狭い流路内の連結移動体の動的安定性への 構造体数及び流体抵抗の影響*

藤田 勝久^{*1}, 新谷 篤彦^{*2}, 外山 真悟^{*3}

Effect of the Body Number and Fluid Resistance on Stability of the Multi-Connected Body

Katsuhisa FUJITA^{*4}, Atsuhiko SHINTANI and Shingo TOYAMA

^{*4} Mechanical and Physical Engineering, Graduate School of Engineering, Osaka City University,
3-3-138 Sugimoto, Sumiyoshi-ku, Osaka-shi, Osaka, 558-8585 Japan

Vibration behavior and unstable phenomena of multi-connected bodies supported by damper-spring elements moving in a narrow flow passage are reported. These vibration phenomena have been often observed in high-speed trains running in tunnels, cleaning robots going through pipings and so on. The fluid forces acting on the multi-connected rigid bodies are obtained analytically on the basis of the Navier-Stokes equations applied to a narrow flow passage. The equations of coupled motion of the multi-connected bodies and fluid are derived. Using coupled equation, a stability analysis is performed. The effect of the flow velocity and number of bodies on the coupled mode is investigated. The influence of the boundary conditions of fluid pressure at connecting points is also investigated.

Key Words: Axial Flow, Multi-Connected Bodies, Coupled Mode, Divergence, Flutter, Vibration
Coupled with Fluid Motion, Stability, Eigenvalue Analysis

1. 緒 言

トンネル内を通過する高速列車, 配管内を移動するロボットや原子力プラントの炉心構造物などは構造体と周りの狭いすきまの流体が相互作用を起こす。これらの構造体と流体の連成振動特性は複雑である。これまでの論文^{(1)~(6)}では, すきま流れ中の上記の構造体の振動挙動について調査している。Hobson⁽¹⁾は, 非定常流体力を評価し, 流路形状の負減衰への影響について研究している。稲田ら⁽²⁾は, 流路形状と平板に働く非定常流体力の関係を研究し, 解析, 実験の両面から2次元のすきま流れによる励起振動の基本的励振機構を明らかにした。著者らの1人⁽⁴⁾は, 単純な軸対称円筒を用いて, 実験的に非定常流体力を研究した。また, 著者ら⁽⁵⁾は解析的に, 環状すきま流れを受ける弾性はりの付加質量, 付加減衰, 付加剛性を含んだ非定常流体力を導出し, 不安定挙動に対する設計基準について

述べた。また, 著者ら⁽⁶⁾は, 狭い流路でダンパーばね系で支えられる1剛体の連成方程式を導出し, すきま幅や圧力損失係数のようなパラメータと安定性の関係を調べた。

上記の論文の多くは, 狭い軸方向すきま流れの中の1物体を取り扱っている。しかしながら連結構造体の安定性の検討は田中ら⁽⁷⁾が軸方向すきま流を受ける5物体の安定性を調べ, 先端形状や支持条件の影響を調査しているくらいで十分には検討されていない。したがって, 本論文では上記の論文⁽⁶⁾に基づき, 軸方向すきま流を受ける連結構造体の動的安定性を検討する。ここでは, 連結される構造体数と連結部の圧力状況の影響を主に調べるため, 既報⁽⁵⁾の軸対称梁でも回り込みによる3次元流れの影響は小さかったので, 2次元流れとして扱うことにする。

2. 連結構造体の運動方程式

図1に示すような解析モデルを考える。流路内に n 個の剛体から構成される連結構造体があり, 各剛体は重心でばねとダンパにより支持されているものとする。となりあう剛体同士は, 大きさが無視できるピンで支持されているとする。すきま幅は構造体の長さや幅に比べて十分小さいと仮定する。構造体が流体中を移動

* 原稿受付 2007 年 10 月 18 日。

^{*1} 正員, フェロー, 大阪市立大学大学院工学研究科(〒558-8585 大阪市住吉区杉本 3-3-138) [前: 大阪府立大学大学院工学研究科]。

^{*2} 正員, 大阪府立大学大学院工学研究科(〒599-8531 大阪府堺市中区学園町 1-1)。

^{*3} 正員, 大阪府立大学大学院工学研究科 [現: トヨタ自動車(株)]。

E-mail: fujita@mech.eng.osaka-cu.ac.jp

Fig. 1 Analysis model of multi-connected moving rigid bodies in the narrow passage

