ポリマブレンド複合材料の垂直モード制振特性の
マイクロメカニクス解析*荒木 栄 敏^{*1}, 杉 本 明 男^{*2}, 山 下 浩 儀^{*3}Micromechanical Analysis of Normal Mode Damping Properties of
Polymer Blend Composite MaterialShigetoshi ARAKI, Akio SUGIMOTO^{*4} and Hironori YAMASHITA^{*4} Kobe Steel Ltd.,
1-5-5 Takatsukadai, Nishi-ku, Kobe-shi, Hyogo, 651-2271 Japan

Micromechanical analysis of the macroscopic damping properties of a polymer blend composite with sea-island morphology are performed by using the equivalent inclusion method combined with the Mori-Tanaka theorem. In modeling, the shape of the island particle is assumed to be a spheroid whose rotational axis is aligned along the direction of the applied stress. The macroscopic complex modulus and hence the macroscopic loss factor of the composite are expressed as the function of the damping properties of constituents and the aspect ratio of spheroidal particle under the steady-state vibration of normal component in applied stress. The values of the macroscopic loss factor obtained are compared with those calculated by using the conventional modal strain energy method (MSE). Consequently, the present values of the macroscopic loss factor become close to those by the MSE asymptotically as the aspect ratio of the particle increases and both values differ from each other in the range of relative low aspect ratio of the particle.

Key Words: Equivalent Inclusion Method, Loss Factor, Polymer Blend Composite, Sea-island Morphology, Modal Strain Energy Method

1. 緒 言

騒音対策のために、制振性の高いポリマを金属板に接着して積層した制振複合板が多用されている。このような制振複合板は、2枚の金属板でポリマ層を挟んだものと金属板の片面または両面にポリマ層を接着したものとの大別される。前者は、主として複合板の曲げ振動に伴って生じるポリマ層のせん断変形によって振動エネルギーの散逸を図ろうとするものであり、一般に拘束形と呼ばれている。後者はポリマ層の伸縮変形によるエネルギー散逸を利用するものであり、非拘束形と呼ばれている。これらの複合板が使用される温度範囲はさまざまであるため、その制振特性を向上させるにはエネルギー散逸モードの違いに加えて、使用温度も考慮してポリマの損失係数や剛性を最適化する必要がある⁽¹⁾。しかしながら、ポリマはそのガラス転移点近傍の極めて狭い温度範囲でのみ高い損失係数を

示すという特徴があるため、単体の材料では損失係数と剛性を同時に望みの値に設定することは困難である。そのため、2種類の異なるポリマをブレンドすることが検討されている。この際、ポリマの種類とその配合割合によって構造が変化し、ある場合には一方のポリマが連続相となり、他方が独立相を形成するという海島構造が形成されることになる。したがって、ブレンドする各ポリマの特性に加えてブレンド後の構造もその損失係数や剛性に影響を与えることはいうまでもない。これまでのところ、制振板に最適な損失係数や剛性を有するポリマブレンドの創成は、試行錯誤的な実験によって行われているのが実情である^{(2)~(7)}。このような状況をかんがみ、著者らは前報⁽⁸⁾で拘束形制振板に用いられるポリマブレンドに着目し、島粒子の形状を回転た円体とした海島構造を想定してこれをモデル化し、等価介在物法⁽⁹⁾とMori-Tanakaの定理⁽¹⁰⁾を用いることで、このポリマブレンド複合材料が定常振動するせん断応力を受ける場合について解析し、せん断モードにおける巨視的損失係数を求めた。これを受けて、本研究では非拘束形制振板に用いられる場合、すなわち、定常振動する垂直応力を受ける場合について解析し、垂直モードにおける巨視的損失係数を定式化するとともに、従来から用いられているモ

* 原稿受付 2007年4月2日。

^{*1} 正員、京都工芸繊維大学工学科学研究科(☎606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町)。^{*2} 正員、(株)神戸製鋼所技術開発本部機械研究所(☎651-2271 神戸市西区高塚台1-5-5)。^{*3} 正員、京都工芸繊維大学大学院工学科学研究科[現：三菱電機(株)]。

E-mail: a-sugimoto@kobelco.jp

ードひずみエネルギー(MSE)法⁽¹¹⁾の結果と比較することで解の妥当性を検証する。さらに、島粒子の損失係数や剛性あるいはアスペクト比が巨視的損失係数に及ぼす影響を明らかにする。

2. 高分子系複合材料のモデル化と解析

一般に、高分子材料が振動作用応力を受ける場合に、その振幅が小さい場合には線形粘弾性体として取扱うことができる。このとき、構成式は常微分方程式で表され、定常振動入力・定常振動応答を想定した場合にはこれは代数方程式へと帰着し、線形弾性体の構成式と形式的に一致することになる⁽¹²⁾。したがって、線形粘弾性体を構成要素とする複合材料の巨視的な複素弾性係数は、線形弾性体からなる複合材料の巨視的弾性係数に含まれる構成要素の弾性定数を複素弾性定数に置換えたものと形式的に一致することになる。このため、まず最初に線形弾性モデルに対する巨視的弾性係数を求めることにする。

