可変構造パラメータを有する適応構造システムにおける
自己同定可能性指標*仙 場 淳 彦^{*1}, 古 谷 寛^{*2}Criterion for Self-identification of Adaptive Structure Systems with
Variable Structural ParametersAtsuhiko SENBA^{*3} and Hiroshi FURUYA^{*3} Department of Information Engineering, Nagoya University,
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

The purpose of this study is to propose a criterion for evaluating a capability of variable structural parameters in adaptive structure systems to implement the self-identification with the variable matrices method. The criterion is derived by analyzing a set of the Modal Assurance Criterion corresponding to two independent mode shapes, which are changed by the variable structural parameters. To demonstrate the use of the criterion, we conduct parameter identification experiments with a cantilevered beam structure with a variable stiffness system. In the experiments, an extended form of the variable matrices method is used to identify unknown bending stiffness and mass per unit length of the beam. The results show clear relation between the identification accuracy and the proposed criterion, and therefore the criterion is useful for evaluating the capability of the variable parameters to change the modal properties effectively.

Key Words: Adaptive Structure, Sensitivity Analysis, Modal Analysis, Identification, Self-identification, Variable Structural Parameters, Modal Assurance Criterion

1. 序 論

外的環境変化や目的に応じて様々な適応性を持つ適応構造物⁽¹⁾が提案されて以来、約20年余りの間に、地上構造物及び機械においてスマート化や知的化を行う様々な構造概念および構造システムが提案されてきた。何れの概念も構造、センサ、アクチュエータ等を一体化することで性能向上や機能の創出が行われる。本研究では特に、構造内部に可変構造パラメータを有するシステムに着目し適応構造システムと定義する。

機械や構造物の数学モデルの慣性、減衰、剛性行列等の特性行列を、振動試験データを用いて修正するモデル更新手法は、計算機の処理能力向上に応じて1990年代以降、特に注目されている⁽²⁾。また、土木構造物の老朽化や人為的な非破壊検査の実施が困難なプラント及び宇宙構造物等の損傷位置や程度を振動特性から推定する損傷同定あるいは構造ヘルスマモニタリングに関す

る研究が活発に行われている⁽³⁾。

モデル更新ならびに特性行列同定の分野における様々な研究がなされてきた⁽⁴⁾⁽⁵⁾。一般に、未知数の数に対して実験的に計測可能なデータに含まれる情報量の不足が課題となる。このため、モデル更新における情報不足に対して、データ取得条件の改善を目的とした振動試験に関する研究が行われてきた。例えば、Nalittlelaらは、質量や剛性を付加し、振動データ量の増加を図る振動試験法を提案しており、摂動境界条件振動試験と呼ばれている⁽⁶⁾。しかし、構造内部に予め可変構造パラメータが組み込まれた適応構造システムやスマート構造物のための体系的な同定理論の構築は未だ十分に行われていない。

自己同定の概念は、適応構造システムが有する様々な可変構造パラメータを変化させることにより同定に必要な情報を増加させ、動力学特性を同定する概念であり、自己同定に基づく特性行列同定法として可変行列同定法を提案してきた⁽⁷⁾。これまで構造物に内蔵された各種の可変デバイスによる可変剛性⁽⁸⁾や可変慣性⁽⁹⁾といった物理パラメータ可変型、及び可変形状トラス(VGT)に代表される幾何形状可変型の適応構造

* 原稿受付 2006年7月18日。

^{*1} 正員、名古屋大学大学院情報科学研究科(☎464-8603 名古屋千種区不老町)。^{*2} 正員、東京工業大学大学院総合理工学研究科(☎226-8502 横浜市緑区長津田4259-G3-6)。

E-mail: senba@nuae.nagoya-u.ac.jp

物における可能性を明らかにしてきた⁽¹⁰⁾。しかしながら、自己同定の実現性を実証した例は報告されていない。また、可変構造パラメータの適切な制御方針や可変構造パラメータとして用いる各種のデバイスの配置の適切性を評価する指標等が必要であると考えられる。

自己同定の実現性を実証するために、本研究では柔軟梁と可変剛性バネからなる可変剛性システムを扱う。本システムの曲げ剛性や質量等を同定対象として、自己同定の概念に基づく構造パラメータ同定を行う。筆者らがこれまで提案してきた可変行列同定法⁽⁷⁾は、梁のような連続体の同定には直接対応していないため、可変行列同定法を梁の構造パラメータ同定に適した形式に拡張する必要がある。

