クランク-スライダ機構を有する アクティブマスダンパによる振動制御*

鈴木 裕一^{*1}, 岩田 佳雄^{*2}
小松崎 俊彦^{*2}, 溝下 将大^{*3}

Vibration Reduction Control Using Active Mass Damper with Crank-Slider Mechanism

Yuichi SUZUKI^{*4}, Yoshio IWATA,
Toshihiko KOMATSUZAKI and Syota MIZOSHITA

^{**} Komatsu Industries Corp., Stamping Press KBU,
5 Yookaichimachijigata, Komatsu-shi, Ishikawa, 923-8666 Japan

This paper proposes a control method for the crank-slider mechanism as the active mass damper (AMD). Vibration isolation systems with spring support cause an increase in oscillating displacement at a natural frequency. Crank-slider mechanisms have been used for many kinds of industrial machines. A system of elastic supported machine frame with crank-slider mechanism can be expressed as time-varying system depends on crank angle. A state equation which contained variable parameters in coefficient matrices is derived from non-linear equations of motion. A controller is adapted the gain-scheduled control method for frame vibration reduction, and the linear velocity control method for crank motion control. State feedback gains are calculated by the linear quadratic regulator (LQR). The proposed method is confirmed by analysis and experiment. As results, the system is reduced disturbance vibration by using the slider as active mass. Furthermore, the system can consist of low costs since the existing mechanisms are used.

Key Words: Motion Control, Vibration Control, Servo Motor, Linkage Mechanism, Active Mass Damper, Gain-Scheduling, Optimal Regulator, Servo System

1. 緒 言

金属加工機械等において、本体より発生する振動が床部へ伝達し有害な地盤振動を誘引する場合があります、また、精密機械等においては、地盤から伝達される振動が動的精度悪化を招く場合があります。このような機械構造物の防振・免震や除振を目的として、ばね等による弾性支持対策を実施する場合があります⁽¹⁾。このとき、機械本体質量-支持ばね振動系の1次固有振動数をできるだけ低めに設計、すなわちばね定数の小さいばね要素で支持すれば振動の絶縁効果が高くなるが、逆に固有振動数付近の周波数では振動伝達率が増加し、また、機械本体の振動変位が増大するという問題がある。このような場合における固有振動数付近の振動を低減

するために、ダイナミックダンパ^{(2),(3)}の併用⁽⁴⁾、アクティブマスダンパ^{(5),(6)}の併用、あるいはアクティブ制御による除振装置⁽⁷⁾を適用することが考えられるが、重り・ばね要素やアクチュエータ等の追加が必要となり設備のコストアップに直結してしまう。一方、クランク-スライダ機構は、モータ等の回転運動を往復運動に変換する機構として、多くの産業機械に利用されている。そこで、スライダをサーボモータによりアクティブに制御し往復運動を行うアクティブマスダンパ系として構成することにより、コストを最小限に抑えつつ機械フレームの振動を抑制することができると考えられる。なお、クランク-スライダ機構を有する機械フレームの基礎部を弾性支持した場合、全体の振動系はクランク角度に依存した時変系となるため、クランク角度全域にわたり、制振効果と安定性を得るには、線形制御理論を適用することが困難であるが、このような時変系をアクティブマスダンパに適用した研究はほとんど見当たらない。そこで本研究では、フレーム制振のためのスライダ制御に対し、クランク角度と角

* 原稿受付 2007 年 10 月 22 日。

^{*1} 正員、コマツ産機(株)鍛圧 KBU(〒923-8666 小松市八日市町地方5)。

^{*2} 正員、金沢大学大学院自然科学研究科(〒920-1192 金沢市角間町)。

^{*3} 学生員、金沢大学大学院自然科学研究科。
E-mail: yuichi_suzuki@snkg.komatsu.co.jp

速度を可変パラメータとして状態方程式の係数行列に含め、パラメータ凍結法によるゲインスケジュールド制御⁸⁾を適用する。フレーム振動変位・速度を計測し、制御器は状態フィードバック制御で構成する。また、クランク角度・角速度のパラメータ変化に対応したフィードバックゲインは最適レギュレータによりオフラインで求めておく。さらに、既存のクランク角速度制御系と制振制御系を併用する構成とし、容易に既存コントローラへアドオン可能な形態とする。そして、シミュレーションと簡易装置による実験を行い、提案する手法による制振の効果を確認した。

