エッジロードを考慮したころ軸受寿命予測方法*

長 谷 陽 夫^{*1}

Fatigue Life Estimation for Roller Bearings Under Edge Load Occurrence

Haruo NAGATANI^{*2}^{*2} NTN corporation, Automobile Engineering Department,
1578 Higashi-Kaizuka, Iwata-shi, Shizuoka, 438-8510 Japan

For roller bearings, it is important how to design crowning profile to evade the damage by edge load and acquire the long life. Up to now, various methods for optimum crowning profile are proposed mainly from the viewpoint of contact pressure. But author thought, crowning configuration must be decided by τ_0 , not by contact pressure because rolling fatigue life is influenced by sub-surface shear stress amplitude τ_0 . To relate τ_0 with bearing life, precise subsurface stress calculation is necessary. Author thought conventional uniform contact pressure element is inefficient for precise τ_0 calculation, and developed a new linear pressure element. For applying τ_0 , which is calculated by that linear element, to fatigue life prediction, author devised new method by expanding Lundberg-Palmgren theory to divided sub-surface volume. The result using this method is compared with bearing life test results. Both were corresponding well in every case. Using this method, precise life ratio prediction becomes possible, and consequently crowning profile evaluation becomes more accurate.

Key Words: Rolling Bearing, Life Prediction, Fatigue, Design, Contact Problem, Analytical Model, Shear Stress, Rolling Fatigue

1. ま え が き

ころ軸受を設計するうえで、クラウニング部の設計は重要であり、過去その設定方法やクラウニング付軸受の寿命予測法の検討が行われてきた。

Harris⁽¹⁾は、LundbergとPalmgrenの転がり軸受寿命理論⁽²⁾(以下LP理論と呼ぶ)をベースに、ころを輪切りにして分割片の寿命を求め、その寿命を合成して軸受寿命を算出する手法を提案した。この手法は現在でもかなり広く利用されているが、エッジロードを考慮できない。Moyerら⁽³⁾は大胆な仮定のもと、エッジロード予測手法を提案している。

伊藤と杉浦⁽⁴⁾は、ころクラウニング量を変更して行った寿命試験結果をベースに、上記両手法を用いた最適クラウニング設定法を提案している。

その後、半無限体に集中荷重が作用したときの変位解⁽⁵⁾を重ね合わせて面圧分布を数値的に算出する手法⁽⁶⁾が普及し、接触面圧はより厳密に計算できるようになった。棗田⁽⁷⁾はこの手法を発展させMLMI

(multi-level multi-integration)法を用いた面圧分布計算手法を報告している。藤原と川瀬⁽⁸⁾はMLMI法を用いた面圧分布から、最適クラウニング設定方法を提案している。

これらの取組みは、面圧分布をベースとしてクラウニングを決定するもので、Harrisの手法以外、軸受寿命を算出することはできない。

軸受寿命を算出するためには、表面下せん断応力(以後 τ_{xy} と呼ぶ)を算出して検討する必要がある。IoannidesとHarris⁽⁹⁾は、 τ_{xy} とMises応力の両方についての応力分布検討から表面下分割体積に疲労限の概念を導入している。原田ら⁽¹⁰⁾は表面下のMises応力を均一化するクラウニング手法を提案している。

しかし、ころエッジロード発生時や鋼球肩乗り上げ時のように、Hertz接触理論から外れる条件下において、軸受寿命を予測検討した報告例はない。実際の設計では、加工面からの制約などで、理想的なクラウニングを設定することができない場合が多い。このためクラウニング設定時の軸受寿命を予測して要求寿命を満足できるか否か検討できれば非常に有用な設計ツールとなる。