以上の背景から本研究の目的は、可変構造パラメータを有する適応構造システムの自己同定能力を定量的に評価する自己同定可能性指標の提案を行うことである。加えて、従来、数値実験により可能性が示されてきた自己同定の実現性を付加バネと柔軟梁からなる可変剛性システムにより実証する。さらに有限要素モデルを用いた数値実験を行い、指標値と同定精度の関係を考察し、提案する指標の有効性を明らかにする。

2. 自己同定可能性指標の導出

可変行列同定法による自己同定では、可変構造パラメータにより振動モードの固有値、固有ベクトルが独立に変化可能であることが必要である⁽⁷⁾。本節では、可変構造パラメータにより変化する固有ベクトルの独立性を定量的に扱い、それを自己同定能力として評価する自己同定可能性指標を提案する。

2.1 自己同定可能性指標 自己同定可能性指標を、二つの異なるベクトルの独立性及び一致度を計るために広く用いられている *Modal Assurance Criterion (MAC)* 数に基づき導出する。まず、その動力学特性を線形システムとして表せる適応構造システムにおいて、適当な制御入力により構造内部の可変構造パラメータを制御可能であると仮定する。このとき制御入力により、 i 次固有ベクトルが、初期値 $\tilde{\mathbf{x}}_{i,j}$ から $\tilde{\mathbf{x}}_{i,j+1}$ に変化したとすると、二つの固有ベクトルの *MAC* 数は、

$$MAC_{j,j+1} = \frac{|\tilde{\mathbf{x}}_{i,j}^T \tilde{\mathbf{x}}_{i,j+1}|^2}{(\tilde{\mathbf{x}}_{i,j}^T \tilde{\mathbf{x}}_{i,j})(\tilde{\mathbf{x}}_{i,j+1}^T \tilde{\mathbf{x}}_{i,j+1})}, \quad (1)$$

と表され、右辺の値は次式を満たす。

$$0 \leq \frac{|\tilde{\mathbf{x}}_{i,j}^T \tilde{\mathbf{x}}_{i,j+1}|^2}{(\tilde{\mathbf{x}}_{i,j}^T \tilde{\mathbf{x}}_{i,j})(\tilde{\mathbf{x}}_{i,j+1}^T \tilde{\mathbf{x}}_{i,j+1})} \leq 1. \quad (2)$$

$MAC_{j,j+1} = 0$ の時、二つの固有ベクトルは直交し、一方、 $MAC_{j,j+1} = 1$ の時、二つのベクトルは平行であり

従属である。したがって、自己同定のためにはできるだけ *MAC* は 0 に近い方がよい。

同様に、 i 次モード固有ベクトルを複数回の構造パラメータ変化により m 回変化させたとき、 m 個の固有ベクトルが得られた場合には異なる二つの固有ベクトルの組の *MAC* 数の和は、

$$0 \leq \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m MAC_{j,k} \leq \frac{m(m-1)}{2}, \quad (j \neq k) \quad (3)$$

となるので、これらの平均的な値として次式で自己同定可能性指標 (*Criterion for Self-identification: CSI*) を定義する。

$$CSI = \frac{\frac{m(m-1)}{2} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m MAC_{j,k}}{\frac{m(m-1)}{2}}, \quad (j \neq k) \quad (4)$$

CSI は 0 から 1 の値をとり、*CSI* = 1 に近いほど得られた m 個の固有ベクトルは自己同定に適した組み合わせであることになる。

また、序論で触れたように、本稿で新たに提案する柔軟梁のための可変行列同定法では、固有ベクトルだけでなく、その積分値を含む係数行列の数値的特性が自己同定の精度に影響を与える。従って、式 (4) を拡張して、一般的な係数行列のための指標を合わせて提案する。これを拡張自己同定可能性指標 (*Extended Criterion for Self-identification: ECSI*) と呼ぶ。未知構造行列あるいは未知ベクトルにかかる係数行列を $\mathbf{A}$ とすると、式 (4) と同様の形式で、*ECSI* は以下のように表せる。

$$ECSI = \frac{\frac{m(m-1)}{2} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \frac{|\mathbf{A}_{i,j}^T \mathbf{A}_{i,k}|^2}{(\mathbf{A}_{i,j}^T \mathbf{A}_{i,j})(\mathbf{A}_{i,k}^T \mathbf{A}_{i,k})}}{\frac{m(m-1)}{2}}. \quad (5)$$

