実稼動モード解析を用いたエレベータ乗りがごの動特性推定*

小林 樹 幸^{*1}, 吉 村 卓 也^{*2}
野 口 直 昭^{*3}, 大 宮 昭 弘^{*4}Estimation of Dynamic Characteristics of an Elevator Car Using
Operational Modal AnalysisShigeyuki KOBAYASHI^{*5}, Takuya YOSHIMURA,
Naoaki NOGUCHI and Akihiro OMIYA^{*5} Department of Mechanical Engineering, Tokyo Metropolitan University,
1-1 Minami-osawa, Hachioji-shi, Tokyo, 192-0397 Japan

The purpose of this study is to identify modal parameters of an elevator car by operational modal analysis, and to estimate the stiffness parameters of the elevator car based on the obtained modal parameters. It is assumed that the inertia properties such as mass, the center of gravity and the moment of inertia are well predicted based on the design condition. However, it is difficult to predict the stiffness parameters of an elevator car especially in the operating condition. Therefore, the stiffness coefficients are estimated based on the operational modal analysis in this study. The frequency range of interest is up to 4 Hz, where the assumption that the car behaves rigidly is satisfied. In order to check the assumption the Rigidity Indicator Function (RIF) is introduced as a function of frequency. Frequency Domain Decomposition (FDD) method is used for the operational modal analysis. The stiffness parameters are estimated by minimizing the sum of the errors of natural frequencies and the errors of mode shape vectors between the experimentally identified modal model and the analytical model.

Key Words: Modal Analysis, Frequency Domain Decomposition, Elevator, Modeling, Operational Modal Analysis, Sensitivity Analysis

1. 結 言

近年建設されるビルにおいては大容量化と高層化が進んでおり、これに伴いビル内の垂直輸送手段であるエレベータも大容量化や超高速化が求められている。一般的にエレベータの走行速度が大きくなるほど乗りがご（以下、かごと略記）の振動は大きくなる傾向がある。かごの振動は主に、かごの昇降を案内するガイドレールの曲がりや、これらの据付時の施工精度に起因しており、かごが変位加振されることにより生じる。これらの振動に対して、ガイドレールの据付精度を管理するとともに、かごを支持するフレーム（以下、かご枠と略記）とかごの間に防振ゴムを設置したり、かごの昇降を案内するためのゴムローラからなる案内装置（以下、ガイド装置と略記）にダンパを設けるなど

により防振性能の向上を図っている。これらの防振設計は、エレベータを構成する各機械要素の設計値を基に剛体振動モデルで検討しているが、実際には走行中の振動特性を精度よく予測できないケースもある。

また一方では、かごの振動低減を目的としたアクティブガイド装置が開発されている⁽¹⁾。この制振装置はかごの振動モードのうち、乗り心地に影響の大きい振動モードを対象に振動を抑制するものであり、かごの振動を効果的に低減するためには、制御系に組み込むかごの力学モデルの精度をより高いものにする必要がある。

以上のように、エレベータの乗り心地向上や振動制御の観点から、実稼動時の動特性を表現するための解析モデルを構築することは重要であると言える。

本研究では、測定した稼動状態の振動データからかごの基本的なモード特性を把握すること、更に同定されたモード特性から、かご枠を支持しているガイド装置の剛性値を推定することで、稼動状態におけるエレベータ乗りがごの力学モデルを構築することを目的とする。なお、本研究で対象とする周波数範囲は、人間の水平振動に対する感度が高く、かごとかご枠が一体で運動すると考えられる約4Hzまでとする。

* 原稿受付 2007年10月15日。

^{*1} 学生員, 首都大学東京大学院機械工学専攻(☎192-0397 八王子市南大沢1-1)。^{*2} 正員, 首都大学東京理工学研究科。^{*3} 正員, (株)日立製作所機械研究所(☎312-0034 ひたちなか市堀口832-2)。^{*4} (株)日立製作所水戸ビルシステム本部(☎312-8506 ひたちなか市毛1070)。

