鋼球肩乗り上げ時の玉軸受寿命予測方法*

長 谷 陽 夫*¹, 芋 生 明 俊*²Ball Bearing Fatigue Life Estimation Under the Condition of
Contact Ellipse Being Over ShoulderHaruo NAGATANI*³ and Akitoshi IMOU^{*3} NTN corporation, Automobile Engineering Department,
1578 Higashi-Kaizuka, Iwata-shi, Shizuoka, 438-8510 Japan

There are no prediction methods of bearing fatigue life when ball bearing is used under the condition of contact ellipse being over shoulder. To enable this prediction there are two difficulties. The first is contact problem shifts from non-conforming contact problem to conforming contact problem because of large load. The second is there is no practical method for bearing life estimation under the condition like as edge load occurring, though there exist many decision methods about optimal crowning when edge load occurs. For each problem, authors have proposed each solution. Combining those methods, we propose the bearing life ratio estimation method under the condition of contact ellipse being over shoulder. To verify this method, we compare the calculation result with bearing life test result for 50 samples that have different 3 inner ring outer diameters. The both result agree well, therefore the validation of this method was achieved. Ahead of that, we propose improved solution to the first difficulty, and verify the contact pressure and shear stress by comparing FEA result with improved solution when contact ellipse being over shoulder. This solution has been used to estimate above-mentioned bearing life.

Key Words: Rolling Bearing, Life Prediction, Fatigue, Design, Contact Problem, Analytical Model, Numerical Analysis, Shear Stress, Rolling Fatigue, Ball Bearing, Contact Ellipse, Conforming Problem

1. ま え が き

玉軸受の鋼球が肩乗り上げを生じる条件下で使用されるとき、その軸受寿命を予測することが設計上必要になるが、このような場合の寿命予測に関する計算手法の報告は見当たらず、肩乗り上げの程度が必要寿命に対して許容できるレベルか否かの判断は過去の経験や実験確認によって行っているのが実情である。

肩乗り上げ時の寿命予測を可能にするためには、克服すべき問題が二つある。一つは鋼球が肩乗り上げを生じるような大荷重条件下では、接触領域が広くなり、接触だ円が平面上に存在するとはみなせなくなり、Conforming Contact Problem になることである。このため、通常の Non-Conforming Contact Problem (以下“Contact”を省略する)での数値計算方法⁽¹⁾では面圧や表面下せん断応力を計算できず、FEM や BEM を除いて、計算手法が皆無の状況であり、寿命予測より困難になっている。著者らは別報⁽²⁾でこの問題に対する実用的な面圧分布計算方法を提案してお

り、この手法を用いれば、肩乗り上げが生じたときの面圧計算が可能である。

もう一つは、エッジロードが生じたときの適当な軸受寿命予測方法がないことである。ころ軸受では、エッジロードを考慮した最適クラウニングの設定方法に関する報告例はある⁽³⁾⁻⁽⁵⁾が、エッジロードが生じたときの寿命計算方法はほとんど報告されていない。Ioannides ら⁽⁶⁾は表面下の応力から寿命を予測するという普遍性のある寿命計算手法を提案しているがエッジロードへの適用については触れておらず、また Lundberg-Palmgren⁽⁷⁾の寿命理論(以下「LP 理論」と呼ぶ)とのかい離が大きいため使いにくい面がある。著者の一人は別報で表面下せん断応力分布から寿命を予測する手法を提案し⁽⁸⁾、LP 理論との整合性のある寿命比予測方法の確立を図ってきた。この手法ではエッジロードが大きい場合に、計算寿命がやや大きく算出されるという問題はあるが、従来手法ではとらえられない特性を算出できる。これを鋼球肩乗り上げ問題へも適用すれば、肩乗り上げ時の寿命を予測できる可能性がある。

本報では上記二つの手法を組合わせて、鋼球肩乗り上げ時の寿命予測方法を提案し、実験結果と比較検証する。また、Conforming Problem に対する文献⁽²⁾