3. 可変剛性を有する柔軟片持ち梁の自己同定法

本章では、線形離散システムのための従来の可変行列同定法⁽⁷⁾を、連続体である梁のパラメータ同定法に拡張する。図 1 に示すように、鉛直下向きに一端固定された柔軟片持ち梁の一部にバネを取り付け、これを可変剛性システムとして扱う。付加するバネは、梁の一点で梁に対し垂直に固定され、微小変位の範囲で面外変位に対し線形バネとして働く。また、バネの質量は、梁に比べて無視できるとする。

柔軟梁の振動特性変化を生じさせる可変構造パラメータの制御入力は、 m 通りに変化する可変バネ定数とする。

$$\mathbf{u}_j = k_{vj}(x). \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (6)$$

次に、片持ち梁の固定点から長手方向の座標を x 、面外変位を $v(x, t)$ 、重力定数を g 、単位長さ質量を $\rho A(x)$ 、曲

げ剛性を $EI(x)$ とおく. ここではオイラー梁を仮定すると, 可変剛性を陽に含み, 重力を考慮した梁の運動方程式が次式のように表せる.

$$\begin{aligned} & \rho A(x) \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x) \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_x^L \rho A(x) g dx \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \right) + k_{vj}(x) v(x,t) = f(t). \end{aligned} \quad (7)$$

ここで, t は時間を表す. 式 (7) の解をモード形状, $w_{ij}(x)$, モード座標, $q_i(t)$ の積として, $v(x,t) = w_{ij}(x) q_i(t)$ と表すことができ, 外力の存在しない場合を仮定すると, 以下のような固有値問題が導かれる.

$$\begin{aligned} & -\lambda_{ij} \rho A(x) w_{ij}(x) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x) \frac{\partial^2 w_{ij}(x)}{\partial x^2} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_x^L \rho A(x) g dx \frac{\partial w_{ij}(x)}{\partial x} \right) + k_{vij}(x) w_{ij}(x) = 0, \end{aligned} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

ここで, $\partial^2 q_i(t) / \partial t^2 = -\lambda_{ij} q_i(t)$ であり, i, j, λ_i はそれぞれ, モード次数, 制御入力変化の次数, i 次モードの固有値である. 式 (8) より, j 番目制御入力に対応した i 次モードの等価質量 (慣性エネルギー), $\bar{k}_{ij}$, 等価剛性 (歪エネルギー), $\bar{m}_{ij}$ は次式で表せる.

$$\begin{aligned} \bar{k}_{ij} = & \frac{1}{2} \int_0^L \left[EI(x) \left\{ \frac{\partial^2 w_{ij}(x)}{\partial x^2} \right\}^2 \right. \\ & \left. + \int_x^L \rho A(x) g dx \left\{ \frac{\partial w_{ij}(x)}{\partial x} \right\}^2 + k_{vj}(x) w_{ij}^2 \right] dx, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\bar{m}_{ij} = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A(x) w_{ij}^2(x) dx. \quad (10)$$

あるいは, $\rho A(x), EI(x), k_{vj}$ を分離した形式で表すと,

$$\begin{aligned} k_{ij} = & \frac{1}{2} \int_0^L \left[EI(x) \left\{ \frac{\partial^2 w_{ij}(x)}{\partial x^2} \right\}^2 \right. \\ & \left. + \int_x^L \rho A(x) g dx \left\{ \frac{\partial w_{ij}(x)}{\partial x} \right\}^2 \right] dx, \end{aligned} \quad (11)$$

$$k_{vij} = \frac{1}{2} \int_0^L k_{vj}(x) w_{ij}^2 dx, \quad (12)$$

$$m_{ij} = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A(x) w_{ij}^2(x) dx. \quad (13)$$

となる. ここで, $\omega_{ij}^2 = \lambda_{ij}$ とおくと,

$$\omega_{ij} = \sqrt{\frac{\bar{k}_{ij}}{\bar{m}_{ij}}} = \sqrt{\frac{k_{ij} + k_{vij}}{m_{ij}}}, \quad (14)$$

であり, 式 (14) は,

$$\omega_{ij}^2 m_{ij} - k_{ij} = k_{vij}. \quad (15)$$

Fig. 1 Experimental setup for variable stiffness system

ここで, 右辺には可変構造パラメータ, 左辺には $EI(x)$, $\rho A(x)$ が含まれる. 従って, 式 (15) に基づき, $EI(x)$, $\rho A(x)$ などを同定可能であると考えられる.