著者は、 τ_{xy} 算出には、要素内部の面圧を均一(以後零次要素と呼ぶ)と仮定した従来手法では、メッシュ

* 原稿受付 2007年12月11日。

^{*1} 正員、NTN(株)自動車商品本部自動車技術部(〒438-8510 磐田市東貝塚1578)。

E-mail: haruo_nagatani@ntn.co.jp

$$F_i \propto \frac{\tau_{0i}^h}{z_{0i}^h} \dots\dots\dots (6)$$

$$V_i \propto a_i z_{0i} l \dots\dots\dots (7)$$

τ_{0i} , z_{0i} は個々のスライス片における最大せん断応力振幅と最大せん断応力深さ位置, a_i はスライス片の幅 (またはその半分) である。

なお, 深さ方向のメッシュは, 各スライス片での最大値 (τ_{0i} , z_{0i}) を計算できる深さまで確保しておく必要がある。計算対象とする領域は応力体積の幅 ($2a$) から外れる領域を含めても, その部分の応力値は小さいので全体寿命への影響はほとんどなく, このため, ころ有効長さ部を含む適当な領域を x 方向の計算対象領域とすれば良い。また, x 方向の分割幅が均一でない場合でも寿命計算可能である。

各スライス片で円周長さ l は同じなので, 寿命比計算式は次式のようになる。

$$L_i = A_1 \left(\frac{z_{0i}^{h-1}}{\tau_{0i}^h a_i} \right)^{1/e} \\ = A_1 \cdot \tau_{0i}^{-h/e} \cdot z_{0i}^{(h-1)/e} \cdot a_i^{-1/e} \dots\dots\dots (8)$$

A_1 は比例定数で未定である。本報ではこの値を未定として寿命比だけを求める。

上記のように求めた各スライス片の寿命を合成して, 全体の寿命は次式で与えられる。

$$\frac{1}{L} = \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^e + \left(\frac{1}{L_2} \right)^e + \dots + \left(\frac{1}{L_n} \right)^e \right]^{1/e} \dots\dots\dots (9)$$

3. τ_{zy} 計算時の要素比較

3.1 計算モデル 零次要素と一次要素の τ_{zy} の算出精度を比較するため, 直径 $\phi 12$, 長さ 12 mm, チャンファ部長さ 0.5 mm, チャンファ円弧半径 1.5 mm のクラウニングのない円筒ころが外径 $\phi 20$ のクラウニングのない円筒面と接触し, 13.72 kN (1 400 kgf) の荷重を受けているときの τ_{zy} を計算する。

3.2 メッシュ 応力メッシュは x 方向 12 mm, $z_{\max} = 0.3$ mm, $\Delta z = 0.01$ mm, $\Delta y = 0.001$ mm, $\Delta x = 0.1$ mm, $FM = 0.49 \sim 0.65$ mm と 11.35 ~ 11.51 mm, $\Delta FM = 0.01$ mm である。チャンファ部近傍には応力が集中するので細かくメッシュ切りした。

面圧メッシュを図 2 に示す。零次要素ではメッシュ中心に節点があり, 一次要素では要素の四隅に節点がある。既報⁽¹¹⁾ 同様, x 方向分割数を NA , y 方向分割数を NB として, x 方向には応力集中箇所 ($x=0.5$ と 11.5 位置) の両側に再分割領域 FM を設け, その中央に向かうにつれ等比級数的に間隔を狭くする方式で分割数 DIV の分割をする。これにより面圧メッシュは, $NA=24$, $NB=24$, $FM=0.5$ と 11.5, $\Delta FM=0.1$, $DIV=5$ のように表現できる。

3.3 計算結果 表面下せん断応力計算結果を図 3(a), (b) に示す。

面圧メッシュは $NA=24$, $NB=24$, $FM=0.5$ と 11.5, $\Delta FM=0.1$, $DIV=5$ である。図 3(a) は零次要素を用いて面圧を算出し, 要素内面圧は均一として τ_{zy} を算出したものである。図 3(b) は一次要素を用いて要素内は線形面圧分布として算出したものである。どちらも τ_{zy} がほぼ最大となるころ軸方向位置 x