2.1 巨視的弾性係数の解析

2.1.1 幾何学的モデル化 図1に海島構造を有する複合材料の解析モデルを示す。母材中に種々の形状を有する回転だ円体粒子 $\Omega(i)$ が存在し、これらが完全にランダムに分散されている状態を想定する。ただし、すべての回転だ円体粒子は x_3 軸を回転軸とし、 x_3 方向の主半軸の長さを $a_3(i)$ 、 x_1 - x_2 面内のそれを $a_1(i)$ とすると、粒子形状は、

$$\left[\frac{x_1}{a_1(i)}\right]^2 + \left[\frac{x_2}{a_1(i)}\right]^2 + \left[\frac{x_3}{a_3(i)}\right]^2 \leq 1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

となる。粒子 $\Omega(i)$ のアスペクト比を $\omega(i) = a_3(i)/a_1(i)$ 、弾性定数を $C_{ijkl}^*(i)$ と定義する。また、母材の弾性定数を C_{ijkl} とし、このような複合材料に垂直応力 $\sigma_1^0 = \sigma_2^0, \sigma_3^0$ が作用している状態を考える。

2.1.2 等価固有ひずみ 等価式は、粒子 $\Omega(i)$ 内で、

Fig. 1 Linear elastic model of a polymer blend composite material

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^0 + \bar{\sigma}_{ij} + \sigma_{ij}^{\infty}(i) \\ = C_{ijkl}[\epsilon_{kl}^0 + \bar{\epsilon}_{kl} + S_{klmn}(i)\epsilon_{mn}^*(i) - \epsilon_{kl}^*(i)] \\ = C_{ijkl}^*(i)[\epsilon_{kl}^0 + \bar{\epsilon}_{kl} + S_{klmn}(i)\epsilon_{mn}^*(i)] \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

となる。 ϵ_{ij}^0 は作用ひずみ、 $\bar{\sigma}_{ij}$ と $\bar{\epsilon}_{ij}$ は相互作用場であり、これらの間には、

$$\bar{\sigma}_{ij}^0 = C_{ijkl}\epsilon_{kl}^0, \quad \bar{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}\bar{\epsilon}_{kl} \quad \dots\dots\dots (3)$$

なる関係がある。また、 $\epsilon_{ij}^*(i)$ は母材と $\Omega(i)$ の弾性定数の違いを代行する等価固有ひずみ、 $\sigma_{ij}^{\infty}(i)$ は固有応力である。 $\sigma_{ij}^{\infty}(i)$ は式(2)と式(3)より、

$$\sigma_{ij}^{\infty}(i) = C_{ijkl}[S_{klmn}(i)\epsilon_{mn}^*(i) - \epsilon_{kl}^*(i)] \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。 $S_{ijkl}(i)$ は $\Omega(i)$ のEshelbyテンソルであり、回転だ円体の $\Omega(i)$ に対しては、

$$\begin{aligned} S_{1111}(i) &= S_{2222}(i) \\ &= \frac{5-4\nu}{8(1-\nu)}[1-H_3^s(i)] + \frac{3[H_3^s(i)-H_{31}^s(i)]}{8(1-\nu)} \quad \dots\dots\dots (5\cdot a) \end{aligned}$$

$$S_{3333}(i) = H_3^s(i) + \frac{H_3^s(i)-H_{31}^s(i)}{1-\nu} \quad \dots\dots\dots (5\cdot b)$$

$$\begin{aligned} S_{1122}(i) &= S_{2211}(i) \\ &= -\frac{1-4\nu}{8(1-\nu)}[1-H_3^s(i)] + \frac{[H_3^s(i)-H_{31}^s(i)]}{8(1-\nu)} \quad \dots\dots\dots (5\cdot c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{2233}(i) &= S_{1133}(i) \\ &= \frac{\nu}{2(1-\nu)}[1-H_3^s(i)] - \frac{H_3^s(i)-H_{31}^s(i)}{2(1-\nu)} \quad \dots\dots\dots (5\cdot d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{3311}(i) &= S_{3322}(i) \\ &= \frac{\nu}{1-\nu}H_3^s(i) - \frac{[H_3^s(i)-H_{31}^s(i)]}{2(1-\nu)} \quad \dots\dots\dots (5\cdot e) \end{aligned}$$

となる。ここで ν は母材のポアソン比である。また、 $H_3^s(i)$ と $H_{31}^s(i)$ は、著者らが求めた回転だ円体に対するEshelbyテンソルの形状因子⁽¹³⁾であり、種々の回転だ円体に対して、

