歯車のプランジカットシェービングの コンピュータシミュレーション* (被加工歯車の連れ回りを考慮した解析)

仲 田 慎 平^{*1}, 森 脇 一 郎^{*2}
盛 田 幸 雄^{*3}, 濱 野 昭 宏^{*3}

Numerical Analysis of Plunge Cut Shaving (Follow Shaving)

Shimpei NAKADA^{*4}, Ichiro MORIWAKI,
Yukio MORITA and Akihiro HAMANO

^{**}Mitsubishi Materials Kobe Tools Corporation,
Nishioike, Kanagasaki, Uozumicho, Akashi-shi, Hyogo, 674-0071 Japan

In order to develop a better computer simulation program that can predict a shaved form of a work gear after plunge cut shaving, the authors applied an estimation of a transmission error of the gear to be shaved in the process. In the present paper, the transmission error is calculated from forces acts on tooth flanks of the shaved gear and the shaving cutter. The forces are estimated from contact stresses which are calculated with the equation for circular contact in Hertzian contact theory. As a result, calculated shaved forms show better agreement with measured one.

Key Words: Gear, Machine Element, Cutting Tool, Shaving, Numerical Analysis, Transmission Error

1. 緒 言

著者らは前報までにおいて、プランジカットシェービング加工をシミュレートし、被加工歯車の仕上り歯形を求めるプログラムを開発してきた⁽¹⁾。このプログラムは、被加工歯車とシェービングカッタが剛体であり、シェービング加工中に伝達誤差が生じていないときの、カッタ切れ刃の被加工歯車歯面への切込み量を初期不整量としている。実際のカッタ切れ刃の切込み量は、被加工歯車やシェービングカッタ、治具などの弾性変形、被加工歯車がシェービングカッタに連れ回りすることによる伝達誤差などが原因で初期不整量とは一致しない。このため、従来は加工中の被加工歯車の同時かみ合い歯数の変化⁽²⁾や接触線の長さの変化⁽³⁾

を解析し、シェービング加工後の被加工歯車の仕上り歯形を推定していた。著者らが開発したプログラムは、従来の解析方法に加え、カッタ切れ刃の切込み量が切削抵抗に与える影響も考慮するために、カッタ切れ刃の切込み体積の変化を解析している。その結果、凹凸の位置と形状がより実測値に近い被加工歯車の仕上り歯形の解析結果を得ることができたが、凹凸の大きさが実測値に一致しない諸元が存在した。そこで、被加工歯車の仕上り歯形の解析結果と実測値が一致するよう、カッタ切れ刃の切込み量をカッタ切れ刃の切込み体積の解析結果を用いて補正した。ところが、カッタ切れ刃の切込み量の補正係数は被加工歯車とシェービングカッタの諸元ごとに最適値が異なっていたため、被加工歯車の仕上り歯形の解析結果と実測値を一致させるには、実際の加工結果が必要であった⁽¹⁾。

本報では、シェービング加工における駆動歯車であるシェービングカッタに対する被加工歯車の伝達誤差を計算し、カッタ切れ刃の切込み量を補正する方法を提案する。この方法を用いると、実際のカッタ切れ刃の切込み量を初期不整量から計算するために、初期不