Fig. 2 Mesh for pressure calculation

(a) 0th-order element

(b) 1st-order element

Fig. 3 Shear stress calculation

=0.51 mm での y 方向のようすを示したものである。 $y=0$ は接触点円短軸の中央位置である。

零次要素を用いた図 3(a) では深さ $z=0.01$ mm のとき、波打ち現象が出て τ_{zy} は全体の中で最大値となっている。なお、波打ちの周期は面圧メッシュの y 方向間隔と対応している。一方、一次要素を使用した図 3(b) では波打ち現象は出ておらず、良好である。

著者は既報⁽¹¹⁾で零次要素は、メッシュ分割が十分でない場合、表面近傍に波打ち現象が現れることを報告しているが、ころと軌道面の接触にも同じ現象が確認でき、かつこの現象は寿命計算に際して無視できないレベルであることが確認できた。

この現象は零次要素の分割を細かくすれば改善できるが、分割を細かくすると面圧計算時間と τ_{zy} 計算時間の両方に影響するため、粗い分割でも精度の良い結果が得られるほうがツールとして優れている。以上の結果から、これ以降は一次要素を用いて進める。

4. せん断応力への面圧メッシュの影響

4.1 計算モデル クラウニングがない場合、チャンファ部近傍にエッジロードが発生し、エッジ部で面圧が上昇する。そのピーク値は面圧メッシュの分割幅により変わり、値を特定できないため、表面下応力もメッシュの影響を受け、値を特定できない可能性がある。ここでは、3章と同じ $\phi 12$ 円筒ころと $\phi 20$ 円筒ころの接触問題を取上げ、 τ_{zy} の振幅 τ_0 について調査する。

4.2 面圧メッシュ 面圧メッシュとして以下の二つを取上げる。

32 bit コンピュータで倍精度計算するとき、影響係数の値をすべてメモリー内部に格納しようとすると、 NA' (細分割後の x 方向分割数)=150, $NB=65$ の分割で約 1.5 GB となり、ほぼ限界となる。A の分割は細分割後 $NA'=140$ であり、ほぼこれに近い状態を表現している。一方、B は粗い分割である。

Mesh-A : $NA=96$, $NB=64$, $FM=0.5$ と 11.5,
 $\Delta FM=0.05$, $DIV=11$

Mesh-B : $NA=24$, $NB=24$, $FM=0.5$ と 11.5,
 $\Delta FM=0.1$, $DIV=5$

計算対象領域は $12 \text{ mm} \times 0.65 \text{ mm}$ である。基本メッシュサイズは、メッシュ A で $0.125 \text{ mm} \times 0.001 \text{ mm}$ である。細分割によるエッジ部の x 方向最小メッシュサイズは $FM/2^{n-1}$ で表され、メッシュ A は約 $0.04 \mu\text{m}$ 、メッシュ B は $6.25 \mu\text{m}$ である。

$y=0$ 断面での面圧を図 4(a)、 $x=0.5$ 断面での面圧を図 4(b)に示す。最大ピーク値で A は B の 3 倍

に増加し、形状も変わってきている。

このように高い面圧のとき、実際の材料では降伏が生じ、形状が変わることが予想されるが、本手法は面圧計算に際して材料の降伏まで取扱うことはできないので、ここでは単純に面圧値だけを求めている。

4.3 τ_0 計算結果 上記面圧分布時の振幅 τ_0 を図 5 に示す。

図 5(a) と (b) の結果を比較するとほぼ同じであり、 τ_0 はほとんど面圧メッシュの影響を受けていない。メッシュ分割により面圧は上昇するが、面積が小さくなるため、表面下への影響度合いは小さくなり、影響が相殺されると思われる。

以上の結果から、メッシュ B の分割でも問題ないと考えられるが、以下の寿命検討では、少し安全を見て $NA=48$, $NB=48$, $FM=0.5$ と 11.5, $\Delta FM=0.1$,