$$\begin{aligned} (1) \text{ 円柱 } [a_1(i)=a_2(i), a_3(i) \rightarrow \infty] \\ H_3^s(i) = H_{31}^s(i) = 0 \quad \dots\dots\dots (6\cdot a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 偏長回転だ円体 } [a_1(i)=a_2(i) < a_3(i)] \\ H_3^s(i) = 1 - \frac{\omega(i)}{[\omega(i)^2 - 1]^{3/2}} \\ \times \{ \omega(i)[\omega(i)^2 - 1]^{1/2} - \cosh^{-1} \omega(i) \} \\ H_{31}^s(i) = \frac{1-3H_3^s(i)}{2[\omega(i)^2 - 1]} \quad \dots\dots\dots (6\cdot b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ 球 } [a_1(i)=a_2(i)=a_3(i)] \\ H_3^s(i) = 1/3, \quad H_{31}^s(i) = 1/5 \quad \dots\dots\dots (6\cdot c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \text{ 偏平回転だ円体 } [a_1(i)=a_2(i) > a_3(i)] \\ H_3^s(i) = 1 - \frac{\omega(i)}{[1-\omega(i)^2]^{3/2}} \\ \times \{ \cos^{-1} \omega(i) - \omega(i)[1-\omega(i)^2]^{1/2} \} \end{aligned}$$

$$H_{33}^s(i) = -\frac{1-3H_{33}^s(i)}{2[1-\omega(i)^2]} \dots\dots\dots (6 \cdot d)$$

と求められている。

等価式(2)を静水圧成分と偏差成分とに分離すると、

$$3K[\epsilon_{ii}^0 + \bar{\epsilon}_{ii} + S_{ijk}(i)\epsilon_{kl}^*(i) - \epsilon_{ii}^*(i)] \\ = 3K^*(i)[\epsilon_{ii}^0 + \bar{\epsilon}_{ii} + S_{ijk}(i)\epsilon_{kl}^*(i)] \dots\dots\dots (7 \cdot a)$$

$$2\mu[\epsilon_{ij}^0 + \bar{\epsilon}_{ij} + S_{ijk}(i)\epsilon_{kl}^*(i) - \epsilon_{ij}^*(i)] \\ = 2\mu^*(i)[\epsilon_{ij}^0 + \bar{\epsilon}_{ij} + S_{ijk}(i)\epsilon_{kl}^*(i)] \dots\dots\dots (7 \cdot b)$$

となる。ここで K と μ , $K^*(i)$ と $\mu^*(i)$ はそれぞれ母材と $\Omega(i)$ の体積弾性率と剛性率である。また、 ϵ_{ij}^0 など偏差成分を表し、 $S_{ijk}(i)$ は、

$$S_{ijk}(i) = S_{ijk}(i) - S_{ijk}(i)/3 \dots\dots\dots (8)$$

を意味する。

x_1 - x_2 面内の対称性を考慮して、式(7)を整理すると、

$$3(1-\nu)(\epsilon_{ii}^0 + \bar{\epsilon}_{ii}) + (1+\nu)L_{11}(i)\epsilon_{ii}^*(i) \\ - (1-2\nu)R_0(i)[\epsilon_{33}^*(i) - \epsilon_{11}^*(i)] = 0 \dots\dots\dots (9 \cdot a)$$

$$(1-\nu)[(\epsilon_{33}^0 - \epsilon_{11}^0) + (\bar{\epsilon}_{33} - \bar{\epsilon}_{11})] - \frac{1+\nu}{6}\epsilon_{ii}^*(i) \\ + \frac{1}{2}[R_{11}(i) + L_{11}(i)][\epsilon_{33}^*(i) - \epsilon_{11}^*(i)] = 0 \\ \dots\dots\dots (9 \cdot b)$$

となる。ここで、

$$g(i) = \mu^*(i)/\mu \dots\dots\dots (10 \cdot a)$$

$$L_K(i) = \frac{K^*(i)}{K^*(i) - K} \\ = \frac{g(i) \frac{1+\nu^*(i)}{1-2\nu^*(i)}}{g(i) \frac{1+\nu^*(i)}{1-2\nu^*(i)} - \frac{1+\nu}{1-2\nu}} \dots\dots\dots (10 \cdot b)$$

$$L_\mu(i) = \frac{\mu^*(i)}{\mu^*(i) - \mu} = \frac{g(i)}{g(i) - 1} \dots\dots\dots (10 \cdot c)$$

$$L_{11}(i) = \frac{1}{1+\nu}[3(1-\nu)L_K(i) - 2(1-2\nu)] \\ \dots\dots\dots (10 \cdot d)$$

$$L_{11}(i) = 2(1-\nu)L_\mu(i) - \frac{1}{3}(1-2\nu) \dots\dots\dots (10 \cdot e)$$

$$R_0(i) = 1 - 3H_{33}^s(i) \dots\dots\dots (10 \cdot f)$$

$$R_{11}(i) = 3[H_{33}^s(i) - H_{33}^s(i)] - \frac{1}{3}(1-2\nu)R_0(i) - 1 \\ \dots\dots\dots (10 \cdot g)$$