する場合と、流れの中に構造体が静止している場合は、相対的に扱いは同じと考えられるので、ここでは後者の場合を考える。流速（構造体の移動速度に相当） U の一様な流れをうけるものとする。各剛体は流れに垂直方向と支持位置まわりの回転方向に振動すると仮定する。従って各剛体は並進、回転の2自由度である。ピン位置で $(n-1)$ 個の拘束条件があり、結果連結構造体の総自由度は $2 \times n - (n-1) = n+1$ となる。

上流側から各剛体を Body 1, Body 2, ..., Body n と呼ぶことにする。Body i について、長さを l_i 、質量を m_i 、慣性モーメントを J_i 、並進ばね定数を k_i 、回転ばね定数を K_i 、並進ダンパを c_i 、回転ダンパを B_i とする。

今、連結構造体の一般化座標として、各連結部の変位（先端、後端も含む $n+1$ 点）を選ぶ。Body i の上流側の点の変位（もしくは Body $i-1$ の下流側の点の変位）を $w_{i-1}(t)$ 、Body i の下流側の点の変位（もしくは Body $i+1$ の上流側の点の変位）を $w_i(t)$ とする。 $n+1$ 点の変位 $\{w_i(t), i=0, 1, 2, \dots, n\}$ は連結構造体の自由度に等しい。

ラグランジュの運動方程式から、つぎの連結構造体の運動方程式が導かれる。

$$[M_s]\{\ddot{w}\} + [C_s]\{\dot{w}\} + [K_s]\{w\} = \{Q^{(s)}\} \quad (1)$$

ここで $\{Q^{(s)}\}$ は流体力、流体モーメントであり、 $\{w\} = \{w_0, w_1, w_2, \dots, w_n\}^T$ である。

3. 連成方程式と安定解析

流体の運動方程式はすきま流近似した連続の式、Navier-Stokes の式を用いる。ここで連結部（先端、後端を含む）での境界条件は、各連結部で圧力回復すると仮定すると、

$$\Delta P(L_{i-1}, t) = (1 + \xi_{in,i}) \frac{\rho \bar{Q}^2}{\bar{h}^2} \frac{\Delta h(L_{i-1}, t)}{\bar{h}} \quad (2)$$

$$\Delta P(L_i, t) = -\xi_{out,i} \frac{\rho \bar{Q}^2}{\bar{h}^2} \frac{\Delta h(L_i, t)}{\bar{h}} \quad (3)$$

で与えられる。ここで $\xi_{in,i}$ 、 $\xi_{out,i}$ はそれぞれ Body i の上流側、下流側での圧力損失係数である。

運動方程式 (1) に流体力を代入して整理すると、流体-構造体連成振動の運動方程式が得られる。

$$[M_s + M_a]\{\ddot{w}\} + [C_s + C_a]\{\dot{w}\} + [K_s + K_a]\{w\} = \{0\} \quad (4)$$

ここで、マトリクス $[M_a]$ 、 $[C_a]$ 、 $[K_a]$ はそれぞれ付加質量、付加減衰、付加剛性マトリクスである。

$\{w\} = \{X\}e^{st}$ を式 (4) に代入すると、

$$[s^2(M_s + M_a) + s(C_s + C_a) + (K_s + K_a)]\{X\} = \{0\} \quad (5)$$

となる。この方程式から、連成固有値（複素固有値） s_j と対応する固有ベクトル $\{X_j\}$ を計算する。マトリクス $[M_a]$ 、 $[C_a]$ 、 $[K_a]$ は流量 $\bar{Q}$ に依存する。ここで流速を無次元で表示するため、レイノルズ数と同じ表現の無次元量の流速 R^* を導入する。すなわち、 $R^* = \bar{Q}/v = \bar{U}h/v$ の関係があるとする。それゆえ、連成固有値（複素固有値） s_j と対応する固有ベクトル $\{X_j\}$ は無次元量の流速 R^* に依存する。以下、無次元量の流速 R^* または単に R^* と表現することにする。連成固有値（複素固有値） s_j を解析することにより、流体-構造体連成振動の安定性が調べられる。無次元量の流速 R^* をパラメータにとり、それぞれの R^* に対する固有値の実数部 $\text{Re}(s_j)$ 、虚数部 $\text{Im}(s_j)$ を根軌跡（Argand 線図）の形で表記する。 $\text{Re}(s_j) > 0$ 、 $\text{Im}(s_j) \neq 0$ のときフラッター（動的不安定）であり、 $\text{Re}(s_j) > 0$ 、 $\text{Im}(s_j) = 0$ のときダイバージェンス（静的不安定）となる。