2. システムのモデリング

2.1 非線形運動方程式 基礎に弾性支持されたクランク-スライダ機構を有する機械構造物に対応する力学モデルを図1に示す。本報では単純化のため、機械フレーム質量を m_1 、スライダ質量を m_2 とした2自由度系でモデル化した。クランク-スライダ機構部において、スライダの位置 x_2 、速度 $\dot{x}_2$ 、加速度 $\ddot{x}_2$ はクランク角度 θ とリンク角度 ϕ の関数形で表すことができ、次式(1)~(3)のようになる。

$$x_2 = -r \cos \theta - l \cos \phi \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = r \dot{\theta} \sin \theta - r \dot{\phi} \cos \theta \tan \phi \quad (2)$$

$$\ddot{x}_2 = r \ddot{\theta} \sin \theta + r (\dot{\theta})^2 \cos \theta + l \ddot{\phi} \sin \phi + l \dot{\phi}^2 \cos \phi + l (\dot{\phi})^2 \cos \phi \quad (3)$$

ここで、簡単化のために、クランクとコンロッドの比 r/l を微小とみなすと、 $\phi = \pi$ 、 $\dot{\phi} = 0$ 、 $\ddot{\phi} = 0$ となり、式(1)~(3)は次式のようになる。

$$x_2 = -r \cos \theta + l \quad (4)$$

$$\dot{x}_2 = r \sin \theta \cdot \dot{\theta} \quad (5)$$

$$\ddot{x}_2 = r \sin \theta \cdot \ddot{\theta} + r \cos \theta \cdot (\dot{\theta})^2 \quad (6)$$

なお、 $r/l = 0.1$ のとき、式(1)に対する式(4)の誤差は0.1%以内であり、実用上の影響はない。次に、図1全体の系について、一般化座標を x_1 、 θ とすると、一般化力 F_{x1} 、 F_θ は次式のようになる。

$$F_{x1} = \frac{\partial W}{\partial x_1} = 0, \quad F_\theta = \frac{\partial W}{\partial \theta} = T \quad (7)$$

系の運動エネルギー K 、ポテンシャルエネルギー U 、損失エネルギー B は次式のようになる。

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_1 + \dot{x}_2)^2 + \frac{1}{2} J (\dot{\theta})^2 \\ &= \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{x}_1^2 + m_2 \dot{x}_1 \dot{x}_2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} J (\dot{\theta})^2 \end{aligned} \quad (8)$$

$$U = \frac{1}{2} k x_1^2 \quad (9)$$

$$B = \frac{1}{2} c \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} C_f (\dot{\theta})^2 \quad (10)$$

これより、ラグランジュの運動方程式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2) \ddot{x}_1 + m_2 r \sin \theta \cdot \ddot{\theta} + c \dot{x}_1 \\ + m_2 r \cos \theta \cdot (\dot{\theta})^2 + k x_1 = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} m_2 r \sin \theta \cdot \ddot{x}_1 + (m_2 r^2 \sin^2 \theta + J) \ddot{\theta} \\ + m_2 r^2 \sin \theta \cos \theta \cdot (\dot{\theta})^2 + C_f \dot{\theta} = T \end{aligned} \quad (12)$$