であり、 $\nu^*(i)$ は粒子 $\Omega(i)$ のポアソン比である。等価式(9)を解くと、等価固有ひずみ $\epsilon_{ii}^*(i)$ と $\epsilon_{33}^*(i) - \epsilon_{11}^*(i)$ は、

$$\epsilon_{11}^*(i) = -\frac{1-\nu}{1+\nu}J_0(i)\{3[R_{11}(i) + L_{11}(i)](\epsilon_{ii}^0 + \bar{\epsilon}_{ii}) \\ + 2(1-2\nu)R_0(i)[(\epsilon_{33}^0 - \epsilon_{11}^0) + (\bar{\epsilon}_{33} - \bar{\epsilon}_{11})]\} \\ \dots\dots\dots (11 \cdot a)$$

$$\epsilon_{33}^*(i) - \epsilon_{11}^*(i) = -(1-\nu)J_0(i)\{R_0(i)(\epsilon_{ii}^0 + \bar{\epsilon}_{ii}) \\ + 2L_{11}(i)[(\epsilon_{33}^0 - \epsilon_{11}^0) + (\bar{\epsilon}_{33} - \bar{\epsilon}_{11})]\} \dots\dots\dots (11 \cdot b)$$

となる。ここで、

$$J_0(i) = \frac{1}{L_{11}(i)[R_{11}(i) + L_{11}(i)] - \frac{1-2\nu}{3}R_0(i)^2} \\ \dots\dots\dots (12)$$

である。

2・1・3 相互作用ひずみ 粒子 $\Omega(i)$ の数が膨大で完全にランダムに分散していると仮定すると、相互作用応力 $\bar{\sigma}_{ij}$ は、Mori-Tanaka の定理⁽¹⁰⁾により固有応力 $\sigma_{ij}^0(i)$ と $\Omega(i)$ の体積含有率 $f(i)$ を用いて、

$$\bar{\sigma}_{ij} = -\sum_i f(i)\sigma_{ij}^0(i) \dots\dots\dots (13)$$

と表されるので、相互作用ひずみ $\bar{\epsilon}_{ij}$ は、式(3)、(4)を用いて、

$$\bar{\epsilon}_{ij} = -\sum_i f(i)[S_{ijk}(i)\epsilon_{kl}^*(i) - \epsilon_{ij}^*(i)] \dots\dots\dots (14)$$

となる。式(14)より、 x_1 - x_2 面内の対称性を考慮すること、

$$\bar{\epsilon}_{ii} = -\sum_i f(i)[S_{ijk}(i)\epsilon_{kl}^*(i) - \epsilon_{ii}^*(i)] = \sum_i f(i)\frac{1-2\nu}{3(1-\nu)}\{2\epsilon_{ii}^*(i) + R_0(i)[\epsilon_{33}^*(i) - \epsilon_{11}^*(i)]\} \dots\dots\dots (15 \cdot a)$$

$$\bar{\epsilon}_{33} - \bar{\epsilon}_{11} = -\frac{3}{2}\sum_i f(i)[S_{33kl}(i)\epsilon_{kl}^*(i) - \epsilon_{33}^*(i)] \\ = \sum_i f(i)\frac{1}{6(1-\nu)}\left\{(1+\nu)R_0(i)\epsilon_{ii}^*(i) - 3\left[R_{11}(i) - \frac{1}{3}(1-2\nu)\right][\epsilon_{33}^*(i) - \epsilon_{11}^*(i)]\right\} \dots\dots\dots (15 \cdot b)$$

を得る。これらに式(11)を代入し、 ϵ_{ij}^0 と $\bar{\epsilon}_{ij}$ が材料内で一様であることを考慮して整理すると、

$$\bar{\epsilon}_{ii} = -Q_1(\epsilon_{ii}^0 + \bar{\epsilon}_{ii}) - Q_2[(\epsilon_{33}^0 - \epsilon_{11}^0) + (\bar{\epsilon}_{33} - \bar{\epsilon}_{11})] \dots\dots\dots (16 \cdot a)$$

$$\bar{\epsilon}_{33} - \bar{\epsilon}_{11} = -Q_3(\epsilon_{ii}^0 + \bar{\epsilon}_{ii}) - Q_4[(\epsilon_{33}^0 - \epsilon_{11}^0) + (\bar{\epsilon}_{33} - \bar{\epsilon}_{11})] \dots\dots\dots (16 \cdot b)$$

となる。式(16)を $\bar{\epsilon}_{ii}$ と $(\bar{\epsilon}_{33} - \bar{\epsilon}_{11})$ について解くと、

$$\bar{\epsilon}_{ii} = \frac{1}{Q_0}\{[(Q_4 + 1)Q_1 - Q_3Q_2]\epsilon_{ii}^0 + Q_2(\epsilon_{33}^0 - \epsilon_{11}^0)\} \dots\dots\dots (17 \cdot a)$$

$$\bar{\epsilon}_{33} - \bar{\epsilon}_{11} = \frac{1}{Q_0}\{Q_3\epsilon_{ii}^0 + [Q_4(Q_1 + 1) - Q_3Q_2](\epsilon_{33}^0 - \epsilon_{11}^0)\} \dots\dots\dots (17 \cdot b)$$