* 原稿受付 2007 年 12 月 27 日。

^{*1} 正員, NTN(株)自動車商品本部自動車技術部(〒438-8510 磐田市東貝塚 1578)。^{*2} NTN(株)自動車商品本部自動車技術部。
E-mail: haruo_nagatani@ntn.co.jp

の手法について改良を加え、表面下応力の計算をより簡単・高速にできるように工夫した。なお、文献(8)では、高精度化の目的で要素内部に線形な面圧分布を仮定した要素⁽⁹⁾を使用した。Conforming Problemにおける面圧計算方法は近似手法であることと、要素分割を細かくすれば、波打ち現象はある程度防止でき、極表層以外のせん断応力値は使用できること、そして極表層のせん断応力値は小さいため寿命への影響は小さいこと、を勘案して文献(2)の手法と同様、要素内部の面圧分布は均一であると仮定して進める。

2. 接触面圧計算

2.1 解析概要 文献(2)では、Boussinesqの解⁽¹⁰⁾をあたかも無限領域全体の解であるかのように取扱ひ、ボールと内輪間の接触面圧計算に際して、図1, 2のように基準面を円筒として解析した。しかし、影響係数は荷重点近傍で大きく、かつ深さ方向の変形がいちばん重要であるという考察から、本報では文献(2)で行ったような3方向の影響係数を求めるのではなく、平面問題の手法を円筒面への写像のように取扱う。以下にこの手法について述べる。

本手法の特徴は、以下のものである。

(1) メッシュ間距離の算出には、基準円筒面上での距離を用いる。すなわち、メッシュ間の円筒面周方向長さと同円筒軸方向距離だけを用い、面に垂直な方向の距離は無視する。

(2) 影響係数算出に当たって円筒面の曲率を考慮する。

(3) Boussinesqの解の z 方向(無限平面に垂直な方向)変位のみを用いる。

文献(2)に対する変更点は、(1)、(3)項である。また、通常のNon-Conforming Problem解法に対する変更点は(1)、(2)項である。すなわち、Non-Conforming Problemでの解法に対して、要素間の距

離の算出を(1)の方法とし、影響係数の算出に(2)の方法を用いるという修正を加えるだけでConforming Problemに対応できる。別の見方をすると、基準円筒面を展開し、これを平面として取扱う手法ともみなせる。

以上より、本手法の影響係数は、以下のようになる。すなわち、その中心が (θ, y) で、均一な単位面圧が作用している要素 e が点 (θ', y') のラジアル方向変位 w に与える影響は次式で表される。 E はヤング率、 ν はポアソン比である。

$$w = \frac{(1-\nu^2)}{\pi E} \times \iint_e \frac{R_0 d\theta dy}{\sqrt{(R_0\theta - R_0\theta')^2 + (y - y')^2}} \cos(\theta - \theta') \dots\dots\dots (1)$$

これはNon-Conforming Problemでの x の代わりに $R_0\theta$ を用いて、かつ円筒面の曲率を考慮して影響係数の方向修正に $\cos(\theta - \theta')$ を掛けたものとなっている。このため、ほぼそのままNon-Conforming Problemでの解法が使用でき、文献(2)で用いたようなガウス積分を用いる必要はなくなり、影響係数とせん断応力の両方に対して、解析積分を用いることができる。

2.2 事例 文献(2)の事例2(ボールと内輪の接触)を取上げ、上記手法の検証を行う。

物体1：玉軸受の転動体(直径7.9375 mm)

物体2：玉軸受の内輪軌道面

PCD 34.5 mm, 溝曲率 1.02

接触方向：接触角 15 deg

荷重：9 000 N(接触方向)