Fig. 1 Analytical model

2.2 パラメータ可変状態方程式 制御系設計のために非線形運動方程式をパラメータ可変の状態方程式へ変換する。本報では、クランクの回転を考慮するために、一般的に行われている平衡点近傍で線形化する方法をとらず、クランク角度・角速度を可変パラメータとして係数行列へ組み入れるような変換を行う。式(11)、(12)の運動方程式において、クランクが一定角速度で回転しているとし、 $(\dot{\theta})^2$ の非線形項を次式により線形化する。

$$(\dot{\theta})^2 = \dot{\theta}_o \cdot \dot{\theta} \quad (13)$$

ここで、 $\dot{\theta}_o$ は一定のクランク角速度を表す。式(13)を式(11)、(12)へ代入すると、運動方程式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2) \ddot{x}_1 + m_2 r \sin \theta \cdot \ddot{\theta} + c \dot{x}_1 + k x_1 \\ + m_2 r \cos \theta \cdot \dot{\theta}_o \cdot \dot{\theta} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$m_2 r \sin \theta \cdot \ddot{x}_1 + \left(m_2 r^2 \sin^2 \theta + J \right) \ddot{\theta} + \left(m_2 r^2 \sin \theta \cos \theta \cdot \dot{\theta}_o + C_j \right) \dot{\theta} = T \quad (15)$$

式(14), (15)より,

$$\begin{aligned} \left(m_1 + m_2 - \frac{m_2^2 r^2 \sin^2 \theta}{m_2 r^2 \sin^2 \theta + J} \right) \ddot{x}_1 &= -kx_1 - c\dot{x}_1 \\ &- \left[\left(m_2 r \cos \theta - \frac{m_2^2 r^3 \sin^2 \theta \cos \theta}{m_2 r^2 \sin^2 \theta + J} \right) \dot{\theta}_o \right. \\ &- \left. \frac{m_2 r \sin \theta}{m_2 r^2 \sin^2 \theta + J} C_j \right] \dot{\theta} - \frac{m_2 r \sin \theta}{m_2 r^2 \sin^2 \theta + J} T \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \left(m_2 r^2 \sin^2 \theta + J - \frac{m_2^2 r^2 \sin^2 \theta}{m_1 + m_2} \right) \ddot{\theta} &= \frac{m_2 r \sin \theta}{m_1 + m_2} kx_1 + \frac{m_2 r \sin \theta}{m_1 + m_2} c\dot{x}_1 \\ &+ \left[m_2 r \cos \theta (1 - r \sin \theta) \dot{\theta}_o - C_j \right] \dot{\theta} + T \end{aligned} \quad (17)$$

ここで,

$$\begin{aligned} M_1 &= m_1 + m_2 - \frac{m_2^2 r^2 \sin^2 \theta}{m_2 r^2 \sin^2 \theta + J}, \\ K_1 &= -k, \quad C_1 = -c, \\ G_1 &= - \left(m_2 r \cos \theta - \frac{m_2^2 r^3 \sin^2 \theta \cos \theta}{m_2 r^2 \sin^2 \theta + J} \right) \dot{\theta}_o \\ &+ \frac{m_2 r \sin \theta}{m_2 r^2 \sin^2 \theta + J} C_j, \\ U_1 &= - \frac{m_2 r \sin \theta}{m_2 r^2 \sin^2 \theta + J} \\ M_2 &= m_2 r^2 \sin^2 \theta + J - \frac{m_2^2 r^2 \sin^2 \theta}{m_1 + m_2}, \\ K_2 &= \frac{m_2 r \sin \theta}{m_1 + m_2} k, \quad C_2 = \frac{m_2 r \sin \theta}{m_1 + m_2} c, \\ G_2 &= m_2 r \cos \theta (1 - r \sin \theta) \dot{\theta}_o - C_j, \\ U_2 &= 1 \end{aligned} \quad (18)$$

とおくと, 式(16), (17)は次式のようになる.

$$M_1 \ddot{x}_1 = K_1 x_1 + C_1 \dot{x}_1 + G_1 \dot{\theta} + U_1 T \quad (20)$$

$$M_2 \ddot{\theta} = K_2 x_1 + C_2 \dot{x}_1 + G_2 \dot{\theta} + T \quad (21)$$

状態変数を $x = [x_1 \quad \dot{x}_1 \quad \theta]^T$ とすると, 状態方程式は次式のようになる.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (22)$$