となる。式(17)を式(11)へ代入すると、

$$\varepsilon_{ii}^*(i) = -\frac{1-\nu}{1+\nu} \frac{J_0(i)}{Q_0} \{ [2(1-2\nu)R_0(i)Q_3 - 3[R_1(i) + L_{11}(i)](Q_4+1)]\varepsilon_{ii}^0 - \{2(1-2\nu)R_0(i)(Q_1+1) - 3[R_1(i) + L_{11}(i)]Q_2\}(\varepsilon_{33}^0 - \varepsilon_{11}^0) \} \quad (18\cdot a)$$

$$\varepsilon_{33}^*(i) - \varepsilon_{11}^*(i) = -(1-\nu) \frac{J_0(i)}{Q_0} \{ [2L_1(i)Q_3 - R_0(i)(Q_4+1)]\varepsilon_{ii}^0 - [2L_1(i)(Q_1+1) - R_0(i)Q_2](\varepsilon_{33}^0 - \varepsilon_{11}^0) \} \quad (18\cdot b)$$

を得る。式(18)より、 $\varepsilon_{33}^*(i)$ と $\varepsilon_{11}^*(i)$ は、

$$\varepsilon_{33}^*(i) = -\frac{1-\nu}{6\mu} \frac{J_0(i)}{Q_0} \{ [P_5(i)Q_3 - P_6(i)(Q_4+1)] \frac{1-2\nu}{1+\nu} \sigma_{ii}^0 - [P_5(i)(Q_1+1) - P_6(i)Q_2](\sigma_{33}^0 - \sigma_{11}^0) \} \quad (19\cdot a)$$

$$\varepsilon_{11}^*(i) = -\frac{1-\nu}{6\mu} \frac{J_0(i)}{Q_0} \{ [P_7(i)Q_3 - P_8(i)(Q_4+1)] \frac{1-2\nu}{1+\nu} \sigma_{ii}^0 - [P_7(i)(Q_1+1) - P_8(i)Q_2](\sigma_{33}^0 - \sigma_{11}^0) \} \quad (19\cdot b)$$

となる。ここで、

$$P_1(i) = \frac{1-2\nu}{3} R_0(i)^2 + \frac{2(1-2\nu)}{1+\nu} [R_1(i) + L_{11}(i)] \quad (20\cdot a)$$

$$P_2(i) = \frac{2(1-2\nu)}{3} R_0(i) \left[\frac{2(1-2\nu)}{1+\nu} + L_1(i) \right] \quad (20\cdot b)$$

$$P_3(i) = \frac{1}{2} R_0(i) \left[\frac{1}{3}(1-2\nu) + L_{11}(i) \right] \quad (20\cdot c)$$

$$P_4(i) = \frac{1-2\nu}{3} R_0(i)^2 - \left[R_1(i) - \frac{1}{3}(1-2\nu) \right] L_1(i) \quad (20\cdot d)$$

$$P_5(i) = \frac{2(1-2\nu)}{1+\nu} R_0(i) + 4L_1(i) \quad (20\cdot e)$$

$$P_6(i) = \frac{3[R_1(i) + L_{11}(i)]}{1+\nu} + 2R_0(i) \quad (20\cdot f)$$

$$P_7(i) = \frac{2(1-2\nu)}{1+\nu} R_0(i) - 2L_1(i) \quad (20\cdot g)$$

$$P_8(i) = \frac{3[R_1(i) + L_{11}(i)]}{1+\nu} - R_0(i) \quad (20\cdot h)$$

$$Q_j = \sum_i f(i) J_0(i) P_j(i) \quad (j=1\sim 6) \quad (20\cdot i)$$

$$Q_0 = Q_2 Q_3 - (Q_4+1)(Q_1+1) \quad (20\cdot j)$$

である。

2・1・4 巨視的弾性係数 複合材料に生じる巨視的の平均ひずみ $\bar{\varepsilon}_{ij}$ は内部応力の和の条件より、

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij}^0 + \sum_i f(i) \varepsilon_{ij}^*(i) \quad (21)$$

となる⁽¹³⁾。また、巨視的弾性係数 $\bar{E}_{33}$ は、

$$\bar{E}_{33} = \frac{\sigma_{33}^0}{\bar{\varepsilon}_{33} | \sigma_{11}^0 = \sigma_{22}^0 = 0} \quad (22)$$

により求められる。式(19・a)、(21)と式(22)より、 $\bar{E}_{33}$ は、

$$\bar{E}_{33} = \frac{2\mu(1+\nu)}{1-\chi} \quad (23)$$

となる。ここで、

$$\chi = \frac{(1-\nu)(1+\nu)}{3Q_0} \left\{ \left[\frac{1-2\nu}{1+\nu} Q_3 - (Q_1+1) \right] Q_5 \right.$$

$$\left. - \left[\frac{1-2\nu}{1+\nu} (Q_4+1) - Q_2 \right] Q_6 \right\} \quad (24)$$