2.3 解析結果 文献(2)の手法と今回の改良手法、並びにFEM結果を図3に示す。

Fig. 1 Contact analysis model

Fig. 2 Cylindrical coordinates

Fig. 3 Contact pressure comparison

3者とも大きな差はなく、いずれも実用レベルにあるが、計算時間では文献(2)の手法が197 s、今回手法が112 sと時間短縮が達成できた(Pentium 4, 3 GHz)。なお、文献(2)に記載されているように、Non-Conforming Problemとして解いた場合は、図3とはかなり異なる面圧分布となり、使用できない。

3. 表面下せん断応力計算

3・1 計算式 本報で扱う応力は、転がり疲労に影響する表面下せん断応力 τ_{zy} である。以下に計算方法を示す。

その中心が基準円筒上で (θ', y') である要素 e が表面下の深さ z の点 $Q(\theta, y, z)$ に作用する τ_{zy} は、Non-Conforming Problem での τ_{zy} 計算式に式(1)と同様の修正を加えて、次式で計算する。この式は解析的に解が求まるので、これを表面の全要素について加えて、点 Q の τ_{zy} が求まる。なお τ_{zy} と表記しているが、実際には円筒座標系での τ_{zy} である。

$$\tau_{zy} = \frac{3z^2}{2\pi} \times \iint_e \frac{(y'-y)R_0 d\theta dy}{\sqrt{R_0^2 \theta'^2 - R_0^2 \theta^2 + (y'-y)^2 + z^2}^{5/2}} \cos(\theta' - \theta) \quad \dots\dots\dots (2)$$

3・2 FEMによる検証 2・2節で取上げた文献(2)の事例2のモデルに対して、内輪肩高さを変更し、鋼球が肩乗り上げを生じた場合の表面下応力 τ_{zy} について比較検証を行う(図4参照)。

内輪は図4のMN軸回り回転体の90 deg分を取扱う。四面体二次要素を基本とし、接触部のメッシュは六面体一次要素を用いた。接触部のメッシュ長は長軸30 μ m、短軸10 μ mの格子状で、深さ方向は約17 μ m間隔で0.6 mmまでを対象としている。四面体と六面体の接合部では、四面体の中間節点を多点拘束により拘束した。節点数は1 438 604、要素数は1 159 822であり、13台のパソコンによる並列計算を行った。溝

触角15 deg 方向へ9000 Nの荷重を負荷

Fig. 4 FEM model

肩には0.2 mmの直線チャンファがあり、転走面での肩高さはR 14.6である。

境界条件：A、C面上節点を全方向に固定

B面上節点を紙面上下方向に固定

紙面上節点の紙面垂直方向変位を拘束

荷重条件：球の切断面と平行な剛体面を配置し、剛体面上をボールが移動しないように拘束しながら、剛体面の荷重制御により接触角15 deg 方向へ9 000 Nの荷重を負荷

τ_{zy} の計算結果を図5、6に示す。図5、6は内輪肩位置付近の τ_{zy} が最大となる位置(接触点位置から約32 degの位置)で接触だ円長軸に垂直な断面で切り、断面のせん断応力分布をコンタ表示したものであり、図5はFEM、図6は著者らの手法である。著者らの手法では、面圧メッシュ(後述)は $\theta=25\sim125$ deg、 $y=\pm0.3$ mmの領域を、 $NA=71$ 、 $NB=51$ 、 $\Delta FM=0.1$ 、 $DIV=5$ で分割したものを使用した。応力メッシュは θ 方向に0.2 deg、 y 方向に0.002 m、深さ方向に0.01 mmの均一刻み幅のものを使用した。 y 軸は接触だ円短軸方向である。両者の値はおおむね一致しており、上記手法の妥当性が確認できた。なお、FEMでは本来零であるべき表面に少しせん断応力が発生しているが、接触計算の誤差と考える。