E-mail: kobayasi-sigeyuki@ed.tmu.ac.jp

2. 剛体運動の考え方

2・1 剛体運動の重心縮約 本研究で対象とするエレベータのかごとかご枠が一体で剛体運動を行なうと仮定できるとき、剛体の重心の変位 x^g と剛体上の任意の点 p の変位 x^p は幾何学的位置関係より次式によって関係づけられる

$$\begin{Bmatrix} x_{TX}^p \\ x_{TY}^p \\ x_{TZ}^p \\ x_{RX}^p \\ x_{RY}^p \\ x_{RZ}^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & p_z & -p_y \\ & 1 & -p_z & 0 & p_x \\ & & 1 & p_y & -p_x & 0 \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{TX}^g \\ x_{TY}^g \\ x_{TZ}^g \\ x_{RX}^g \\ x_{RY}^g \\ x_{RZ}^g \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ただし、 p_i ($i=x, y$ or z) は重心を原点とする点 p の座標の i 成分を意味する。そして変位 x^g, x^p の添字において Tn ($n=x, y$ or z) は n 方向の並進変位を、 Rn は n 軸回りの回転変位を表す。なお、式(1)では変位について示しているが、これは速度や加速度またはそれらのフーリエスペクトルや周波数応答関数 (Frequency Response Function, 以下 FRF と略記) でも同様に成り立つものである。

ある周波数における計測データのフーリエスペクトルが m 個 (m は計測チャンネル数) あるとき、これらを m 行のベクトルで $\{X_p\}$ 、未知数である重心のフーリエスペクトルを6次元ベクトルで $\{X_g\}$ とし、式(1)に基づいて作成した変換行列を $m \times 6$ 行列 $[R]$ とすれば、測定データと重心のデータ間の関係式は次式になる。

$$\{X_p\} = [R]\{X_g\} \quad (2)$$

$m > 6$ のとき、この連立方程式の解は最小自乗法により以下のように得られる。

$$\{X_g\} = ([R]^T [R])^{-1} [R]^T \{X_p\} \quad (3)$$

このようにして、 m 個の測定データを重心6自由度に縮約することができる。本研究では、このようにして計測データを重心に縮約し、重心位置における計測データを用いてモード特性同定を行なう。

2・2 Rigidity Indicator Function 縮約した重心運動を用いて解析を行なうため、剛体の仮定が成り立っていることを確認する必要がある。本研究では以下の Rigidity Indicator Function (以下、RIF と略記) を定義し、これを剛体の指標値として用いることを提案する。

$$\gamma_{RIF}^2(\omega) = \frac{[R]\{X_g\}^2}{\{X_p\}^2} \quad (4)$$

これは、全測定データと重心縮約データを自乗パワーの比で表したものであり、かごと剛体であるという仮定が成立しているかどうかを定量的に判断することができる。すなわち、 γ_{RIF}^2 は0から1の値をとり、1に近いほど剛体の仮定が成立していることがわかる。

3. Frequency Domain Decomposition

実稼動実験は、機械が運転中であり自然な加振状態であるという利点があるが、一般的には加振力を測定できないという欠点があり、FRF を用いた従来のモード解析を用いることができない。そこで本研究では、応答の測定データのみを用いてモード解析を行なう方法である Frequency Domain Decomposition⁽²⁾⁽³⁾ (以下、FDD と略記) を適用する。

3・1 主成分分析 FDD では初めに、実稼動測定データを用いてパワースペクトル密度 (Power Spectral Density, 以下 PSD と略記) 行列 $[G]$ を計算する。

$$[G(\omega)] = \frac{1}{NT} \sum_k \{X_g\}_k \{X_g\}_k^H \quad (5)$$

ただし、 T は FFT 窓時間長(sec)、 N は平均化回数、 ^{H} は複素共役転置を表す。PSD 行列はその対角成分がパワースペクトル密度、非対角成分がクロススペクトル密度である。系にランダムな入力があると仮定すると、この応答は固有モードの重ね合わせによって表されるランダムな応答となる。ここで、主成分分析の考え方に基いて PSD 行列を各周波数において固有値分解する。すなわち、角振動数 ω における PSD 行列の r 次の固有値を λ_r 、固有ベクトルを $\{\phi_r\}$ とすれば、

$$[G(\omega)]\{\phi_r\} = \lambda_r \{\phi_r\} \quad (6)$$

これにより、PSD 行列は以下のように固有値分解される。

$$\begin{aligned} [G(\omega)] &= [\Phi][\Lambda][\Phi]^H \\ &= \lambda_1 \{\phi_1\} \{\phi_1\}^H + \cdots + \lambda_m \{\phi_m\} \{\phi_m\}^H \quad (7) \\ &(\lambda_1 \geq \cdots \geq \lambda_m) \end{aligned}$$