片持ち梁が一様であると仮定できるとき, 曲げ剛性と単位質量は定数となり, 式 (15) は以下のように書き換えることができる.

$$\begin{aligned} & \rho A \omega_{ij}^2 \int_0^L w_{ij}^2(x) dx - EI \int_0^L \left\{ \frac{\partial^2 w_{ij}(x)}{\partial x^2} \right\}^2 dx \\ & - \rho A g \int_0^L (L-x) \left\{ \frac{\partial w_{ij}(x)}{\partial x} \right\}^2 dx \\ & = \int_0^L k_{vj}(x) w_{ij}^2(x) dx. \end{aligned} \quad (16)$$

式 (16) より, m 通りの可変構造パラメータ変化を用いた場合, 以下のような行列方程式にまとめられる.

$$\begin{bmatrix} a_{i1} & b_{i1} \\ a_{i2} & b_{i2} \\ \vdots & \vdots \\ a_{im} & b_{im} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \rho A \\ EI \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} c_{i1} \\ c_{i1} \\ \vdots \\ c_{im} \end{Bmatrix}, \quad (17)$$

ここで, a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} は, それぞれ既知量と計測値から与えられ,

$$\begin{aligned} a_{ij} = & \omega_{ij}^2 \int_0^L w_{ij}^2(x) dx - g \int_0^L (L-x) \left\{ \frac{\partial w_{ij}(x)}{\partial x} \right\}^2 dx, \\ b_{ij} = & - \int_0^L \left\{ \frac{\partial^2 w_{ij}(x)}{\partial x^2} \right\}^2 dx, \\ c_{ij} = & \int_0^L k_{vj}(x) w_{ij}^2(x) dx. \end{aligned} \quad (18)$$

4. 自己同定可能性指標を用いた自己同定実験

本節では, 柔軟片持ち梁の同定問題を取り上げ, まず構造パラメータ同定実験を行う. 次に, 可変剛性によるモード特性変化量を, 提案した指標により定量的に評価し, 同指標値と実験結果の誤差特性の関係を考察することにより, 提案指標の有効性を検討する.

Table 1 Condition of data acquisition

Number of data for FFT, N	32768
Sampling interval, Δt [sec]	0.005
Frequency resolution, Δf [Hz]	0.0061
Cutoff frequency of filter, f_c [Hz]	30
Analysis interval, [sec]	$30 \leq t \leq 60$

Table 2 Parameters for flexible beam

Length, L [m]	1.80
Width, b [m]	1.50×10^{-1}
Thickness, h [m]	1.56×10^{-3}
Density, ρ [kg/m ³]	2.70×10^3
Young's modulus, E [N/m ²]	6.83×10^{10}

4.1 実験装置 図1に可変剛性システムの実験装置構成を示す。実験装置は、柔軟梁、4個の歪ゲージ（共和電業：KFG-5-12-C1-23、各2ゲージ法）、ブリッジ回路（共和電業：DB-120P）、動歪アンプ4台（共和電業：DPM-711B）、A/D、D/A変換器を搭載したインターフェース部に用いる、Real-Time-Interface（dSPACE社：DS1103）、データ取得解析用PCなどから構成される。また、実時間でのデータ取得には、ControlDesk（dSPACE社：Version 2.1）を用いる。実験装置の柔軟梁の特性は、表2に示されたものを用いる。

実験データの取得に関するパラメータを表1に示す。表1中のフーリエ変換データ数 N は、計測装置でサンプルした $6001(=30/\Delta t + 1)$ 個の歪のデジタルデータに、周波数分解能を向上させるためにゼロを加えた後のデータ数である。歪ゲージ4点の各出力電圧は動歪アンプにより増幅されA/D変換してPCに取り込まれる。歪ゲージは、梁の固定端側からの距離、0.1、0.6、0.9、1.3 mの4箇所、またそれぞれを、 S_1, S_2, S_3, S_4 と定義する。