4. 転がり疲労寿命

4・1 概要 文献(8)では、転走面をスライスして各スライス片の寿命を取扱い、ころ軸受について寿命試験結果との比較を行った。ここではその手法を玉

Fig. 5 τ_{xy} contour plot by FEM Fig. 6 τ_{xy} contour plot by authors' method

軸受に適用する。

文献(8)の手法の適用に際して、以下の点異なるが、基本的な違いはない。①座標系を直交座標系から円筒座標系に変更する。②軸受寿命理論の係数 e が異なる。③各スライス片で軌道面円周長さ l が異なる。

4.2 玉軸受寿命理論 図7の綾目ハッチングで示すように表面下体積をスライスする。各スライス片は図の断面をもつ回転体である。図7ではスライス片が台形になっているが、計算上取扱う領域は深さ方向に非常に浅い領域であるため、矩形とみなしても問題ない。以下の寿命計算で用いるせん断応力の振幅 τ_0 は、図のメッシュを紙面に垂直な方向に移動させてメッシュを3D化し、紙面から外れる方向に τ_{xy} の最大値、最小値を求めれば、それが鋼球が転がることによって生じる応力振幅 τ_0 である。

LP理論では、次式にて寿命を算出する。

Fig. 7 Mesh for τ_{xy} calculation

$$\log \frac{1}{S} \propto F_{(\tau_0, N, z_0)} V \quad \dots (1)$$

ただし、

$$F \propto \frac{\tau_0^c N^e}{z_0^h} \quad \dots (2)$$

$$V \propto a z_0 l \quad \dots (3)$$

S : 材料が N の繰返し荷重に耐えられる確率

τ_0 : 最大せん断応力振幅

z_0 : 最大せん断応力振幅が生じる深さ

a : 接触円周長さの半径

l : 軌道面の円周長さ

c, e, h は実験で決定された指数で、玉軸受の場合は、それぞれ31/3, 10/9, 7/3を用いる。

全体の寿命は次式にて求める。以下では、スライス片に関するものに添字 i を付けている。

$$\log \frac{1}{S} = \sum_{i=1}^n \log \frac{1}{\Delta S_i} \quad \dots (4)$$

ΔS_i : 個々の分割体積の残存確率 ($i=1 \sim n$)

文献(8)で導いた寿命計算手法のように、各スライス片に以下の式を適用する。文献(8)と異なり、式(6)の l には個々のスライス片の値を用いている(4.1節の③に対応)。

$$F_i \propto \frac{\tau_{0i}^c N_i^e}{z_{0i}^h} \quad \dots (5)$$

$$V_i \propto a_i z_{0i} l_i \quad \dots (6)$$

式(5), (6)より、寿命計算式は次式のようになる。

$$L_i = A_1 \left(\frac{z_{0i}^{h-1}}{\tau_{0i}^c a_i l_i} \right)^{1/e} = A_1 \cdot \tau_{0i}^{-c/e} \cdot z_{0i}^{(h-1)/e} \cdot (a_i l_i)^{-1/e} \quad \dots (7)$$

式(7)で各分割片での寿命が決定されるが、本報では A_1 は決定せず、寿命比として算出する。次式にて、スライス片の寿命を合成して、全体の寿命を求める。

$$\frac{1}{L} = \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^e + \left(\frac{1}{L_2} \right)^e + \dots + \left(\frac{1}{L_n} \right)^e \right]^{1/e} \quad \dots (8)$$

Table 1 Samples and life test result

	No.1	No.2	No.3
Outer Diameter	$\phi 40.8$	$\phi 37.8$	$\phi 37.388$
Race Width (B)	7.726	3.917	2.798
$2a^{(*)}$		5.596	
Number of Inner-Ring Early Damage / Sample Number	18 / 20	11 / 20	9 / 10
e	1.723	0.7746	1.031
L10	523	76.51	24.76
L50	1561	870.8	153.8