* 原稿受付 2006年12月11日。

^{*1} 正員、三菱マテリアル神戸ツールズ(株)(〒674-0071 明石市金ヶ崎西大池)。

^{*2} 正員、京都工芸繊維大学大学院工学科学研究科(〒606-8585 京都市左京区松ヶ崎)。

^{*3} 三菱マテリアル神戸ツールズ(株)。

E-mail: snakada@mmc.co.jp

整量に補正係数を掛けることが不要になる。その結果、補正係数を最適化するために、実際にシェービング加工する必要がなくなり、シェービングカッタ歯面を再研削することによる、被加工歯車の仕上り歯形への影響を予測することができる。伝達誤差の計算方法としては、被加工歯車歯面とシェービングカッタ歯面の接触部分に作用する荷重分布と歯のたわみ量、歯形誤差および伝達誤差で定義した積分方程式を解く方法がある⁽⁴⁾。この計算方法を採用してシェービング加工のシミュレーションを行う場合、任意のかみ合い状態ごとに非線形の連立方程式を解くことになるため、計算時間が膨大になるという問題があった。一方、伝達誤差を放物関数で近似する方法も提案されている⁽⁵⁾。この計算方法は伝達誤差を放物線の組み合わせで近似しているため、シェービング加工中の被加工歯車歯面形状の変化に対応できないという問題がある。そこで、本研究では被加工歯車とシェービングカッタを剛体と仮定し、被加工歯車の伝達誤差の初期値を与え、被動側歯面と従動側歯面に作用する荷重がつり合うときの伝達誤差を計算する。この方法により、積分方程式を解くことなく伝達誤差を求めることができるため、計算時間の短縮が期待できる。また、被加工歯車歯面形状の加工中の変化にも対応できる。

本報では、提案した方法を適用してシェービング加工のシミュレーションを行い、被加工歯車の仕上り歯形を計算し、実測歯形と比較し、妥当性を検討する。

Fig.1 Contact area

Fig.2 Contact of skew gear pair flank

2. 歯面に作用する荷重

シェービングカッタの切れ刃が被加工歯車歯面に切込むとき、被加工歯車歯面に作用する分布荷重について考える。図1のように、シェービング加工中の被加工歯車歯面は創成母線に沿った領域でシェービングカッタ歯面と接触する⁽⁶⁾。図中の格子は歯面上に設けた計算要素である歯面膜要素⁽¹⁾を示している。また、シェービング加工では、被加工歯車とシェービングカッタに軸角を与えてかみ合わせるため、両歯車歯面の創成母線が図2のように交差する。このとき、両歯車歯面に修整を施していない場合は円筒をねじって接触させたようになるが、プランジカットシェービング加工で用いられるシェービングカッタにはホローリードが施されているため、シェービングカッタ歯面は円筒よりも鼓形に近い。したがって、両歯車歯面の接触問題は単純に2つの円筒の接触として解くことはできない。そこで、両歯車歯面の接触問題を簡単にするために、両歯車歯面を歯たけ方向と歯すじ方向に分割し、分割した各領域に作用する分布荷重を求めることとする。さらに、分割した各領域に作用する分布荷重を簡単に求めるために、半球の接触問題に置き換えた。歯車歯面の曲率は歯たけ方向と歯すじ方向で異なるが、ここでは両歯車歯面の接触領域上の点での正面断面での曲率半径に代表させることとした。本報では、両歯車歯面の接触領域上の点を接点と呼ぶこととする。

被加工歯車歯面上の接点から被加工歯車の軸までの距離が r_{pw} であるとき、被加工歯車の基礎円半径を r_{bw} とすると、接点での正面圧力角 α_{pw} は、

$$\alpha_{pw} = \cos^{-1} \frac{r_{bw}}{r_{pw}} \quad (1)$$

となる。したがって、インボリュート曲線の性質から、接点での歯たけ方向の曲率半径 R_w は

$$R_w = r_{pw} \tan \alpha_{pw} \quad (2)$$

Fig.3 Contact stress

となる。シェービングカッタ歯面上的接触点での歯たけ方向の曲率半径 R_c も同様にして計算できる。

図3のように中心 O_w 、半径 R_w の球と中心 O_c 、半径 R_c の球が半径 a の領域で接触するとき、接触点に加えた荷重 P_0 と2球の中心距離の近寄り量 δ の関係は、ヘルツの接触理論⁽⁷⁾から次式で表すことができる。

$$\delta^3 = \frac{9(R_c + R_w)}{16R_c R_w} \left(\frac{1 - \nu_c^2}{E_c} + \frac{1 - \nu_w^2}{E_w} \right) P_0^2 \quad (3)$$