本実験では、式(6)における制御入力として用いる付加バネは、初期値を含め三通り($m=3$)に変化可能とし、それぞれ、 $k_{v1}=0$ 、 $k_{v2}=9.7 \pm 0.4$ 、 $k_{v3}=18.5 \pm 0.7$ N/mとする。なお、 k_{v2} 、 k_{v3} の誤差範囲は、実験で用いた片持梁の静的曲げ試験結果の誤差範囲に基づき定めた⁽¹¹⁾。

4.2 モード形状の補間 前節で導いた柔軟梁の構造パラメータ同定法では、梁の固有値ならびに固有ベクトルを観測値として用いる。しかしながら、梁の全領域に分布するセンサを用いたモード形状の厳密な計測は困難であり、離散点の計測値から推定する必要がある。本実験では、3次スプライン補間法を用いて計測可能な4点の歪及び片持ち梁の境界条件からモード形状を推定しこれを同定における観測値として用いる方法を採用する。よって、計測点4点と先端を含めた5

Fig. 2 Time history of strain at four sensor locations of flexible beam with variable stiffness ($j=2$) Fig. 3 Fourier spectrum, $|F(k)|$ calculated for time history of strain data by DFT, ($j=2$)

点の歪分布から3次スプライン補間によって梁の長さ方向に詳細な離散データを得る。ここでは、梁の長手方向、5 mm 間隔で計361点のスプライン補間を行いモード形状として用いる。以下にこのようなモード形状推定を用いた数値解析及び実験結果を示す。

4.3 実験結果 梁の微小変位を仮定した定式化を行ったため、梁は面外方向への弱い衝撃により加振を行った。加振点は、低次振動モードを励起するために梁の自由端部付近とした。ただし、今回の実験ではモード特性の計測が目的であるのでインパルスハンマ等による加振力の計測は行っていない。なお、付加バネ、 k_{v3} は、図1のように梁に取り付けたバネの反対面にもう一つ付加バネを取り付けることにより可変剛性を模倣した。

Fig. 4 Mode shape of 1st mode for flexible beam with variable stiffness

Fig. 5 Mode shape of 2nd mode for flexible beam with variable stiffness

実験により計測された自由振動波形の例として、図2に、梁の $x = 1.525 \text{ m}$ の位置に付加バネ、 k_{v2} を付加した時の歪ゲージより計測された歪の振動時刻歴を示す。また、各センサの時刻歴データ $y[n]$ ($n = 1, 2, \dots, N$) に対し、離散フーリエ変換 $F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y[n] e^{-j(2\pi/N)kn}$ を行い、その絶対値、 $|F(k)|$ を図3に示した。フーリエ変換を行う前に、エイリアシング対策として動歪アンプで 30 Hz のカットオフ周波数の2次パワースフィルタをかけた。また、リーケージ誤差への対策として、指数窓を用いた。ここで用いた指数窓は、指数窓の値が、計測開始時刻 ($t = 0 \text{ s}$) の時に1、計測終了時刻 ($t = 30 \text{ s}$) の時に 0.05 となるように設定した。なお、上記に示した図2は指数窓を乗じる前の波形である。

得られたフーリエ振幅と位相から、付加バネによって変化する1次、2次モード形状を求めた結果を図4、5に

Table 3 Dominant frequency [Hz] and mode number of each sensor: Case A and Case B

Sensor No.	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$
S_1	2.69 (2)	0.93 (1)	1.17 (1)
S_2	2.69 (2)	2.71 (2)	7.14 (3)
S_3	2.69 (2)	2.71 (2)	2.74 (2)
S_4	2.69 (2)	2.71 (2)	7.14 (3)

Table 4 Dominant frequency [Hz] of each sensor with constraint, ($f_{ij} \leq 4.9 \text{ Hz}$): Case C

Sensor No.	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$
S_1	2.69 (2)	0.93 (1)	1.17 (1)
S_2	2.69 (2)	2.71 (2)	1.16 (1)
S_3	2.69 (2)	2.71 (2)	2.74 (2)
S_4	2.69 (2)	2.71 (2)	2.75 (2)

それぞれ示した。ここで、歪分布から求まる $d^2w(x)/dx^2$ を累積台形積分を1回行い撓み角 $dw(x)/dx$ 、2回行うことにより撓み $w(x)$ を計算した。