(*) Semi-Major Dia. of Contact Ellipse by Hertzian Theory

Fig. 8 Sample for bearing life test

5. 軸受寿命試験

5・1 供試サンプル 上記寿命予測手法を検証するため、肩乗り上げが生じた状態での耐久試験を実施した。肩乗り上げを生じさせるには、①接触荷重を大きくする、②接触角を大きくする、③肩高さを小さくする、の三とおりが考えられる。ここでは試験機の構造、強度の問題から、③の方法を採用した。

試験に供した軸受はNTN(株)製深溝玉軸受6206で、表1に示す軸受内輪外径を変えたサンプル3種を製作した。参考までに、Hertzの接触理論から算出した接触だ円の長さ($2a$)と溝幅(B)を併記した。軸受内輪のプロファイルを図8に示す。

なお、転走面と内輪外径の間のチャンファは手ラップで仕上げており、0.1 mm以下である。チャンファ形状は図8の内輪断面で見て、内輪溝と内輪外径の交点から溝深さ方向と内輪軸方向に所定の量だけ離れた点を結ぶ直線形状である。

5・2 試験結果 上記サンプルを図9の試験装置に掛けて、表2の条件で実施した耐久試験の結果のう

Table 2 Rolling fatigue test condition

Items	Conditions
Radial Load	6.86kN (700kgf) / 1 Bearing
Shaft Rotating Speed	2000 r/min.
Lubrication	Circulating Lubrication Turbine Oil VG56
Bearing Radial Clearance (After Fitting)	0.02 mm

Fig. 9 Endurance test rig

ち、内輪先行はく離したものの寿命L10, L50を表1に併記した。 e はワイプルスロープ係数である。

6. 寿命計算

6・1 計算前提 耐久試験では純ラジアル荷重が負荷されることを狙って試験を行っているが、軸受組付けの際に軸受内輪溝中心と外輪溝中心が軸方向にずれたり、あるいは軸受耐久試験中の軸方向振動や軸のたわみの影響により若干の接触角が生じていると考えるのが妥当である。内外輪の溝中心が軸方向へ0.1 mmずれると接触角は約7.5 deg、0.2 mm移動すると約14.7 degとなる。このため、以下の検討は接触角 α を0 degと10 degで行う。

寿命の大部分は最大荷重の転動体との接触で決まるため、本報では最大荷重を負荷されるボールと内輪の接触について取扱うことにする。転動体に負荷される最大荷重は文献(11)の手法により算出した。試験に供したサンプルのラジアルすきまは20 μ mであり、接触角が0 degのときは3 557.85 N {362.8 kgf}、10 degの場合は3 481.36 N {355.0 kgf}であった。接触角10 degの場合は、付録に示す手法でラジアルすきまを算出した。両荷重の差は2%であり、ほぼ同じである。本報ではこの差は無視できると考え、接触角10 degの場合も0 degと同じ荷重値3 557.85 N {362.8 kgf}を接触角方向へ負荷する。

6.2 面圧メッシュ 面圧計算用のメッシュを図10に示す。図10は基準面の円筒を展開したものであり、肩乗り上げ時の面圧を表現するために、肩部のメッシュ間隔を狭くした不等間隔のメッシュとなっている。メッシュは θ 方向分割数を NA 、 y 方向分割数を NB として、 θ 方向には応力集中箇所の両側に再分割領域 ΔFM を設け、その中央に向かうにつれ等比級数的に間隔を狭くする方式で分割数 DIV の分割をする。これにより面圧メッシュは、 $NA=24$ 、 $NB=24$ 、 $FM=74.5$ deg、 $\Delta FM=0.1$ deg、 $DIV=5$ のように表現できる。本例では角度範囲で80 deg(接点位置から片側40 deg)、接触だ円短軸方向(y 方向)0.6 mmとし、 $NA=81$ 、 $NB=71$ 、 $\Delta FM=0.1$ 、 $DIV=7$ としている。サンプルごとに肩の位置が変わるため、これに対応して FM の値を変えている。

