ランダム加算法を適用した。以下に、それらのアルゴリズム⁽⁸⁾を記す。

(1) 単位長さの正方格子を用意する。また、平均が零で分散が σ^2 の乱数を発生するガウス確率変数 $\sigma_{\text{gauss}}()$ を用意する。

(2) ガウス確率変数 $\sigma_{\text{gauss}}()$ が与える値により、正方格子の4点 $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$ の高さ $h_0(i, j)$ を決める。

(3) 正方格子を図7に示すように、 4^n 個の正方格子に分割する。 n を分割の回数とすると、 n 回分割した後の正方格子の辺の長さは、 $2^{-n/2}$ となる。

(4) 正方格子の分割に合わせて、分散を 2^{-2Hn} 倍する。すなわち、ガウス確率変数を $2^{-Hn}\sigma_{\text{gauss}}()$ に変更する。ここで、 H は後述のハースト指数である。

(5) 正方格子を分割する中点の高さ $h_n(2^{-n/2}, 2^{-n/2})$ を決める。これは周辺の4点の高さ $h_{n-1}(i, j)$ の平均値にガウス確率変数 $2^{-Hn}\sigma_{\text{gauss}}()$ が与えるランダム変動量を加えた次式により決める。図8は分

Fig. 7 Method of segmentation of square lattice

割1回目の中点の高さを決める過程を説明している。

$$h_n \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n, \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n \right] = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \frac{h_{n-1}(i, j)}{4} + 2^{-Hn} \sigma_{\text{gauss}}() \quad \cdots (1)$$

(6) 規定の分割回数まで、再帰的にステップ(3)～(5)を繰返す。

さて、上述のアルゴリズムに用いられているハースト指数 H は、正方格子を $2^{-1/2}$ に縮小すると、中点の高さのランダム変動量 Δh を、次式のスケールリング則に従って決めているパラメータである。

$$\Delta h \propto \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^H \quad \cdots (2)$$

このハースト指数を $0 < H < 1$ の範囲に限定すると、正方格子の大きさと中点の高さはそれぞれ異なる比率でスケールリングされ、統計的に変わらない自己相似的な形状が生成される。また、上述の方法で作成された形状をある平面で切ると、切断面には自己相似的な点の集合が現れる。この点の集合のフラクタル次元 D はハースト指数 H と次式の関係を満たす。

$$D = 2 - H \quad \cdots (3)$$

それゆえ、平面上に分布する点の集合のフラクタル次元は、直線の一次元と平面の二次元の間の $1 < D < 2$ の範囲の値をもつ。このことは図6に示した砥石作業面に存在する砥粒の分布状態を特徴づけるフラクタル次元にも当てはまる。

以上のことから、砥石作業面の砥粒分布のフラクタル次元をハースト指数に変換して、上述のアルゴリズムを適用すると、実際の砥石作業面に近いモデルが得られるものと考えられる。

5. 砥石作業面モデルとその評価

4章のアルゴリズムに従って作成した砥石作業面のモデルを図9に示す。一見して、これらのモデルが実際の砥石作業面の鳥瞰図に似ていると感じられる。図示するモデルはハースト指数 $H=0.54$ 一定のもとに

Fig. 8 First stage in midpoint displacement method and successive random addition method

構成されたもので、ガウス確率変数の初期値がその形態的变化に及ぼす影響を表している。各モデルを比較すると、水平方向に対する垂直方向のスケーリングの比率を決めるハースト指数が一定でも、ガウス確率変数が与える値に応じて、見掛け上、違った形態のモデルが生成されることがわかる。このことは、適用したアルゴリズムが統計的に同じでも、多様な様相を見せる砥石作業面のモデリングに適していることを示している。

図10はハースト指数が砥石作業面モデルの形態的变化に及ぼす影響を表している。モデルの垂直断面に

Fig. 9 Topographic maps of stone surface for Hurst exponent $H=0.54$ and various Gaussian random variable $\sigma_{\text{gauss}}()$

Fig. 10 Topographic maps of stone surface for Gaussian random variable $\sigma_{\text{gauss}}()=20\,000$ and various Hurst exponent H

Fig. 11 Distribution of abrasives on simulated stone surface

Fig. 12 Area percentage of abrasive occupying real and simulated stone surfaces

注目すると、ハースト指数が大きいほど起伏が激しくなっていることがわかる。これより、ハースト指数は微小スケールの凹凸を生成するパラメータであることがわかる。したがって、砥粒の高さ分布はハースト指数により自在に表現されるものと思われる。