4. 数値シミュレーション

4.1 シミュレーション諸元 前節で導いた連成方程式をもとに、系の安定性についてソフトウェア MATLAB を用いてシミュレーションを行った。各パラメータは表 1 のように与え、構造体は模型実験等と比較するためプラスチック製、流体は非圧縮性流体である水を用いた。また、各構造体の並進方向、回転方

Table 1 Dimension of parameter studies

Parameters	Numerical value
ρ	998.2 kg/m ³
$\bar{h}$	5.0×10^{-3} m
v	1.004×10^{-6} m ² /s
l_i	12.5×10^{-2} m
t_i	5×10^{-2} m
$\rho_{m,i}$	1.6×10^3 kg/m ³
m_i	$\rho_{m,i} \times l_i \times t_i$ kg
J_i	$1/12 \times m_i \times (l_i^2 + t_i^2)$ kg·m ²
k_i	$400 \times \pi^2 \times m_i$ kg/s ²
K_i	$900 \times \pi^2 \times l_i$ kg·m ² /s ²
$\xi_{in,i}$	0.39
$\xi_{out,i}$	$1.0 \times (1 - 2\bar{h}/(l_i + 2\bar{h}))^2$

向のばね定数は真空状態でそれぞれ 10Hz、15Hz となるように与えている。並進方向の減衰係数 c_i と回転方向の減衰係数 B_i はともに 0 とした。Body i の両端の圧力損失は、Body i の両端における流路面積の急縮小または急拡大における面積比により求められる損失係

Table 2 Uncoupled mode shapes

	Number of bodies				
	1	2	3	4	5
1st					
2nd					
3rd	*				
4th	*	*			
5th	*	*	*		
6th	*	*	*	*

(a) one body

(b) two bodies

(c) five bodies

(d) ten bodies

(e) sixteen bodies

Fig. 2 Root locus in case of assuming that the pressure recovers

数を用いている。ここで、 ρ ：流体の密度、 $\bar{h}$ ：定常すきま、 ν ：動粘性係数、 l_i ：各剛体の長さ、 t_i ：各剛体の厚さ、 $\rho_{m,i}$ ：各剛体の密度、 m_i ：各剛体の質量、 I_i ：各剛体の慣性モーメント、 k_i ：並進方向の剛性、 K_i ：回転方向の剛性、 $\xi_{in,i}$ ：入口損失係数、 $\xi_{out,i}$ ：出口損失係数である。

4.2 構造体数と真空中モードの形状 最初に、構造体数が1～5のときの真空中モードを表2に示す。表2より、1次モードは並進運動主体のモード形状を示している。また、2次モード以上は次数と振動の腹の数が等しいモード形状を示す。さらに、次数が増えるにつれて回転運動主体のモード形状となっていくことがわかる。

4.3 構造体数と根軌跡

構造体数を1, 2, 5, 10, 16としたときのすきま流中の連結構造体の根軌跡をそれぞれ図2(a)-(e)に示す。流速0の点を×で示している。構造体数が n 個のとき $n+1$ 個のモードが存在する。

1物体のとき(図2(a))、流速をあげていくと、まず1次モードが $R^* = 1473$ でフラッター型不安定に突入し、さらに流速をあげると $R^* = 4569$ でダイバージェンス型不安定に突入する。一方、2次モードは安定である。

この物理的意味をさらに考察するため、1物体のときにすきま幅、支持位置を変えたときの安定性がいかに変化するかを考察する。まず、図3はすきま幅を1mmから10mmの7段階に変えたときの安定性を与える

Fig. 3 Root locus for one body with various gap width

影響を示す。すきま幅を大きくして流速を上げると1次モードがフラッターの後ダイバージェンスとなる。一方、すきま幅を小さくして流速を上げると1次モードがダイバージェンスとなりやすいことがわかる。2次モードは常に安定である。また、限界流速についてはすきま幅を狭くすると、ダイバージェンス、フラッターともに低下し不安定になることがわかる。