ここに、

$$[\Phi] = [\{\phi_1\} \cdots \{\phi_m\}], [\Lambda] = \text{diag}(\lambda_1 \cdots \lambda_m)$$

ここで、PSD 行列の最大固有値に対応する式(7)の右辺第一項がスペクトル行列の第一主成分を表す。これは、スペクトルの平均化の過程において互いに関連しながら変動する振動成分のうち、最も支配的な（エネルギーの大きな）成分を示している。

3・2 モード解析への応用 次に PSD 行列を周波数ごとに固有値分解し、周波数に対する固有値の変化をプロットする。このとき、固有モードの固有振動数近傍では、一般的に PSD 行列の最大固有値もピークを示すが、これはこの固有モードによって表される主成分であると考えられる。すなわち、ピーク周波数の固有値に対応する固有ベクトル $\{\phi_i\}$ を、この固有モードの固有ベクトル（振動モード）の推定値と近似することができる。これを用いて固有モードのモード座標における一自由度 PSD（以下、SDOF PSD と略記）が以下により推定される。

$$S_r(\omega_k) = \{\phi_1\}^H [G(\omega_k)] \{\phi_1\} \quad (8)$$

この関係は固有モードが卓越するピーク周波数近傍においても同様に成り立つと考えることにより、ピーク付近の狭帯域周波数においてパワースペクトル密度関数を得る。ここで減衰は比例粘性減衰を仮定すると、 r 次の SDOF PSD は

$$G(\omega) = \frac{A_r}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\Omega_r}\right)^2\right\}^2 + 4\zeta_r^2 \left(\frac{\omega}{\Omega_r}\right)^2} \quad (9)$$

と表される。ここで、 A_r はモードベクトルに対応する正の実数、 Ω_r は不減衰固有角振動数(rad/s)、 ζ_r はモー

ド減衰比である。得られたピーク近傍の SDOF PSD が式(9)で表されると仮定し、非線形最小自乗法により、 A_r 、 Ω_r 、 ζ_r を決定する。通常のモード特性同定（カーブフィット）では、複素データの FRF を用いるが、FDD では実数データの PSD を用いて Ω_r 、 ζ_r などの非線形パラメータを決定する。FDD によるモード解析の流れを図 1 に示す。

4. エレベータ乗りかごの実稼動実験

4・1 実稼動測定実験 本研究では 24 人乗りの高速エレベータを供試体とし、2 名乗車の状態で走行する。図 2 に示す加速度センサの配置でエレベータを速度 4m/s で 3 往復運転させてサンプリング周波数 $f_s = 256\text{Hz}$ にて応答加速度を測定する。ただし図 2 中の矢印は、各加速度センサの計測自由度を表す。また、本研究ではガイドレールの途中に、振動モードが励起されやすくなるように微小なレール曲がりを与えた。

4・2 データ解析

4・2・1 スペクトル解析 収録された応答加速度データに対して、約 75% のオーバーラップを施して、運転開始から終了までの全範囲を網羅するように 3 往復分のフーリエスペクトルを平均化する。なお、サンプリング時間 $T = 16 [\text{sec}]$ であり、窓関数にはハニング窓を用いた。1 往復運転の鉛直方向の加速度波形において FFT 時間窓を設定する様子を図 3 に示す。ただし縦軸の値は、かご床に設置された鉛直 Z 方向のセンサの出力電圧値を示している。

4・2・2 PSD 行列のスケーリング 各応答加速度のフーリエスペクトルを重心に縮約して、重心の PSD 行列を計算する。しかし重心 6 自由度の PSD 行列の成分は加速度波形のスペクトルと角加速度波形のスペクトルという 2 種類の単位から成る。PSD 行列に対しては、固有値分解により分散が最大化されるように主成分を求めるため、次元が異なる物理量が混在する場合には、適切なスケーリングを施すことが必要になる。本研究ではエレベータの慣性特性（質量、慣性モーメント）は既知のものとして、重心の加速度と角加速度に対して、それぞれ質量の平方根、もしくは慣性モーメントの平方根を乗じることで、分散（固有値）がエネルギーの単位になるようにスケーリングを施し、PSD 行列を算出した。得られた固有ベクトルに対しては、逆のスケーリングを施して評価する必要がある。