ここで,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ K_1/M_1 & C_1/M_1 & G_1/M_1 \\ K_2/M_2 & C_2/M_2 & G_2/M_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ U_1/M_1 \\ U_2/M_2 \end{bmatrix}, \quad u = T \quad (23)$$

また, T はクランクトルクを表す. サーボドライバが十分高速な電流制御系を持ち, トルク指令に対するモータの遅れは無視できるものとみなし, サーボドライバ・モータを一括して比例要素としてモデル化する. 検出可能な状態変数を $y = [x_1 \quad \dot{x}_1 \quad \theta]^T$ とすると, 出力方程式は次式のようになる.

$$y = Dx + Eu \quad (24)$$

ここで,

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

2.3 フレーム制御系 状態方程式(22)に対し, 最適レギュレータを適用する⁹⁾. 重み行列を Q, R とし, 次式の2次形式評価関数を考える.

$$J_f = \int_0^\infty [x^T Q x + u^T R u] dt \quad (26)$$

式(26)の評価関数 J_f を最小にする制御入力¹⁰⁾は次式で与えられる.

$$u = -F_1 x, \quad F_1 = R^{-1} B^T P \quad (27)$$

ここで, F_1 は状態フィードバックゲインであり, 次式のベクトルで表される.

$$F_1 = [h_1 \quad h_2 \quad h_3] \quad (28)$$

式(27)の P は次式のリカッチ型代数方程式を解くことにより得られる.

$$PA + A^T P - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (29)$$

ここで、式(27), (29)中の行列 A , B は状態方程式(22)の係数行列であり、可変パラメータであるクランク回転角度 θ と角速度 $\dot{\theta}$ が含まれる。 θ を $0-2\pi$ [rad] の範囲で36分割、 $\dot{\theta}$ を $0-5$ [rad/s] の範囲で10分割と離散化し、それぞれの $\theta \cdot \dot{\theta}$ の組み合わせにおいて係数行列 A , B とゲイン F_1 を計算し、最終的に $\theta \cdot \dot{\theta}$ と F_1 のテーブルを求める。オフラインで計算されたテーブルデータは制御器のメモリに記憶し、実働時にリアルタイムで $\theta \cdot \dot{\theta}$ を測定しテーブルを参照することで F_1 をオンラインで求める。離散化したパラメータ θ 間のゲイン値は直線補間により求める。式(26)中の重み行列は、試行錯誤により決定される。図3に示すように別システムのフィードバックループで速度制御を行うことを考慮してクランク角速度 $\dot{\theta}$ に関する重みは0とし、次式の重み行列と、

$$Q = \text{diag}[1 \ 1 \ 0] \quad , \quad R = 1 \quad (30)$$

状態方程式(22), 3・1項の表1に示す特性値により求

(a) 2-dimensional gain curve.

(b) 3-dimensional gain plane.

Fig. 2 Relationship between variable parameter θ , $\dot{\theta}$ and state feedback gain F_1 .

めた状態フィードバックゲイン F_1 の値を図2に示す。図のように、クランク-スライダ機構が死点となる $0, 180, 360$ [deg] では不可制御となり、この近傍では制振制御性が悪化するため低ゲインとなっている。

2・4 クランク速度制御系 クランクの回転速度を一定に制御するため、角速度を目標値に追従させるサーボ系を設計する。制振制御系をオプションとして容易にアドオン可能な形態とするために、汎用コントローラに多く用いられる、積分-比例型(I-P)速度制御方式とした。図3にシステムのブロック図を示す。

Fig. 3 Block diagram of control system

3. シミュレーション

3・1 応答解析方法 2・1項でモデル化した非線形運動方程式(11), (12)について数値解析を行った。汎用数値解析ソフト MATLAB/Simulink を使い、4次 Runge-Kutta 法(ode4), 時間刻み 1ms で過渡応答解析を行った。各定数は表1のように、4章に示す実験装置の特性値を用いた。