である。

2・2 巨視的複素弾性係数の解析 図2は図1に対応する線形粘弾性体モデルである。粒子 $\Omega(i)$ の幾何形状は図1と同様とし、その複素弾性定数を $C_{ijkl}^*(i)$ とおく。また、母材の複素弾性定数を C_{ijkl}^c とし、 $\sigma_{11}^0 \exp(i\omega t) = \sigma_{22}^0 \exp(i\omega t)$, $\sigma_{33}^0 \exp(i\omega t)$ なる定常振動作用応力が作用している状態を想定する。ここで ω は角振動数、 t は時間、 i は虚数単位である。十分時間が経過し、定常応答が生じているときには、図2のモデルの巨視的複素弾性係数は図1の線形弾性モデルにおける巨視的弾性係数に形式的に対応することになる。このため、式(23)に含まれる母材と粒子 $\Omega(i)$ の剛性率 μ , $\mu^*(i)$ 、ポアソン比 ν , $\nu^*(i)$ を、

$$\mu \rightarrow \mu^c = \mu' + i\mu'' = \mu'(1 + i \tan \delta_\mu) \quad (25\cdot a)$$

$$\mu^*(i) \rightarrow \mu^{*c}(i) = \mu^{*'}(i) + i\mu^{*''}(i) = \mu^{*'}(i)[1 + i \tan \delta_\mu^*(i)] \quad (25\cdot b)$$

$$\nu \rightarrow \nu^c = \nu' + i\nu'' \quad (25\cdot c)$$

$$\nu^*(i) \rightarrow \nu^{*c}(i) = \nu^{*'}(i) + i\nu^{*''}(i) \quad (25\cdot d)$$

と置換えればよい。このとき、

$$\chi^c = \chi' + i\chi'' \quad (26)$$

Fig. 2 Linear visco-elastic model of a polymer blend composite material

とおくと、複素弾性係数の実部 $\bar{E}_{33}$ と虚部 $\bar{E}_{33}''$ は、それぞれ

$$\frac{\bar{E}_{33}}{2\mu'(1+\nu')} = \frac{[(1-\chi')-\chi''\tan\delta_\mu] - \frac{\nu''}{1+\nu'}[(1-\chi')\tan\delta_\mu + \chi'']}{(1-\chi')^2 + \chi''^2} \quad (27\cdot a)$$

$$\frac{\bar{E}_{33}''}{2\mu'(1+\nu')} = \frac{[(1-\chi')\tan\delta_\mu + \chi''] + \frac{\nu''}{1+\nu'}[(1-\chi')-\chi''\tan\delta_\mu]}{(1-\chi')^2 + \chi''^2} \quad (27\cdot b)$$

となる。さらに、巨視的損失係数 $\tan\bar{\delta}_E$ は、この実部と虚部の比をとることで求められ、

$$\tan\bar{\delta}_E = \frac{[(1-\chi')\tan\delta_\mu + \chi''] + \frac{\nu''}{1+\nu'}[(1-\chi')-\chi''\tan\delta_\mu]}{[(1-\chi')-\chi''\tan\delta_\mu] - \frac{\nu''}{1+\nu'}[(1-\chi')\tan\delta_\mu + \chi'']} \quad (28)$$

となる。

なお、母材のポアソン比は複素剛性率 μ^c と複素弾性係数 E^c を用いて表され、複素弾性係数に対する損失係数を $\tan\delta_E$ 、複素剛性率に対する損失係数を $\tan\delta_\mu$ とおくと、

$$\nu^c = E^c/2\mu^c - 1 = E(1+i\tan\delta_E)/2\mu(1+i\tan\delta_\mu) - 1 \quad (29)$$

となるが、 $\tan\delta_\mu$ の値は、 $\tan\delta_E$ と同じではなく、わずかに大きくなるといわれている⁽¹⁴⁾。このため、巨視的複素弾性係数や巨視的損失係数の解析の際に、複素ポアソン比の虚部を非零として取扱った。しかしながら、第一次近似的には虚部を零とおくことも可能であると思われる。

3. 解析結果および考察

3・1 巨視的損失係数に及ぼす粒子アスペクト比の効果

3・1・1 モードひずみエネルギー法 従来、用いられているモードひずみエネルギー(MSE)法⁽¹¹⁾は、複合材料の各構成要素に蓄えられる弾性ひずみエネルギー分担率にその損失係数を乗じて総和をとるというものであり、巨視的損失係数 $\tan\bar{\delta}_E$ は、

$$\tan\bar{\delta}_E = \frac{W_m}{W_m + W_p} \tan\delta_E + \frac{W_p}{W_m + W_p} \tan\delta_E^* \quad (30)$$

により求める。ここで W_m と W_p はそれぞれ母材と粒子に蓄えられる弾性ひずみエネルギーである。通常の MSE 法では、これらのひずみエネルギーはいわゆる複合則により求められている。以降、このようにして巨視的損失係数を求める方法を通常の MSE 法と呼ぶことにする。

本解析においては、母材と粒子に蓄えられる弾性ひずみエネルギーを厳密に求めることが可能である。図1に示した線形弾性モデルにおける粒子の等価固有ひずみ $\varepsilon_{ij}^*(i)$ を用いると、

$$W_m + W_p = \frac{1}{2} \int_D \sigma_{ij}^0 \varepsilon_{ij}^0 dD + \frac{1}{2} \sum_i \int_{\Omega(i)} \sigma_{ij}^0 \varepsilon_{ij}^*(i) dD \quad (31\cdot a)$$