上記の手順により、制御入力、 $j = 1, 2, 3$ の各場合に推定した卓越周波数と卓越モードの次数を表3から表5にまとめた。各表中の括弧内はモード次数を表す。これらの固有振動数の推定は、以下に行った。まず、実験で用いた4つの歪みセンサ、 S_1 から S_4 のうち、一つを「独立センサ」、他を「従属センサ」と定義する。独立センサにより計測した振動データのスペクトルから振幅が最大値となる周波数を推定し、これを独立センサにおける卓越モードと定義する。4つのセンサにおいて剛性を3通りに変化させると卓越モードを推定すると、計12通りの卓越周波数が推定される。当然、固有振動数の推定法は他の方法でも良い。

表3では、計12通りの振動数のうち、 S_1 を独立センサとした場合のみ、 $j = 2$ 、 $j = 3$ のとき1次モードと考えられる周波数が卓越した。その他、 S_2 から S_4 センサでは、何れも2次または3次モードが卓越した。次に、表4は、 0 Hz から 100 Hz の全周波数帯域を固有特性推定の解析対象帯域とせず、 0 Hz から 4.9 Hz のみを解析帯域とする周波数帯域に拘束条件を与えた場合、及び表5は、 0 Hz から 1.8 Hz を解析帯域の拘束条件とした場合の各センサにおける卓越した振動数とモード次数の推定値である。 1.8 Hz の解析帯域に関する境界は、実験で得られたフーリエスペクトルから推定される1次、2次固有振動数のおよその平均値、また、 4.9 Hz は、2次、3次固有振動数のおよその平均値からそれぞれ定めた。

Table 5 Dominant frequency [Hz] of each sensor with constraint, ($f_{ij} \leq 1.8$ Hz): Case D

Sensor No.	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$
S_1	0.62 (1)	0.93 (1)	1.17 (1)
S_2	0.62 (1)	0.93 (1)	1.16 (1)
S_3	0.62 (1)	0.93 (1)	1.16 (1)
S_4	0.62 (1)	0.93 (1)	1.16 (1)

Table 6 Identification result with variable stiffness from experimental data (4 sensors output)

Case	ρA [kg/m]	EI [Nm ²]
Case A	0.65 ± 0.03	3.42 ± 0.14
Case B	0.01 ± 0.001	0.04 ± 0.002
Case C	0.49 ± 0.02	2.62 ± 0.11
Case D	0.65 ± 0.03	3.33 ± 0.14
Exact	0.64 ± 0.003	3.27 ± 0.11

表 6 に 4 通りの異なる係数行列構成の場合の各同定結果を示す。ここで各同定結果の標準偏差は、本実験において含まれる様々な誤差要因の中で、最大の誤差範囲を含む付加バネ、 k_{v2} の誤差率と等しい 4.1% を仮定した。その他の誤差要因には、梁の長さ、板厚、周波数分解能、などが考えられるが、何れのパラメータの誤差率も付加バネの誤差範囲のオーダーよりも小さかった。ただし、後述の考察で述べるように、スプライン補間によるモード形状補間における誤差は、モード次数に依存して大きく変化するため、実験誤差とは区別して扱う。

表 6 において、Case A は、 S_1 を独立センサとして制御入力変化ごとのモード形状を推定した場合、Case B は、 S_1 から S_4 全てのセンサをそれぞれ独立センサとして用いた場合である。また、Case C 及び Case D は、解析帯域にそれぞれ、4.9 Hz、1.8 Hz 以下の拘束条件を加えた場合において、全てのセンサを用いたときの同定結果である。

Case A 及び Case D の二つの場合には、同定精度が同程度に高く、Case C では誤差は比較的大きいが物理的には妥当な誤差内で同定されたが、Case B では妥当な結果が得られなかった。Case B のみ 3 次モードの固有値、固有ベクトルを用いていることから、1 次、2 次モードの固有値、固有ベクトルの変化を用いた場合には、 $\rho A, EI$ の同定が可能であることが明らかになった。なお、最も精度の高い Case A、Case D の場合にも、曲げ剛性は、実際よりも大きく同定された。この原因は定式化において無視したバネの質量、バネ固定用のバ

Table 7 CSI , $ECSI$ and Condition number for lower three modes of variable stiffness system

	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
CSI	1.2e-03	1.2e-03	2.3e-05
$ECSI$	1.6e-02	6.1e-06	5.8e-08
$Cond(A)$	53.5	704.4	7201.5

Table 8 Identification result with variable stiffness from incomplete measurement (4 sensors output)

Mode, i	ρA [kg/m]	EI [Nm ²]
1	0.615	3.119
1, 2	0.618	3.172
1, 2, 3	(-0.0004)	(-0.007)
Exact	0.635	3.275