Table 1 Analytical parameters

Symbol	Unit	Value
m_1	[kg]	1.820
m_2	[kg]	0.197
J	[kg-m ²]	2.58E-5
c	[N-s/m]	9.5
k	[N/m]	3140
l	[m]	0.10
r	[m]	0.01
C_i	[N-m-s/rad]	0.0075

3・2 クランク停止時の制振解析結果 クランク角度を $\pi/2$ の位置に停止させた場合のシミュレーション結果を図4に示す。フレームには外力による過渡振動が発生し、最大片振幅量の 5% 以内に整定する時間は制御なしで 1170[ms]、一定ゲイン制振制御ありで 690[ms](-41%)、ゲインスケジュールド制振制御ありで 610[ms](-48%)と、制振制御ありの場合は短時間で減衰

する。これより、クランク-スライダ機構がアクティブマスダンパとしてフレームの制振に利用可能であることが確認された。

Fig. 4 Simulation results at crank angle $\theta = \pi/2$.

3.3 クランク回転角速度制御+制振制御の解析結果

クランク角速度制御と制振制御を併用した状態で制振を行う場合の解析結果を図5に示す。ここで、クランク角速度の目標値は 5 [rad/s] とした。図5(a)のように、最大片振幅量の 5% 以内に整定する時間は制御なしで 1260 [ms] 、一定ゲイン制振制御ありで 850 [ms] (-33%)、ゲインスケジュールド制振制御ありで 1000 [ms] (-21%) と、制振制御と速度制御を同時に行う場合においても、フレーム制振の効果が確認できる。また、図5(b)より制振のためにクランク角速度が目標値から変動していることがわかる。

4. 実験

4.1 実験装置 図6に単純モデルの実験装置本体の外観を示す。フレームはリニアガイドにより固定ベース上を一方方向に移動できるようになっており、両端を引張型コイルばねで支持する。スライダはリニアガイドによりフレーム上を一方方向に移動できるようになっている。クランクの回転駆動はフレーム下側に固定した定格 10 [W] のDCサーボモータを使用し、減速比 18:1 のギアを介したクランクの回転をコンロッドによりスライダの往復運動へ変換する。モータの制御は、パソコンから制御プログラムをDSP(Digital Signal Processor)に実装し、トルク指令を電圧値でサーボドライバへ出力することにより行う。クランク回転角度はモータ軸に取り付けたエンコーダにより検出し、サンプリングタイムを 10 [ms] とした差分計算により角

(a) Frame displacement.

(b) Crank angular velocity.

Fig. 5 Simulation results with crank rotation

$$\dot{\theta}_0 = 5 \text{ [rad/s]}.$$

Fig. 6 Experimental setup.

速度を求める。フレームの変位はレーザ変位計から A/D 変換器を介し DSP に入力され、同様に差分計算で速度を求める。外部から働く外乱力は、鋼製球の振り子を使用した打撃によりフレームに約 4 [mm] の変位を与える。なお、全体系の 1 次固有振動数は 6.2 [Hz] である。

4.2 クランク停止時の制振実験結果 クランク角度を $\pi/2$ の位置、すなわち上死点と下死点の中間位置に停止させた状態で制振を行う場合の実験結果を図 7 に示す。5% 以内に整定する時間は制御なしで 770 [ms]、一定ゲイン制振制御ありで 390 [ms] (-49%)、ゲインスケジュールド制振制御ありで 460 [ms] (-40%) となった。このように、フレーム変位量の減衰が増加し、収束するまでの時間が短縮された。

Fig. 7 Experimental results at crank angle $\theta = \pi/2$.