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_i \int_{\Omega(i)} [\sigma_{ij}^0 + \bar{\sigma}_{ij} + \sigma_{ij}^{\omega}(i)] [\varepsilon_{ij}^0 + \bar{\varepsilon}_{ij} + S_{ijkl}(i) \varepsilon_{kl}^*(i) - \varepsilon_{ij}^*(i)] dD \\ + \frac{1}{2} \sum_i \int_{\Omega(i)} [\sigma_{ij}^0 + \bar{\sigma}_{ij} + \sigma_{ij}^{\omega}(i)] \varepsilon_{ij}^*(i) dD \quad (31\cdot b)$$

となるため、式(31)に式(4)、(5)、(14)を代入し、さらに式(19)を代入することで母材と粒子の弾性ひずみエネルギーが求められる。得られた各領域の弾性ひずみエネルギーを式(30)に代入することで巨視的損失係数が求められる。以降これを Micro+MSE 法と呼ぶことにする。Micro+MSE 法は、母材と粒子のエネルギー分担率を厳密に考慮しているため、エネルギーに対する相互作用効果は反映できるものと思われる。しかしながら、損失係数自身の相互作用を表すことはできないため、母材と粒子の損失係数の違いが小さいかあるいは粒子の体積含有率が少ない場合にのみ適用

可能であると思われる。

3・1・2 モードひずみエネルギー法との比較

MSE 法、Micro+MSE 法と本解析結果の比較を図3に示す。解析に際しては、粒子は1種類のみとし、その体積含有率 f を0.3とした。また、母材と粒子のポアソン比の実部 ν' 、 ν^{*} をそれぞれ0.4とした。さらに、虚部 ν'' 、 ν^{*} については、2・2節で述べたように第一次近似として零を用いた。縦軸は巨視的損失係数 $\tan\bar{\delta}_E$ 、横軸は粒子のアスペクト比 ω であり、図中の太線は本解析結果、破線は従来の MSE 法の結果、細線は Micro+MSE の結果を示す。図3(a)は母材の

損失係数 $\tan \delta_\mu = 0.1$ の場合、(b) は $\tan \delta_\mu = 0.5$ の場合の結果であり、粒子の損失係数 $\tan \delta_\mu^*$ をパラメータとしている。

図3より、従来のMSE法による $\tan \bar{\delta}_E$ は粒子のアスペクト比 ω によらず一定となっていることがわかる。これは粒子と母材の弾性ひずみが等しいという複合則の結果を用いたことによるものであり、極めて当然の結果である。複合則によるエネルギー計算は、 ω の値が大きくなり円柱に近づくに従って粒子と母材の弾性ひずみが等しいという仮定が成立するため、この範囲では正しい解を与えるものと考えられる。本解析結果並びにMicro+MSEの結果は、 ω が比較的大きい範囲では、両者ともにMSEの結果と完全に一致していることがわかる。

一方、これらの結果はともに ω が減少するに従って、 $\tan \bar{\delta}_E$ が増加する傾向にある。さらに、 ω が減少するに従って、Micro+MSEの結果は ω が約0.1以下ではほぼ一定となっているのに対して、本解析結果はこの後若干小さくなる傾向にある。また、図3(a)と図3(b)を比較することによって、本解析結果とMicro+MSEの結果の差は、粒子の損失係数 $\tan \delta_\mu^*$ が小さくなると減少する傾向にある。前述したように、Micro+MSEの結果は、母材と粒子の損失係数差

が小さくなると正しい結果を与えると予想されている。

以上のことから、本解析結果は、従来のMSE法とMicro+MSE法が妥当な結果を示すと考えられている範囲においては、これらとよく一致していることがわかる。したがって、これにより本解析結果の妥当性が証明できたものと思われる。

3・2 巨視的損失係数に及ぼす粒子の材料定数の影響

図4(a)～(c)に、粒子のアスペクト比 $\omega = 100$ の場合に対する巨視的損失係数 $\tan \bar{\delta}_E$ の等高線図を示す。図4(a)は従来のMSE、(b)はMicro+MSE、(c)は本解析結果である。いずれの図においても、母材の損失係数 $\tan \delta_\mu = 0.1$ とし、図の横軸は粒子の複素剛性率の実部 μ^* を母材の複素剛性率の実部 μ' で無次元化した μ^*/μ' であり、縦軸は粒子の損失係数 $\tan \delta_\mu^*$ である。

図4より、これらの解析結果はすべて同様の等高線図を示しており、またその値もよく一致していることがわかる。これは、 $\omega = 100$ という比較の長い粒子を用いたためであり、図3の結果からもこれらは一致することが十分予想できるものである。