つぎに、1物体のときの支持位置を流れ方向に対して、前方側($L/4$)、中央($L/2$)、および後方側($3L/4$)に移動させて、並進モード(1次モード)と回転モード(2次モード)の安定性がいかに変化するかをそれぞれ図4(a), 2(a), 4(b)に示す。その際、並進方向、回転方向のばね定数は、中央支持の場合と同じとし、支持位置とそれにもなう慣性モーメントの変化を考慮してシミュレーションを行った。図4(a)の前方支持では、回転モードが最初にフラッターに入り、その後並進モードがダイバージェンスに入る。図2(a)の中央支持では、並進モードがフラッターに入り、その後ダイバージェンスになっている。回転モードは常に安定である。さらに、図4(b)の後方支持では、中央支持と傾向が変わらないが、限界流速は中央支持と比べて低下傾向を示している。これらの3つの図より、前方支持すれば、回転モードが低い限界流速で最初にフラッターになりやすく、並進モードは不安定になるがその限界流速は非常に高くなることがわかる。中央支持付近およびそれより後方の支持のときは、並進モードがフラッターさらにダイバージェンスになり、回転モードは常に安定となっているが、後方支持にすればするほど限界流速は低下しており、最終的なダイバージェンスになりやすいことがわかる。しかしながら、これは、並進ばね剛性と回転ばね剛性の比率によっても異なると考えられるので、これらについて焦点を絞ったさらな

(a) upstream-side support at $L/4$ (b) downstream-side support at $3L/4$

Fig. 4 Root locus for one body with upstream-side and downstream-side support

る考察は別の機会に報告したい。

つぎに、2物体のとき(図2(b))、流速をあげていくと、1次モードが $R^* = 1473$ でフラッター型不安定に突入し、さらに流速を上げると $R^* = 4569$ でダイバージェンス型不安定に突入する。2次モードでは、 $R^* = 8895$ でダイバージェンス型不安定に突入する。一方、3次モードは安定である。

5物体の場合(図2(c))、1次モードが $R^* = 1473$ のときにフラッター型不安定に突入し、 $R^* = 4569$ のときダイバージェンス型不安定に突入する。一方、5次モードが $R^* = 1444$ のときフラッター型不安定となる。

10物体の場合(図2(d))、まず10次モードが $R^* = 1288$ でフラッター型不安定となる。一方、1次モードは同様に $R^* = 1473$ のときフラッター型不安定となる。

16物体の場合(図2(e))、まず16次モードが $R^* = 1247$ でフラッター型不安定となる。一方、1次モードは同様に $R^* = 1473$ のときフラッター型不安定となる。

これらの傾向は他の構造体数の場合でも同様に成立する。

構造体数と各モードの限界流速の関係を図5に示す。この図から、流速をあげると1次モードか n 次モードのいずれかが最初に不安定になるので、 n 物体の1次モードおよび n 次モードに注目する。1次モードの限

Fig. 5 Influence of the number of bodies on critical velocity in case of assuming the pressure recovers

界流速は、構造体数に依存せず一定である。これは、図1のように並進ばねが各構造体に配置されており、また構造体数の増加に伴って流体力も増加するためであると考えられる。一方、 n 次モードの限界流速は構造体数が増えるとともに減少する。しかし、構造体数の増加とともにある限界流速に収束する傾向を示す。比較的少ない構造体数域での減少傾向は流体が入口から出口までを流れる間の条件で付加質量、付加減衰、付加剛性の動特性が微妙に変化することによって考えられ、構造体数がかなり多くなれば、これらはある値に収束すると考えられる。また、連結部で圧力が回復するという条件下においては、構造体数が少ないときは並進運動主体の振動が最初に不安定になり、構造体数が多い場合は回転運動主体の振動が最初に不安定になることがわかる。

4.4 流体中モード形状 不安定振動の前後で、どのように流体中モードが変化するかを調べる。流速を $R^* = 0, 1444, 1473, 4569$ と増やしたときの、5物体の流体中の6個のモード形状を図6に示す。