Fig. 4 Contact pressure

(a) Mesh-A ($NA=96$, $NB=64$, $FM=0.05$, $DIV=11$)

(b) Mesh-B ($NA=24$, $NB=24$, $FM=0.1$, $DIV=5$)

Fig. 5 Shear stress amplitude

$DIV=7$ の面圧メッシュを用いて検討していくことにする。

5. 事例

5・1 寿命試験結果 文献(2)に、 $\phi 12 \times 12$ の SUJ 2 円筒試験片を同じく SUJ 2 の $\phi 20$ 円筒と接触させ負荷を与え、ころのクラウニングを種々変えた転がり疲労寿命試験結果が報告されている。この試験結果を表 1 に掲載する。

5・2 接触面圧 表 1 の実験での接触面圧を 3D プロットして図 6 に、 $y=0$ 断面での面圧を図 7 に示す。なお、面圧分布は長手方向に对称であるので、図 7 では半分だけ表示している。

V1 ではエッジ部での接触がないため、エッジロードは発生していない。V2 で少し当たり始め、V3 から V5 にかけてどんどんエッジロードが増大する。エッジロードが増大すると図 7(a) 中央部 ($x=6$ mm) での面圧が低下する傾向がうかがえる。V6 から V8 では、すべてエッジロードが発生しているが、中央部の面圧からも、V6 から V8 へ向かうにつれエッジロードの程度は増大していることがわかる。

Table 1 Rolling fatigue test result

Test No.	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8
Load (kN)			13.72			17.35	11.76	9.8
Crowning (mm)	300	480	890	1200	∞	480	890	1200
$L_{10} \times 10^4$	560	1240	930	900	400	410	2200	4010
$L_{50} \times 10^4$	2160	4640	2360	1640	745	1330	5100	7250
Weibull Slope	1.4	1.4	2.0	3.2	3.0	1.6	2.2	3.2
Edge Failure/ Test Frequency	0/14	0/15	7/15	12/15	13/15	3/15	6/15	8/15

Fig. 6 Contact pressure (3D plot)

5・3 表面下せん断応力 表 1 の実験に用いた種々のクラウニング形状に対して τ_0 の計算結果を図 8(a)~(h) に示す。

応力メッシュは $z_{\max}=0.3$ mm, $\Delta z=0.01$ mm, $\Delta y=0.001$ mm, $\Delta x=0.1$ mm, $FM=0.49 \sim 0.65$ mm と $11.35 \sim 11.51$ mm, $\Delta FM=0.01$ mm である。これを応力メッシュ I とする。

実験結果では V1, V2 とともにエッジからの離れは零である。面圧計算では、図 6, 7 に見られるように、V2 にエッジロードが発生している。一方、せん断応力振幅では図 8(b) に見られるように、他の部位に比べて卓越しているわけではなく V2 程度のエッジロードは寿命への影響が軽微であることが推定できる。

応力メッシュ I では全体の傾向を見るには十分であるが、深さ方向メッシュが粗く V1 から V8 間で z_0 に差が出ない場合があったため、さらにメッシュの深さ方向分割を細かくし計算精度をアップした計算を行った。応力メッシュは $z_{\max}=0.15$ mm, $\Delta z=0.0025$ mm, $\Delta x=0.1$ mm, $FM=0.49 \sim 0.65$ mm と $11.35 \sim 11.51$ mm, $\Delta FM=0.01$ mm である(これを応力メッシュ II とする)。このときの最大 τ_0 と z_0 を中央部とエッジ部に分けて、表 2 にまとめる。なお、V1 の z_0 は 0.15 mm とメッシュの最終深さと一致しているが、さらに深い位置でも z_0 を計算し、 0.15 がピーク位置であることを確認している。エッジロード