被加工歯車歯面を分割して得た1つの領域での初期不整量⁽¹⁾ t_1 を式(3)の近寄り量 δ に代入すると、カッタ切れ刃を初期不整量 t_1 だけ切込むのに必要な荷重が計算できる。このとき、2つの半球の接触領域は、円形であり、その半径 a は次式から求めることができる。

$$a^3 = \frac{3R_c R_w}{4(R_c + R_w)} \left(\frac{1 - \nu_c^2}{E_c} + \frac{1 - \nu_w^2}{E_w} \right) P_0 \quad (4)$$

図4は、被加工歯車歯面を分割した1つの領域と2つの半球に近寄り量を与えたときの接触領域を示している。図4のように被加工歯車歯面を分割した1つの領域の面積 S と2つの半球の接触面積は一致しない。そこで、被加工歯車歯面を分割した1つの領域に作用する荷重 P_{0p} を、面積 S と2つの半球の接触面積

Fig.4 Circular contact area and a flank film element

Fig.5 Forces act on tooth flanks

の比を用いて、次式で概算することとした。

$$P_{0p} = \frac{S}{\pi a^2} P_0 \quad (5)$$

式(5)から得られた荷重 P_{0p} を被加工歯車の1つの歯面全体で積分すると、被動側歯面に作用する荷重を P_d と従動側歯面に作用する荷重を P_f を計算できる。

3. 伝達誤差と歯面に作用するトルク

被加工歯車とシェービングカッタの回転を同期させる同期式シェービング盤を使用して同期シェービングが行われることもあるが、依然として被加工歯車の回転角度を制御しない連れ回り方式のシェービング盤が使用されることが多い。連れ回り方式のシェービング加工では、被加工歯車は自由に回転できるため、加工中の被加工歯車は被動側歯面と従動側歯面に作用する伝達トルクがつりあうと仮定する。

シェービングカッタの回転角度に対する被加工歯車の伝達誤差 $d\theta_w$ が変化すると、カッタ切れ刃の被加工歯車歯面への切込み量が増える。したがって、被加工歯車歯面に作用する荷重は伝達誤差の関数として表すことができる。歯の番号を i とすると、図5から分かるように、伝達トルクのつり合い方程式は次式で表すことができる。

$$\sum_i P_{di}(d\theta_w) r_{bi} - \sum_i P_{fi}(d\theta_w) r_{bi} = 0 \quad (6)$$

したがって、被加工歯車の被動側歯面と従動側歯面に

Table 1 Gear data 1

	Cutter	Work Gear
Module (mm)	2.5	
Pres. angle (deg)	17.5	
Number of Teeth	83	52
Helix angle (deg)	5.00RH	10.00RH
Prof. shift coef.	-0.391 ~ -0.615	0.032
Facewidth (mm)	25.4	12.0

Fig.6 Relationship between $d\theta_w$ and Torque

作用する伝達トルクがつり合うときの伝達誤差 $d\theta_w$ は、式 (6) を解けば求めることができる。しかし、式 (3) からわかるように、伝達誤差と歯面に作用する荷重との関係は線形ではない。一例として表 1 の諸元での伝達誤差と式 (6) の各項の絶対値の関係を図 6 に示す。図 6 からわかるように、被加工歯車が正方向に回転し、伝達誤差が大きくなると被動側歯面の初期不整量が減少するため、被動側歯面に作用する荷重が減少する。同時に従動側歯面での初期不整量が增大するため、従動側歯面に作用する荷重が増大する。ここで、被加工歯車の被動側歯面と従動側歯面に作用する伝達トルクの大小に影響されずに伝達トルクのつり合いを判定するために、式 (6) の左辺を被動側歯面と従動側歯面に作用する伝達トルクの和で割って無次元化した関数

$$F_p(d\theta_w) = \frac{\sum_i P_{di}(d\theta_w) - \sum_i P_{fi}(d\theta_w)}{\sum_i P_{di}(d\theta_w) + \sum_i P_{fi}(d\theta_w)} \quad (7)$$