それぞれの限界流速の図において、上から1次、2次、…、6次モードというように並べてある。そして、それぞれのモードの図は、時刻 $t = 0, T/4, 2T/4, 3T/4, T$ (T :周期) のときのモード形状を重ねたものである。流速が上がるにつれて、徐々にモード形状が変化しているのがわかる。流速の増加に伴い、(c)のモード形状は(b)と少し異なっている。

4.5 構造体の振動状態と流体圧力の関係 構造体が振動しているときの、流体圧力について検討する。図7に、構造体が $R^* = 0, 1444, 1473, 4569$ のときのモード形状で振動したときの流体圧力を示す。図7と図6とを比較すると、図6では振動モードの節と腹は、高次になるにつれて順次規則正しくその数は増加

Fig. 6 Change in coupled mode shape before and after instability (five bodies)

していることがわかる。一方、図7の圧力モードは、振動の腹に相当する大きく振動している部分においては圧力の変動も大きくなり、構造体の振動状態に対応した圧力分布となっている。一方連結部の圧力は基準としている狭い流れの無限遠点の圧力に回復することになるのでゼロになる。それゆえ、振動モードの節数に比べて圧力モードの節数は連結部の影響を受けることになり振動モードと圧力モードとは必ずしも対応しないことになる。なおこの傾向は流速を大きくするとより顕著に表れるといえる。

Fig. 7 Change of pressure distribution before and after instability

4.6 連結部における圧力境界条件の影響

前節までは、連結部における圧力境界条件を連結部で圧力回復するとして、各構造体の上流側、下流側においてそれぞれ式(2)、(3)のようにおいていた。この節では、実際の鉄道車両に近い状態として、図8に示すような連結構造体の連結部を幌で覆った状態を考える。

Fig. 8 Analytical model of multi-connected rigid bodies moving in the narrow passage in case of smooth pressure and flow rate at the connecting points

このときの境界条件として、連結部において非定常圧力および流量が滑らかにつながるように以下のように与えた。

$$\text{最上流端: } \Delta P_1(L_0, t) = (1 + \xi_{in,1}) \frac{\rho \bar{Q}^2}{h^2} \frac{\Delta h(L_0, t)}{h} \quad (6)$$

$$\text{連結部: } \begin{cases} \Delta P_i(L_i, t) = \Delta P_{i+1}(L_i, t) \\ \frac{\partial \Delta P_i(L_i, t)}{\partial x} = \frac{\partial \Delta P_{i+1}(L_i, t)}{\partial x} \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{最下流端: } \Delta P_n(L_n, t) = -\xi_{out,n} \frac{\rho \bar{Q}^2}{h^2} \frac{\Delta h(L_n, t)}{h} \quad (8)$$

Fig. 9 Root locus of five bodies in case of smooth pressure and flow rate at the connecting points

その結果として、まず無次元量の流速を0～20000の間で変化させたときの5物体の根軌跡を図9に示す。流速を上げていくと、まず5次モードが $R^* = 647$ でフラッター型不安定に突入する。さらに流速をあげると、4次モードが $R^* = 2148$ 、3次モードが $R^* = 2221$ 、2次モードが $R^* = 2603$ 、1次モードが $R^* = 3464$ でフラッター型不安定に突入する。またさらに流速をあげると、1次モードが $R^* = 3819$ でダイバージェンス型不安定に突入する。6次モードは安定のままである。

また、構造体数と各モードの限界流速の関係を図10に示す。図5と図10を比較すると、図5における1次モードよりも図10における1次モードの無次元量の限界流速のほうが大きい値をとっていることがわかる。また、 n 次モードの無次元量の限界流速は図10のほうが小さくなっている。全体としては、図5よりも図10の場合の方が不安定になりやすくなっていることがわかる。さらに、図5では1次モードは常に一定値であるが、図10では構造体数とともに増加していることがわかる。一方、 n 次モードにおいては図5よりも図10の方が、構造体数の増加に伴う無次元量の限界流速の低下が大きくなっている。これは、図10の場合、連結部において圧力が解放されないため付加質量の増加や圧損の低下が影響したものと推定される。

Fig. 10 Effect of the number of bodies on critical velocity in case of smooth pressure