(a) V1~V5

(b) V6~V8

Fig. 7 Contact pressure in the section of $y=0$

Fig.8 Shear stress amplitude of fatigue test sample

部の τ_0 は中央部の τ_0 に比べて表層に近いことがわかる。

5.4 従来手法による寿命計算 表1の結果について, Harrisによる手法⁽¹⁾と, 面圧分布から寿命計算する手法について計算する。後者では, ころを輪切り

にして面圧分布から分割ころが支持している荷重を算出し, これにHarrisの手法を適用した。面圧メッシュは(A) $NA=128$, $NB=64$ の均等分割と(B) $NA=64$, $NB=64$, $FM=0.1$, $DIV=5$ の2種類で検討し, 零次要素で解析した。零次要素で解析したのは, ころ

分割幅の中央で面圧値が算出ることによる。なお、Harrisの手法では式(10)で等価荷重 Q_e を算出し、式(11)で寿命を計算する。 ϕ は面圧メッシュの不均一分割に対応するために著者が新たに設けた重み関数で、いちばん細かい分割を1として各ころ分割長さとの比を ϕ とした。

$$Q_e = l_{\text{eff}}^{2/9} w^{2/9} \left[\sum_{i=1}^n \phi q_i^{9/2} \right]^{2/9} \dots\dots\dots (10)$$

$$L = \left(\frac{C}{Q_e} \right)^{10/3} \dots\dots\dots (11)$$

l_{eff} はころ有効長さ、 w は最小分割ころの幅、 q_i は単位長さ当たりの荷重、 C は内輪負荷容量である。

寿命計算結果を図9に示す。寿命はいずれもV1の値を1として、その比で表示した。

Harrisによる手法ではおおむね実験結果と一致しているが、エッジロードの考慮ができなため、V1からV5へ向かうにつれ寿命が長くなり、実験の傾向と合わない。

面圧による寿命ではV1～V8まで寿命の大小差が

Table 2 Max τ_0 and α_0

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8
Center								
τ_0 (MPa)	1145	1044	947	916	819	1132	893	800
α_0 (mm)	0.1500	0.1375	0.1250	0.1200	0.1075	0.1475	0.1175	0.1050
x (mm)	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0
edge								
τ_0 (MPa)	0	—(*)	809	906	1141	640	699	694
α_0 (mm)	—	—	0.0625	0.0725	0.0825	0.0600	0.0575	0.0525
x (mm)	—	—	0.55	0.56	0.56	0.56	0.55	0.54

(*)peak is not observed

Fig. 9 Conventional life calculation result

Fig. 10 Life calculation result based on α_0

小さい傾向であった。V1からV5のクラウニング差については、メッシュAの均等分割ではあまり差が出ていない。メッシュBの不均一分割ではエッジ部面圧の影響でV3からV5へ向かうにつれ寿命が減少するが、V1、V2が同レベルとなり実験と合わない。したがって、面圧からの寿命計算も実験の傾向をとらえることは難しいといえる。また、メッシュによって寿命の値が変わるのは、手法として良いとはいえない。

5.5 α_0 による寿命計算

2・2節で述べた寿命計算手法を表1の実験に適用すると図10のようになる。応力メッシュIとIIで、ほとんど差はなかった。応力メッシュI程度の粗さでもかなりの寿命計算精度が得られるようである。

実験の傾向との比較という面では、著者の手法はHarrisの手法などよりは実験の傾向をとらえていると考えるが、実験結果を完全にとらえてはいない。この原因を以下に考察する。

図11は図10のメッシュIについて、V1からV8のそれぞれの計算結果を実験結果との比で表したものであり、1.0近辺が実験結果といちばん一致していることを表している。V5の一致度がいちばん悪く、エッジロードがきついほど、一致度が悪化しているといえる。