Fig.7 Flow chart

Fig.8 Relationship between $d\theta_w$ and F_p

を定義する。 F_p の値は $d\theta_w$ について単調増加し、 $-1 \sim +1$ の範囲で変化する。

4. 伝達誤差の計算

任意のかみ合い位置におけるシェーピングカッタの回転角度に対する被加工歯車の伝達誤差を次の手順で計算する。図 7 は計算の流れを示している。

- [1] 初期値として計算回数のインデックス $j = 0$ とし、伝達誤差 $d\theta_{w0} = 0$ とする。
- [2] シェーピングカッタ歯面と被加工歯車歯面の初期不整量を計算する。
- [3] 被加工歯車歯面に作用する荷重を計算する。
- [4] 式 (7) を計算し、値を F_{p0} に代入する。
- [5] トルクがつりあっていないときは計算回数のカウンタ $j = 1$ 、伝達誤差 $d\theta_{w1} = 0.005 / r_{ww}$ とする。ここで r_{ww} は被加工歯車のかみ合いピッチ円半径である。
- [6] [2] ~ [4] を実行し、式 (7) の計算値を F_{p1} に代入する。
- [7] トルクがつりあっていないときは伝達誤差の値を次式 (8) で補正する。図 8 は伝達誤差の補正方法を示している。

$$d\theta_{wj+1} = \frac{F_{pj} d\theta_{wj-1} - F_{pj-1} d\theta_{wj}}{F_{pj} - F_{pj-1}} \quad (8)$$

- [8] トルクがつりあったら伝達誤差の計算を終了する。

図 9 は表 1 の諸元に対して伝達誤差を計算した結果であり、1 ピッチ回転 (約 6.9°) と伝達誤差の周期が一致していることがわかる。

5. 仕上り歯形の計算結果

本報で提案したシェーピング加工中の被加工歯車の伝達誤差の計算方法の有用性を調べるために、実際の加工例について計算を行い、その結果を比較した。

Fig.9 Transmission error

図 10 は表 1 の諸元に対して計算を行った結果であり、参考のために、前報⁽¹⁾の計算方法での計算結果も合わせて示した。図 10 を見るとかみ合い圧力角 16.5° のときは、実測歯形と前報の方法での計算結果よりうねりが大きくなっているが、実測歯形によく似た歯形となっている。かみ合い圧力角 16.1° のときは、うねりの大きさが実測歯形より若干小さくなっているが、実測歯形の凹凸の数と位置は一致している。かみ合い圧力角 15.8° のときは、うねりの大きさが実測歯形の約 2 倍になっており、前報の方法での計算結果よりも悪化してしまった。また、かみ合い圧力角とうねりの大きさの関係は、実測歯形とずれはあるものの、前報の計算結果にはなかった、うねりの大きさ

Table 2 Gear data 2

	Cutter	Work Gear
Module (mm)	2.5	
Pres. angle (deg)	20.0	
Number of Teeth	79	12
Helix angle (deg)	11.00LH	25.649RH
Prof. shift coef.	-0.914~-1.432	0.755
Facewidth (mm)	30.2	22.0

を最小とするかみ合い圧力角が存在していることがわかる。したがって、前報の方法よりも実測値と傾向が合った解析結果を得ることができ、改善できたといえる。

図 11 は本報で提案した方法を表 2 の諸元に対しても適用し、計算を行った結果である。図 10 と同様に前報の計算方法を用いた場合の計算結果も合わせて示している。かみ合い圧力角 17.6° の場合を除いて、本報の方法での計算結果と実測歯形のうねりの大きさはほぼ一致している。かみ合い圧力角 17.6° のときの計算結果は実測歯形と比較すると約 10 倍の大きさのうねりが現れており、実測歯形と大きく異なっている。また、実測歯形の歯形こう配誤差は、かみ合い圧力角に関係なくほぼ 0 または若干歯先上がりとなっているのに対し、全ての計算結果では歯先下がりとなっている。