図11は、5物体の流体中のモード形状の流速に伴う変化を示したものである。図11の(a), (b), (c), (d)では、それぞれ無次元量の流速を $R^* = 0, 647, 3464, 3819$ と変化させたときの1～6次のモード形状を示している。各々の小さい6つの図は、上から順に1～6次のモード形状を示し、時刻 $t = 0, T/4, 2T/4, 3T/4, T$ のときの形状を重ねて示している。ここで、 $R^* = 0$ (図11(a))のとき、表2の5物体のところに示される真空中モードと比較して、低次モードでは連結体の中央部分の振幅よりも両端部分の振幅のほうが小さく、高次モードでは中央部分の振幅よりも両端部分の振幅が大きくなっており、真空中モードとは大きく異なっている。これは、連結部の圧力を連続としたことにより、その圧損が両端部分の圧損より相対的に小さくなり、結果的に連結体の両端の圧力の影響が支配的になったと考えられる。次に、流速をあげていくと波の節がずれてモード形状が変化していくことがわかる。また、図6と図11を比較すると、図11のほうが流速の変化に伴

Fig. 11 Changes of the coupled mode shapes for five bodies in case of smooth pressure and flow rate

う高次モードの振動形状の変化が大きくなっている。一方、低次モードの振動形状の変化は図6の方が大きくなっている。よって、連結部の非定常圧力、流量の連続性を考えた場合、連結部毎に圧力回復すると仮定した場合に比べて連結構造体間の連成が強くなり、流速の増加に伴う高次モードの振動形状の変化に大きな影響を与えたものと考えられる。

Fig. 12 Changes of the pressure for five bodies in case of smooth pressure and flow rate

視覚的に非定常流体力を確認するために、図12に、5体の構造体にかかる非定常流体圧力の流速に伴う変化を示す。図12の(a), (b), (c), (d)では、それぞれ

無次元量の流速を $R^* = 0, 647, 3464, 3819$ と変化させたときの1~6次の圧力分布を示している。各々の小さい6つの図は、上から順に1~6次の圧力分布を示し、時刻 $t = 0, T/4, 2T/4, 3T/4, T$ のときの形状を重ねて示している。流速をあげていくと、モードの振動形状に対応した圧力分布の変化をしていることがわかる。また、図12の連結部での非定常圧力は図7の圧力分布に比べて滑らかに連続していることが確認できる。

5. 結 言

- 狭い流路内の連結構造体の運動方程式から、軸方向すきま流中の連結構造体に作用する流体力を解析的に導き出し、構造体-流体連成方程式に基づき動的安定解析する手法を示した。
- 連結構造体の構造体数は、連結体の構造的連成に対してさらに流れによる連成が加わることで、動的安定性に大きな影響を与えることがわかった。
- 連結部で圧力回復するとした場合と連結部で連続性が保たれるとした場合では連結構造体の動的安定性に大きな相違があることがわかった。

文 献

- (1) Hobson, D. E., Fluid-elastic Instabilities Caused by Flow in an Annulus, *Proceedings of 3rd International Conference on Vibration in Nuclear Plant*, Keswick, U. K., (1982), pp.440-461.
- (2) Inada, F. and Hayama, S., Study on Leakage-Flow-Induced Vibrations Part 5, *Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.55, No.511, (1989), pp.2565-2570.
- (3) Paidoussis, M. P., *Fluid-structure Interactions Slender Structures and Axial Flow I*, Academic Press (1998).
- (4) Fujita, K., Ito, T., Study of Leakage Flow-Induced Vibration of an Axisymmetric Cylindrical Rod Due to Axial Flow, *Proceedings of American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Conference*, Vol.244, (1992), pp.33-43.
- (5) Fujita, K., Shintani, A., Flow-induced Vibration of the Axisymmetric Elastic Beam Subjected to Axial Leakage Flow, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.68, No.674, (2002), pp.2889-2895.
- (6) Fujita, K., Shintani, A., and Yoshino, Y., Vibrational Behavior of a Rigid Body Supported by a Damper-Spring System in Narrow Passage with Fluid, *Proceedings of 7th International Conference on Flow Induced Vibrations*, (2000), pp.829-836.
- (7) Tanaka, S., Hirata, T., Kaneko, S., Watanabe, T., Aerodynamic Vibration of Combined Rigid Bodies Due to Leakage Flow (Effect of Body Shapes and Support Condition), *Proceedings of American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Conference*, Vol.420-2, (2001), pp.45-52.