4.3 クランク回転角速度制御+制振制御の実験結果

クランク角速度制御と制振制御を併用した状態で制振を行う場合の実験結果を図 8 に示す。図 8(a) はフレームの変位量であり、最大片振幅量の 5% 以内に整定する時間は制御なしで 820 [ms]、一定ゲイン制振制御ありで 570 [ms] (-30%)、ゲインスケジュールド制振制御ありで 650 [ms] (-21%) となった。このように、クランク角速度制御と制振制御を同時に行った場合においても、クランク $\pi/2$ 停止時よりも効果はやや低下するが、フレーム変位量の減衰が増加し、収束するまでの時間が短縮された。図 8(b) はクランク角速度の変化を示し、制振制御なしで 3.8~6.3 [rad/s]、一定ゲイン制振制御ありで -1.4~14.0 [rad/s]、ゲインスケジュールド制振制御ありで -1.0~11.2 [rad/s] と、ゲインスケジュールド制振制御を行った方がやや変動量が小さい。また、図 8(c) はクランクトルク指令の変化を示し、制振制御なしで -6.3

(a) Frame displacement.

(b) Crank angular velocity.

(c) Crank torque command.

Fig. 8 Experimental results with crank rotation

$$\dot{\theta}_0 = 5 \text{ [rad/s]}.$$

～7.5[%], 一定ゲイン制振制御ありで8.8～9.5[%], ゲインスケジュールド制振制御ありで5.7～7.6[%]と, 一定ゲイン制振制御の場合よりもゲインスケジュールド制振制御の方がトルクのピーク値が低めに抑えられていることがわかる。これらの結果から, 一定ゲイン制振制御と比較し, ゲインスケジュールド制振制御は制振効果が低下するものの, クランク角速度変動量とクランクトルク指令ピーク値が小さく, 既存の機能をなるべく損なわない制振制御を構築するためには有効であると考えられる。

5. 結 言

本研究では, 弾性支持した機械構造物に対し, クランク-スライダ機構をアクティブマスダンパとしてアクティブに制御することにより, フレーム制振を行うシステムを提案した。さらに, 簡単なモデルにおいてシミュレーションと実験により制振効果の有効性を確認した。このシステムは機械の既存の機構を利用するためにわずかなコストアップで制振制御が構築でき, 板金プレス機械・鍛造機械等に広く適用が可能であると考えられる。なお, より複雑な機構への適用, モデル化誤差の検討やロバストな設計手法の適用等について, 今後の課題として取り組んでいく予定である。

文 献

- (1) Hurihata, K., Koike S. and Okubo, T., Theoretical Analysis of Vibration in C-Frame Press (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol. 42, No. 353 (1976), pp. 118-126.
- (2) Omata, K., Studies on Vibration Control by Dynamic Damper of Air Damping Type, *Memoirs of the Institute of Sciences and Technology, Meiji University*, Vol. 9 (1970), pp. 109-141.
- (3) Seto, K. and Tominari, N., Studies on Machine-Tools with Long Ram : On Introduction of Variable Stiffness-Type Dynamic Damper, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol. 42, No. 355 (1976), pp. 727-737.
- (4) Kobayashi, Y., Aso, K. and Obinata, G., Longitudinal Vibration-Control of Pipe String for Mining Manganese Nodules with Elastic Support and Vibration Absorber, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 65, No. 629 (1999), pp. 61-67.
- (5) Takita, Y. and Seto, K., Active Control of Structural Vibration by a Software Servo System (1st Report, On the Vibration Control Using the Linear Quadratic Optimal Control Theory), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 52, No. 484 (1986), pp. 3055-3062.
- (6) Nishimura, H., Oie, N. and Takagi, K., Vibration Control of A Structure by Using of An Active Dynamic Vibration Absorber Taking Account of Actuator Constraints, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 66, No. 641 (2000), pp. 53-59.
- (7) Fujita, T., Fukuhisa, S., Murai, N., Takahashi, Y. and Katayama, K., Active Microtremor Isolation System Using Linear Motors, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 56, No. 523 (1990), pp. 628-633.
- (8) Shamma, J. S. and Athans, M., Analysis of gain scheduled control for nonlinear plants, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 35, No. 8 (1990), pp. 898-907.
- (9) Nonami, K., Nishimura, H. and Hirata, M., *Control System Design Using MATLAB* (in Japanese), (1998), pp. 49-52, Tokyo Denki University Press.