図 10、図 11 の計算結果を実測歯形と比較すると、かみ合い圧力角の変化に対する歯形のうねり大きさの変化の割合が大きいことがわかる。このことから、本報で提案した方法で被加工歯車の伝達誤差を計算する

Fig.10 Simulation result 1

Fig.11 Simulation result 2

と、実際の伝達誤差よりも大きな値になると考えられる。すなわち、被加工歯車の仕上り歯形の計算結果はかみ合い圧力角に対して敏感に変化するといえる。この原因としては、実際の加工では被加工歯車を保持する治具とベアリングの間に生じる回転抵抗や被加工歯車が回転することで発生する慣性力などについて考慮していなかったためであると推察する。かみ合い圧力角に対してうねりの大きさが敏感に変化するようにってしまったが、かみ合い圧力角に対するうねりの大きさの変化は実測値と同じ傾向となった。うねりの大きさを最小にするかみ合い圧力角がずれているものの、シェービングカッタのまたぎ歯厚に換算すると0.1mm程度であり、提案した方法を適用したシミュレーションプログラムは最適なかみ合い圧力角を求めるツールとして有用であると考ええる。

また、歯形のうねりが小さくなるかみ合い圧力角においては、前報で提案した計算方法⁽¹⁾に必要であった、被加工歯車の仕上り歯形のうねりの大きさに影響する補正係数の最適化を行った場合と同等の計算結果が得られている。

6. 結 言

シェービング加工のコンピュータシミュレーションプログラムにおいて、前報で提案した計算方法⁽¹⁾に必要であった、被加工歯車の仕上り歯形のうねりの大きさに影響する補正係数の最適化を不要とするために、加工中の被加工歯車の伝達誤差を歯面に作用するトルクのつりあいから計算した結果、次のことがわかった。

被加工歯車の仕上り歯形の計算結果のうねりが実測歯形よりも大きくなることがわかった。この原因は加工中の被加工歯車の回転抵抗について考慮しなかったため、伝達誤差を実際よりも大きく計算したと推察する。

また、被加工歯車の伝達誤差を考慮してシェービング加工をシミュレートしても、仕上り歯形の計算結果の歯形こう配誤差には影響がないことがわかった。計算結果の歯形こう配誤差を改善するためには、例えば歯の弾性変形に代表される伝達誤差以外の要因を考慮して解析する必要があると考える。

文 献

- (1) Nakada, S., Moriwaki, I., et al., Numerical Analysis of Plunge Cut Shaving (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.71, No.712(2005), pp.3554-3560.
- (2) Senba, M., *Gear* (in Japanese), Vol.8, (1965), p.3254, The Nikkan Kogyo Shimbun.
- (3) Kakihara, K., Tsunekage, T. and Sueyasu, M., Analysis of Gear Tooth Profile in the Shaving Process (in Japanese), R&D Kobe Engineering Report, Vol.31, No.3(1981), pp.30-33.
- (4) Moriwaki, I., et al., Numerical Analysis of Tooth Forms of Shaved Gears (2nd Report, Computer Simulation) (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.55, No.514 (1989), pp.1467-1472.
- (5) F.Litvin and Alfonso Fuentes, *Gear Geometry and Applied Theory Second Edition*, (2004), p.244, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS.
- (6) Nakada, S. and Moriwaki, I., REDUCTION OF CALCULATION TIME IN GEAR SHAVING SIMULATION, *Proceedings of International Technology and Innovation Conference 2006*, CD-ROM, No.01339 (2006).
- (7) Nakahara, I., *Handbook of Elastic Mechanics* (in Japanese), (2001), pp.474-476, Yokendo.