6.3 接触問題としての位置付け 肩乗り上げを生じる場合は一般にConforming Problemとなるが、今回の試験では内輪外径を小さくして乗り上げを生じさせているため、顕著なConforming Problemとはなっていない。サンプルNo.1について、Non-Con-

forming Problemとして解いた場合⁽¹⁾とConforming Problemとして解いた場合(著者らの手法)を比較すると図11のようであり、若干の差が出る程度である。このため、Non-Conforming Problemとして解いても近似解が得られるレベルと推定される。なお、

Fig.10 Mesh for pressure calculation

Fig.11 Comparison of pressure distribution

(a) $\alpha=0$ deg

(b) $\alpha=10$ deg

Fig.12 Contact pressure (cross section of $y=0$)

(a) No.1

(b) No.2

(c) No.3

Fig.13 3D contact pressure ($\alpha=10$ deg)

Conforming Problem の場合、横軸には円筒面を平面に投影したときの距離を使用している。

6・4 面圧計算 接触角が 10 deg の場合の接触だ円短軸の中央位置で軸に直角な断面で切断したときの面圧分布を図 12 に、3D 面圧表示を図 13 に示す。

ピーク面圧は No.2 より No.3 のほうが小さくなっている。これは No.3 では接触領域が内輪肩部チャムファへ、かなりはみだしてしまうことにより、面圧が

Table 3 Mesh for shear stress calculation

	θ (deg)		y (mm)		z (mm)	
	Range	Element Size	Range	Element Size	Range	Element Size
Mesh I	± 40	0.2	-0.3~0	0.002	0~0.3	0.01
Mesh II	± 40	0.5	-0.3~0	0.002	0~0.15	0.001

(a) No. 1

(b) No. 2

(c) No. 3

Fig. 14 Shear stress amplitude ($\alpha=10$ deg)

低下すると考えられる。

6・5 せん断応力メッシュ せん断応力計算は概略傾向を知るための応力メッシュ I と寿命計算に使用する応力メッシュ II の 2 種類のメッシュを使用を行った。 θ 方向には接触点の ± 40 deg の領域について計算した。それぞれの特徴を表 3 に示す。メッシュ II はメッシュ I より θ 方向に粗くなっているが、 θ 方向の応力ピーク位置近傍 (No.2 は 67.5~69.0 deg, No.3 は 74.5~76.0 deg と 104~105.5 deg の範囲) では 0.1 deg 刻みとし、メッシュ I 以上に細かくした。

6・6 せん断応力計算 表 3 のメッシュ I による各サンプルの τ_0 計算結果を図 14 に示す。

深さが浅い領域 ($z=0.01$) においては、いずれの場合も若干の波打ち現象が現れているが、応力値が小さいため寿命計算結果に大きな影響を及ぼすものではない。

せん断応力計算から得られた τ_0 とその位置の z_0 および θ の値を表 4 にまとめる (メッシュ II を使用)。

6・7 寿命計算 これらの結果を用いて寿命計算を行った。No.1 の寿命との比についての結果を図 15 に示す。

実験と計算の傾向は概略一致しているといえるが、接触角 0 deg では実験とのかい離が大きい。接触角 10 deg を仮定すると比較的一致するが、それでも No.3 では、計算のほうが寿命が長く算出されている。この原因としては、文献(8)のころ軸受のときもそうであったように、エッジロードによる高面圧が潤滑状態

Table 4 Maximum shear stress and z_0

		$\alpha=0$ deg			$\alpha=10$ deg		
		No.1	No.2	No.3	No.1	No.2	No.3
Center	τ_0 (MPa)	792	812	886	791	854	971
	z_0 (mm)	0.104	0.107	0.116	0.104	0.112	0.127
	θ (deg)	90	90	90	80	80	80
Edge	τ_0 (MPa)	-	674	943	-	956	1123
	z_0 (mm)	-	0.069	0.081	-	0.082	0.093
	θ (deg)	-	68.3	75.2	-	68.2	75.2

Fig. 15 Comparison of experiment and calculation