ルトの質量などに働く重力による付加剛性の影響であると考えられる。また、Case B の結果に示されたように、3 次モードの推定結果を係数行列に含めた場合には、妥当な精度の同定が行えなかった。

以上のように、パラメータ同定精度は明らかに用いるモードの組み合わせに依存していることが示された。本研究で提案する二つの指標値を用いて、これらの誤差特性を定量的に説明することができれば、提案指標の妥当性を示すことができる。

次節では、そのような観点から実験結果と対応した数値実験を行うことによって、提案指標と同定精度の関係を考察する。

4.4 自己同定可能性指標による考察 ここでは、実験と同様に、付加バネと柔軟梁からなる可変剛性システムの有限要素モデルを用いて自己同定実験を行い、前述のように用いる振動モードによって同定誤差が変化する要因について、提案指標を用いて考察する。梁の有限要素モデルは、オイラー梁要素を用いて、実験精度に対し十分な 36 要素数とした。また、鉛直に固定された梁への重力による付加剛性の効果も考慮した。梁に固定する三通りの付加バネの値は、それぞれ $k_{v1} = 0$, $k_{v2} = 9.7$, $k_{v3} = 19.4$ N/m とし、これらのバネ付加位置は、 $x = 1.5$ m とした。固有値、モード形状は実験と同じく、4 点の離散的な歪値に対し 3 次スプライン補間を用いて推定した。表 7 は、付加バネによる各モードの可制御性の指標として提案した CSI , $ECSI$, ならびに式 (17) の係数行列の条件数を計算した結果である。表 7 から、実験装置のモード形状の CSI は、3 次モードが最も小さく、1 次、2 次は同程度であった。一方、式 (17) の係数行列の $ECSI$ は、1 次モードが相対的に大きく、

Fig. 6 Measurement error of first mode due to spline interpolation

Fig. 8 Measurement error of third mode due to spline interpolation

Fig. 7 Measurement error of second mode due to spline interpolation

2次に比較し3桁, 3次に比較し5桁の差があることが明らかになった。各モードの条件数は, 1次モードが最も小さく, 2次は1次の約16倍, 3次は約140倍であった。これらから, 1次, 2次モードはモード形状変化の独立性を表すCSIは同程度であるが, 未知パラメータの係数行列に対応したECSIについては, 2次よりも1次の方が良好であるといえる。また, 3次モードはCSI, ECSI何れも小さく, モード形状の可制御性が低く, かつ観測誤差に対して感度が高いといえる。

式(17)を構成するために, $i=1$ のときは, (3×2) の係数行列, $i=1, 2$ のときは, (6×2) の係数行列, $i=1, 2, 3$ のときは, (9×2) の係数行列を構成する。表8に示されたように, 実験に対応した4点計測によるモード形状推定の場合には, 1次モードのみ, 1次, 2次のみのそれぞれの質量, 剛性の同定誤差は, それぞれ約3%, 約5%

以内であった。しかしながら, 1次から3次モードを用いた場合には, 物理的に妥当でない同定結果となった。従って, ECSIが大きく, 未知構造パラメータの係数行列の条件数が小さいモードでは精度良い自己同定が可能であるが, そうでない場合には同定精度の低下が起こることが確認され, これらは実験結果と整合性がとれている。

さらに, 各モードごとに, 式(17)に代入する複数の積分値の比較を行った。図6-8に次式で定義する無次元誤差を各モード毎に解析した結果を示す。

$$\varepsilon_1 = \frac{\int_0^L \left\{ \frac{\partial^2 \tilde{w}_{ij}(x)}{\partial x^2} \right\}^2 dx}{\int_0^L \left\{ \frac{\partial^2 w_{ij}(x)}{\partial x^2} \right\}^2 dx} - 1, \quad (19)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\int_0^L (L-x) \left\{ \frac{\partial \tilde{w}_{ij}(x)}{\partial x} \right\}^2 dx}{\int_0^L (L-x) \left\{ \frac{\partial w_{ij}(x)}{\partial x} \right\}^2 dx} - 1, \quad (20)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\int_0^L \tilde{w}_{ij}^2(x) dx}{\int_0^L w_{ij}^2(x) dx} - 1. \quad (j=1, 2, 3) \quad (21)$$