4・2・3 解析結果 RIF 値を図 4 に示す。RIF 値は約 4Hz 以下において高い値を示し、本研究で対象とする周波数範囲内において剛体の仮定が成り立つことを確認できる。

Fig. 1 Flowchart of FDD modal analysis

Fig. 2 Sensor arrangement in operating test

Fig. 3 Vertical acceleration data and sampling time length

Fig. 4 Rigidity indicator function

Fig. 5 Eigenvalue of PSD matrix

Fig. 6 Mode shape of each dimension

Table 1 Identified modal parameters

Mode Shape	Damped Natural Frequency	Modal Damping Ratio
X translation	1.58 Hz	3.25 %
Z-axial rotation	2.13 Hz	2.81 %
Y-axial rotation	2.66 Hz	1.94 %

重心の PSD 行列の固有値プロットを図 5 に示す。図中には、上から順に第一固有値から第六固有値までプロットしてある。最大固有値のピーク（図中の矢印↓）に着目し、それぞれのピーク近傍において SDOF PSD を推定し、これに対してカーブフィットを行ない、固有振動数とモード減衰比を同定した。モード特性同定結果を表 1 に示し、固有モード形状を図 6 に示す。図 6 では、初期位置におけるかごを点線で、モード形状を実線で示している。

4・2・4 考察 同定された固有モードを用いて、Z 並進運動を除く重心 5 自由度における計測加速度からモード座標を計算する。得られるモード座標の PSD 波形を図 7 に示す。モード座標に変換された重心 X 並進運動の PSD 波形には、約 1.63Hz にピークがあり、Y 軸回転運動の PSD 波形には、約 2.69Hz にピークがあり、そして Z 軸回転運動の PSD 波形には、約 2.13Hz にピークがある。FDD によって同定された固有モードを用いてモード座標に変換された計測データには、各固有振動数付近において PSD のピークが形成されており、同定された固有モードの妥当性を確認できる。

Fig.7 PSD at center of gravity in the modal coordinate

5. 支持剛性の推定

5・1 かごの力学モデル 本研究では、FDD で得られたモード特性を用いてエレベータかごの力学モデルを構築することを試みる。本研究で対象とする周波数範囲内においてかごとかご枠は一体で剛体運動をするので、かごとかご枠を一つの剛体として図 8 のようにモデル化し、ガイド装置をばね要素として扱う。かごのモード特性同定の結果 Z 並進のモードは同定されなかったため、かごのモデルは Z 方向のばねを含まないものとした。そして X 方向のガイドローラは対向する 2 枚でレールを挟圧するため、初期値において X 方

向の剛性値は Y 方向の剛性値の 2 倍とする。本研究では、固有振動数と固有モードに着目し、力学モデルのこれらのモード特性を実験で同定された特性に一致させることを考える。なお本研究では、質量、慣性モーメントと重心位置は設計値から算出し既知とする。また、減衰については比例粘性減衰を仮定することにより実モードで近似する。これにより振動モード形状としては減衰を無視した不減衰モデルと等しくなる。このことを利用し、本研究では質量と剛性のみを考慮した力学モデルの振動モードが FDD による同定結果と一致するようにかごの支持剛性を決定するものとした。

Fig. 8 Dynamic model of an elevator car

5・2 剛性値推定の手法 同定された固有振動数、固有ベクトルと、力学モデルにおけるそれらになるべく一致するような剛性値を探索することによって剛性値を推定する。最適化手法として Gauss-Newton 法を用い、同定値と解析値の差である固有振動数誤差と固有ベクトル誤差から成る誤差ベクトル $\{e\}$ 、固有振動数と固有ベクトルの設計変数（支持剛性）に関する偏微分係数である感度からなるヤコビアン行列 $[J]$ および剛性値変更量ベクトル $\{dk\}$ の間の関係式は次式になる。

$$\{e\} = [J]\{dk\} \quad (10)$$

式(10)を最小自乗法で解いて初期値からの剛性値変更量を算出し、反復計算を行なうことで剛性推定値を求める。ただし、式(10)の左辺ベクトルは、固有値と固有ベクトルという異なる単位をもつ物理量が混在するため、スケールングを施す必要がある。本研究では、反復計算一回目において式(10)の左辺ベクトルのうち、固有値を含む部分ベクトルのノルムが 1 に、また固有