Fig. 11 Co-relation of calculation and test result

Fig. 12 Life ratio by cutting off pressure method

このことから、エッジ部の面圧が高いと実現象としては、油膜切れが生じて、潤滑状態が悪化し、実寿命は計算寿命より低下してしまうことが考えられる。この点を考慮した寿命計算モデルの開発は、今後の課題と考える。

一方、実現象としては、エッジロードによる高い面圧により材料が降伏を生じ、エッジロードが緩和されて寿命が延びるというモードも考えられる。この検討のため、面圧計算の中で、面圧値をカットオフすることを試みた。カットオフ値としては、塑性変形が生じるとされる 4 000 MPa を採用した。各部の面圧はこの値を上限として算出される。この手法により算出した寿命計算結果を図 12 に示す。図 12 では図 10 のメッシュ I の V 1 の寿命を基準値としてプロットした。なお、図 7 の面圧計算結果からわかるように、V 1 の面圧は中央部で 4 000 MPa を超えているため、カットオフ時の面圧、せん断応力、寿命がすべて変わってくる。

図 12 から、面圧カットオフによる寿命値はカットオフがない場合より寿命が長くなってはいるが、エッジロードが大きい V 5 で特に長くなるわけではないことがわかる。したがって、エッジロードの高面圧により材料が降伏し、エッジロードが緩和されて寿命が延びるというモードは、寿命の傾向を大きく変えるほどのものではないといえる。

7. あ と が き

表面下の σ_0 分布状態をベースに新しい寿命予測方法を提案した。本手法ではエッジロードがきつくなると実験結果との一致度が悪化するという問題はあるが、面圧をベースとした従来手法では説明できなかったエッジロードによる寿命低下特性をとらえることができたと考える。

文 献

- (1) Harris, T. A., The Effect of Misalignment on the Fatigue Life of Cylindrical Roller Bearings Having Crowned Rolling Members, *Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, Series F*, Vol. 91, No. 2 (1969), pp. 294-300.
- (2) Lundberg, G. and Palmgren, A., Dynamic Capacity of Rolling Bearings, *Acta Polytechnica, Mechanical Engineering Series*, Vol. 1, No. 3 (1947), and Lundberg, G. and Palmgren, A., Dynamic Capacity of Roller Bearings, *Acta Polytechnica, Mechanical Engineering Series*, Vol. 2, No. 4 (1952).
- (3) Moyer, C. A. and Neifert, H. R., A First Order Solution for the Stress Concentration Present at the End of Roller Contact, *Transactions of the ASLE*, Vol. 6 (1963), pp. 324-336.
- (4) Itoh, S. and Sugiura, I., Investigation of Optimum Crowning in Line Contact Cylinder to Cylinder Type Rolling Contact Fatigue Test Rig, *NTN Technical Review*, No. 48 (1982), pp. 18-26.
- (5) Love, A. E. H., *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, 4th ed., (1926), p. 241, Dover Publications.
- (6) For example, Hartnett, M. J., The Analysis of Contact Stresses in Rolling Element Bearings, *Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101 (1979), pp. 105-109.
- (7) Natsumeda, S., Application of multi-level multi-integration to contact problems, Part 1: Non-Hertzian Contact in Rolling Bearings, *Proceedings Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 213, Part J (1999), pp. 63-80.
- (8) Fujiwara, H. and Kawase, T., Logarithmic Profile of Rollers in Roller Bearing and Optimization of the Profile, *Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol. 72, No. 721 (2006), pp. 3022-3029.
- (9) Ioannides, E. and Harris, T. A., A New Fatigue Life Model for Rolling Bearings, *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 107 (1985), pp. 367-378.
- (10) Harada, M., Kamamoto, S. and Fujiwara, Y., Roller Bearing Crowning Profile Considering Subsurface Stress (in Japanese), *Tribology Congress 2000-5*, (2000), C 6, pp. 171-172.
- (11) Nagatani, H., Contact Pressure and Shear Stress Analysis with Quadrangle Linear Element, *Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 73, No. 732 (2007), pp. 227-234.