図5(a)～(c)に粒子のアスペクト比 $\omega = 1$ 、すなわち、球形粒子に対する結果を示す。図の順序は先程と同様である。これらの図より、MSEについてはその結果が ω に依存することはないため、図4(a)と全く同様であるが、図5(b)のMicro+MSEの結果はこれとは異なり、 μ^*/μ' が小さい領域では $\omega = 100$ の場合と同じような傾向を示すが、 $\mu^*/\mu' = 1.0$ 、 $\tan \delta_\mu^* = 5.0$ 付近で $\tan \bar{\delta}_E$ が最大となる領域が存在する。これらの結果に対して、図5(c)に示した本解析結果は全く異なり、 $\mu^*/\mu' = 0.5$ 付近に $\tan \bar{\delta}_E$ が最も大きくなる領域が存在することがわかる。 $\tan \bar{\delta}_E$ の値のいかんを問わず、それぞれの結果でこれが最大となる領域に着目すると、図5(a)→図5(b)→図5(c)の変化につれて、最大領域は図の右側から左側にシフトしていくことがわかる。さらに、特筆すべきはその値であり、MSEの場合には $\tan \bar{\delta}_E$ の最大値は右上角の2.25、Micro+MSEでは1.50であるのに対して、本解析結果では0.5程度となっている。したがって、これらの結果より、粒子のアスペクト比が小さい場合にはMSEの手法による結果はかなり過大な評価を与えることがわかった。

4. 結 言

本研究では、非拘束形制振複合板に用いられるポリ

(a) For the case of $\tan \delta = 0.1$

(b) For the case of $\tan \delta = 0.5$

Fig. 3 Macroscopic loss factor $\tan \bar{\delta}_E$ vs ω

(a) MSE

(a) MSE

(b) Micro+MSE

(b) Micro+MSE

(c) Present result

(c) Present result

Fig. 4 Contour of macroscopic loss factor $\tan \delta_E$ ($\omega = 100$)Fig. 5 Contour of macroscopic loss factor $\tan \delta_E$ ($\omega = 1$)

マブレンド複合材料に着目し、これに含まれる島粒子のすべてが同じ複素弾性定数と形状をもち、その形状を回転だ円体とした海島構造を想定して、これをモデル化して等価介在物法とMori-Tanakaの定理を用いることにより、垂直モードにおける巨視的損失係数を定式化した。また、従来から用いられているモードひずみエネルギー(MSE)法と比較することにより、本解析結果の妥当性を示すことができた。

さらに、粒子の形状が球形の場合には、MSEの結果はかなり過大評価となることがわかった。しかし、このような巨視的損失係数に関する検討だけでは非拘束形制振複合板に好適なポリマブレンドを創出することができない。そこで、次報では本解析手法を用いて巨視的損失係数と巨視的弾性係数とを同時に最適化する島粒子の複素弾性定数や形状について検討を行う。

文 献

- (1) Beranek, L. L., *Noise and Vibration Control Engineering*, (2005), pp. 599-607, John Wiley & Sons, Inc.
- (2) Kita, M. and Kono, M., Damping Materials (in Japanese), *Plastics*, Vol. 43, No. 9 (1992), pp. 71-76.
- (3) Kadowaki, N. et al., Properties of VDSS Using Blend Type Thermosetting Resin Having Twin Damping Peaks, *Current Advances in Materials and Processes*, Vol. 5, No. 5 (1992), pp. 1782-1783.
- (4) Öborn, J. et al., Styrene-Ethylene/Butylene-Styrene Blends for Improved Constrained-Layer Damping, *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 80, No. 14 (2001), pp. 2865-2876.
- (5) Ito, T. and Sumida, M., The Relation of Vibration Damping Properties and Mechanical Characteristic of Organic Hybrid Damping Materials (in Japanese), *Science of Machine*, Vol. 54, No. 12 (2002), pp. 11-14.
- (6) Kasai, K. et al., A Constitutive Rule for Visco-elastic Materials Combining Iso-Butylene and Styrene Polymers, *Journal of Structure and Construction Engineering*, No. 569 (2003), pp. 47-54.
- (7) Wu, C., Interphase Migration of a Hindered Phenol Compound in Acrylate Rubber/Chlorinated Polypropylene Blends, *Polymer Journal*, Vol. 35, No. 3 (2003), pp. 286-289.
- (8) Araki, S. et al., Micromechanical Analysis of Macroscopic Loss Factor of a Polymer Alloy with a Sea-island Type of Structure, *Theoretical and Applied Mechanics Japan*, No. 53 (2004), pp. 3-17.
- (9) Mura, T., *Micromechanics of Defects in Solids*, 2nd Revised ed., (1987), pp. 449-455, Kluwer Academic Publishers.
- (10) Mori, T. and Tanaka, K., Average Stress in Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions, *Acta Metallurgica*, Vol. 21 (1973), pp. 571-574.
- (11) Inoue, Y. et al., Vibration Analysis for 3-Dimensional Damped Structure (2-Layer Damped Structure), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 66, No. 644 (2000), pp. 1089-1096.
- (12) Mura, T., *Micromechanics of Defects in Solids*, 2nd Revised ed., (1987), pp. 453-455, Kluwer Academic Publishers.
- (13) Araki, S. et al., Study on Equivalent Expressions for Composite Materials Containing Incompressible Constituent, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 71, No. 701 (2003), pp. 159-164.
- (14) Nielsen, L. E., *Mechanical Properties of Polymers and Composites* (Japanese edition), (1988), p. 11, Kagaku Doujin.