ここで, $\tilde{w}_{ij}(x)$, $w_{ij}(x)$ はそれぞれ, スプライン補間による近似モード形状, 真値である。図6, 7のように, 1次モードは最大3%程度, 2次モードは最大1%程度であるのに対し, 3次の誤差はかなり大きく, 特に撓みの積分値の誤差, ε_3 が大きいことが示された。これらの結果から, 観測誤差に対し最も感度の低い1次モードの観測精度が最も高く, 2次モードは, 観測精度のみであれば, 1次モードよりも高精度である。一方, 3次に関しては, 観測誤差に対して感度が高いうえに, 観測誤差も大きいため同定誤差が増加したものと考えられる。ただし, 各モードのモード形状推定精度はセンサ配置に依存しているため, センサ配置により本考察とは異なる

る誤差率になると考えられる。

以上の考察から, 本研究で提案する自己同定可能性指標を用いて, あらかじめ可変構造パラメータの自己同定能力の程度を把握することが可能になり, 適応構造システムの設計ならびに自己同定において要求される振動データの観測精度を把握できる可能性が示された。ただし, 実験から推定したモード形状を用いて自己同定可能性指標を計算する場合には, モード形状の推定精度を向上させることが重要である。特に高次モードの場合には, 一般にモード形状の推定が困難となり, 十分な数の計測点数とその適切な配置が要求される。

5. 結 論

自己同定を行う場合に, 自己同定の容易さを定量的に評価する二つの指標値の提案を行った。一つは固有ベクトルの独立性に基づく自己同定可能性指標であり, もう一つは未知構造パラメータに係る係数行列の列ベクトルの独立性指標である拡張自己同定可能性指標である。次に, 柔軟片持ち梁と付加バネからなる可変剛性システムの実験装置を構築し, 可変剛性による構造パラメータ同定を実証した。また, 有限要素法により実験と対応する数値実験を行い, 実験で生じた同定誤差と提案指標値との定量的関係を考察した。その結果, 提案した自己同定可能性指標が大きい程, 同定精度の向上が可能であること, 及び従来, 数値実験でのみ示されてきた可変構造パラメータを用いた自己同定の可能性が本実験により実証された。

文 献

- (1) Miura, K., Furuya, H., Adaptive Structure Concept for Future Space Applications, *AIAA J.*, Vol. 26, No.8 (1988), pp.995-1002.
- (2) Friswell, M.I., Mottershead, J.E., Finite Element Model Updating in Structural Dynamics, (1995), Kluwer Academic Publishers.
- (3) Ricles, J.M., Kosmatka, J.B., Damage Detection in Elastic Structures Using Vibratory Residual Forces and Weighted Sensitivity, *AIAA Journal*, Vol. 30, No.9 (1992), pp.2310-2316.
- (4) Kabe, A.M., Stiffness Matrix Adjustment Using Mode Data, *AIAA journal*, Vol. 23, No.9 (1985), pp.1431-1436.
- (5) Okuma, M., Shi, Q., Oho, T., Development of The Experimental Spatial Matrix Identification Method (Theory and Basic Verification With A Frame Structure), *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 219, No.1 (1999), pp.5-22.
- (6) Nalitoletla, N.G., Penny, J.E., Friswell, M.I., A Mass or Stiffness Addition Technique for Structural Parameter Updating, *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 7, (1992), pp.157-168.
- (7) Senba, A., Furuya, H., Identifiability and Limitation of Self-Identification of Adaptive Structures by Variable Matrices Method, *Journal of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 52, No. 609(2004), pp.479-486.
- (8) Onoda, J., Endo, T., Tamaoki, H., Watanabe, N., Vibration Suppression by Variable-Stiffness Members, *AIAA Journal*, Vol. 29, No.6 (1991), pp.977-983.
- (9) Furuya, H. and Kobori, A., Suppression of Multiple Modes Vibration of Flexible Structures with Adaptive Gyroscopic Damper System, *10th Int. Conference on Adaptive Structures and Technologies*, Technomic Publishing, (1999), pp.127-134.
- (10) Senba, A., Furuya, H., Self-Identification of Two-Dimensional Adaptive Structures with Variable Geometric Parameters, *Space Technology Japan, The Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 5, (2006), pp.1-7.
- (11) Senba, A., Self-identification of Adaptive Structure Systems Using Variable Structural Parameters, *Doctoral dissertation*, Tokyo Institute of Technology, (2006), pp.214-215.