ベクトルを含む部分ベクトルのノルムが 1 となるように正規化する。

また、FDD においては、PSD 行列の固有値分解によって固有ベクトルを得るので、固有モードベクトルは複素ベクトルとして同定される。一方、力学モデルにおいては実ベクトルとして得られる。本研究では、複素固有ベクトルの最大成分が 1 となるように正規化し、虚部を無視することにより、複素ベクトルを実ベクトルに近似してこれらの比較を可能にした。

5・3 推定結果 Y 方向のばねは左右 (X-Z 平面) に関してほぼ対称な位置関係にあるので、これらのばねがかごに与える影響は等しいと考え、左右の剛性値は等しいものとした。設計値からの変動として妥当と考えられる、初期値比±20%までの変動制約を設計変数に与えて剛性値の推定を行なった。

推定された剛性値と目的関数の初期値比を表 2 の上部に示す。下部には固有振動数の誤差ノルム、固有ベクトルの誤差ノルム、そして両者を含めた全誤差ノルムについて初期値比で示す。表 3 において FDD で同定された固有振動数と、力学モデルから予測される固有振動数を比較する。また表 4 において、FDD で同定された固有ベクトルと力学モデルから予測される固有ベクトルとの Modal Assurance Criterion (MAC) 値を、初期条件と推定後の値について示す。推定後の MAC 値はすべて 0.8 以上になっており、良い一致を示しているが、表 3 の固有振動数については同定値と予測値との更なる一致が望まれる。これは供試体としたエレベータ乗りかごの慣性特性の不確実性や FDD によるモード解析の精度に起因するものと考えられる。

Table 2 Estimation result (%)

Stiffness (proportion of the initial value)			
k_{xu2}	80.0	k_{xu1}	80.0
k_{xd2}	85.2	k_{xd1}	88.6
k_{yu2}	111.2	k_{yu1}	111.2
k_{yd2}	84.5	k_{yd1}	84.5
Objective function (proportion of the initial value)			
Norm of natural freq. error vector		46.3	
Norm of eigenvector error vector		95.5	
Norm of total error vector		70.0	

Table 3 Estimation result of natural frequency (Hz)

Order	Identified by FDD	Analytical	
		Initial	Estimated
1st	1.58	1.89	1.74
2nd	2.13	2.19	2.00
3rd	2.66	3.05	2.77

Table 4 MAC value (FDD vs Analytical)

Order	Initial	Estimated
1st	0.770	0.800
2nd	0.870	0.853
3rd	0.934	0.958

6. 結 言

本研究は、エレベータの低振動化を実現するために、精度の良いエレベータ乗りかごの動特性モデルを構築することを目的として以下のことを行なった。

- (a) 剛体振動の解析 : 多チャンネル計測データから重心データに縮約する際に、剛体の仮定が成り立っていることを判断する指標として Rigidity Indicator Function (RIF) を提案した。本研究においては 4Hz 以下の周波数領域でエレベータ乗りかごはほぼ剛体挙動を示すことを確認した。
- (b) 実稼動モード解析 : エレベータ運転時の振動波形を多チャンネル (8ch) で計測し、FDD (Frequency Domain Decomposition) を用いて実稼動モード解析を行うことにより、0~4Hz までの周波数領域において基本的な三種類の固有モードを同定した。
- (c) 剛性値推定 : 実稼動実験で同定された固有モード特性を用いて、ガイド装置のばね剛性値推定を行なった。最適化手法として Gauss-Newton 法を適用し、設計変数に変動制限を設けることで、現実的な設計空間における剛性値を得た。

文 献

- (1) Naoaki Noguchi, Atsushi Arakawa, Kouichi Miyata, Hironori Fukata, Development of Active Vibration Control for High-speed Elevators by Operational Modal Analysis, *The 15th Transportation and Logistics Conference 2006*, No.06-52 (2006-12), pp.187-190.
- (2) Rune Brincker, Lingmi Zhang, Palle Andersen, Modal Identification from Ambient Responses using Frequency Domain Decomposition, *Proceedings of IMAC-XV III: A Conference on Structural Dynamics*, Vol.1(2000-2), pp.625-629.
- (3) Niels-Jorgen Jacobsen, Svend Gade, Palle Andersen, Rune Brincker, Eliminating the Influence of Harmonic Components in Operational Modal Analysis, *Proceedings of JSAE Annual Congress*, No.8-07(2007-5), pp.13-16