図11は図9(a), (b)に示した砥石作業面モデルを、ある高さの水平面で切った切断面に表れる島の集合を示したものである。なお、図9のモデルは図4に示したビトリファイド CBN 砥石作業面の砥粒分布のフラクタル次元の実測値 $D=1.46$ (ハースト指数 $H=0.56$) を用いて構成されたものである。図中の大小さまざまな島を作業面上の砥粒、島以外の部分を気孔部分と見ると、実際の砥石作業面によく似ている。また、外見上の類似に加えて、砥粒分布の次元を一致させてモデルを構成したので、砥粒分布が自己相似的であることも、実砥石作業面と同じである。

次に、砥石作業面の等高断面における実体部分が作業面全体に占める割合を砥粒面積率とみなして、その表面からの深さ分布を求めた。図12は図4(b)に示した実砥石作業面の砥粒面積率と図11(a)のそれを比較したものである。また、図11(a)と異なるハースト指数 $H=0.48$ とガウス確率変数 $\sigma_{\text{gauss}}()=20000$ の条件で構成した作業面モデルの砥粒面積率も図12に示す。ここで、モデルの表面からの深さは、 2^8 個の解像度で分割された最小の正方格子の辺の長さを $0.1\mu\text{m}$ と換算して求めたものである。図12より明らかなように、砥粒分布のフラクタル次元を一致させると、作業面の砥粒面積率もほぼ一致することがわかる。したがって、フラクタル幾何学のモデリング手法

を用いることにより、実際の砥石作業面に類似するトポグラフィが構成できることが明らかになった。

6. 結 言

ビトリファイド超砥粒砥石の作業面のトポグラフィを構成する方法について検討した。開発した方法は、フラクタル形状を生成するアルゴリズムの一種、中点変位法と逐次ランダム加算法を用いるもので、作業面の砥粒分布のフラクタル次元をパラメータに、さまざまなトポグラフィをコンピュータ上で生成することができる。また、生成されたトポグラフィは実際の砥石作業面と外見的に類似するだけでなく、砥粒面積率の砥石表面からの深さ分布も一致する。したがって、本方法はビトリファイド超砥粒砥石の形態設計において、設計者のイメージを表現するモデリング・ツールとして活用することができる。

文 献

- (1) Mizutani, K. et al., Simulation of Diamond Grinding Wheel to Characterize the Surface Topography, *Journal of the Japan Society for Precision Engineering* (in Japanese), Vol. 65, No. 4 (1999), pp. 581-585.
- (2) Higuchi, M. et al., Fractal Characteristics of Grinding Wheel Surface, *Journal of the Japan Society for Precision Engineering* (in Japanese), Vol. 62, No. 7 (1996), pp. 979-983.
- (3) Higuchi, M. et al., Forming Factors of Fractal Grinding Wheel Topography, *Journal of the Japan Society for Precision Engineering* (in Japanese), Vol. 63, No. 7 (1997), pp. 1028-1032.
- (4) Higuchi, M. et al., The Structural Design of Superfinishing Stone Using Fractal Modelling, *Australasia-Pacific Forum on Intelligent Processing and Manufacturing of Materials*, Vol. 2 (1997), pp. 1072-1078.
- (5) Higuchi, M. et al., Development of Design Technology of Porous Superfinishing Stone Using Fractal Geometry (1st Report), Construction of Characteristic Equations Required for Design, *Journal of the Japan Society for Precision Engineering* (in Japanese), Vol. 65, No. 6 (1999), pp. 857-861.
- (6) Higuchi, M. et al., Development of Design Technology of Porous Superfinishing Stone Using Fractal Geometry (2nd Report), Geometric Modeling of Stone Topography and Design Support System, *Journal of the Japan Society for Precision Engineering* (in Japanese), Vol. 67, No. 3 (2001), pp. 428-432.
- (7) Yamaguchi, T. et al., Fractal modeling method for 3D structure of vitrified-bonded wheel, *Precision Engineering*, Vol. 31 (2007), pp. 40-46.
- (8) Peitgen, H.-O. and Saupe, D., *The Science of Fractal Images*, (1988), p. 71, Springer-Verlag, New York.