校正用基準点チャートの設定誤差を考慮した カメラパラメータ校正誤差の定式化*

村上 宙之^{*1}, 野村 由司彦^{*2}
藤本 貴史^{*3}, 松井 博和^{*1}

Formulation of Camera Parameter Calibration Error Caused by Fiducial Points Setup Error

Michinobu MURAKAMI, Yoshihiko NOMURA^{*4},
Takashi FUJIMOTO and Hirokazu MATSUI

^{**} School of Engineering, Mie University,
1577 KurimaMachiya-cho, Tsu-shi, Mie, 514-8507 Japan

Some important parameters are called the camera parameters. They include the principal point, which is the intersection of the optical axis of a camera with the image plane, the principal distance, which is the distance between the center of the lens and the image plane, and the length of 1 pixel on the image plane. The information of the line of sight used for 3D measurements is obtained by transforming the position of the object's image using the above described camera parameters. Highly accurate 3D measurements are required to calibrate the camera parameters. In a 2-plane calibration method, a calibration fiducial chart containing fiducial points, whose positions on the plane are assumed to be known, is moved in the depth direction, and pictures of the calibration fiducial chart are taken before and after the motion. Here, position and orientation errors of the fiducial chart, referred to "setup errors" in this paper, greatly affect calibration accuracy. In this paper, the authors formulate the relationships between the setup errors of the calibration fiducial chart and calibration accuracy.

Key Words: Camera Parameter, 2-Plane Calibration Method, Calibration Error, Setup Error, Formulation

1. 緒 言

カメラを用いて三次元計測を行う場合、まず、主点座標、画面距離、撮像面の1画素の長さ、レンズの歪曲係数などのカメラパラメータの値に基づいて、対象が写っている像の画像座標から対象に向かう視線方向(視角)を求める。次に、例えばステレオ視の場合には、相異なる2点から求めた視線方向の情報に基づいて、三角測量の原理を適用して、対象の三次元位置を求める。そのため、三次元位置計測を高精度に行うには、対象の特徴点が写っている像の画像座標を精度良く計測するだけでなく、カメラパラメータも精度良く校正する必要がある。

その手法としては、基準点の形状や位置・姿勢が既知であるとの前提を置いて、校正用基準点群を撮像して得られた画像座標からカメラパラメータを校正することがよく行われている。この校正方法においては、

校正用基準点群の設定方法や校正精度の定式化が重要な研究課題となる。校正精度を明らかにする研究としては、文献[1~3]が挙げられるが、これらはいずれも、観測した画像座標に誤差が生じたとき、カメラパラメータにどのような誤差をもたらすかという観点で検討したものである。また、基準点の最適な設定方法にまで検討を進めた研究もある。文献[4]では、校正用基準点を配置したチャートを傾ける方式を前提として、画面距離の校正誤差を最小化する最適傾きを求めている。一方、文献[5~9]では、基準点チャートを移動させる方式を前提として、校正誤差を最小化する、最適移動量を求めている。

本論文は、上記の研究[5~9]と同様に、多くの校正法の中で、最も簡便な方法の一つである、二平面校正法を対象として、校正精度を定式化する研究を発展させたものである。すなわち、上記の研究では、図1(a)のように基準点を配した校正用基準点チャートを近位置から遠位置に移動させる際に、校正用基準点チャートの平面に対して垂直な方向で、正確に一定距離だけ移動させることを仮定し、基準点の画像座標の観測誤

* 原稿受付 2008年3月21日。

^{*1} 三重大学大学院工学研究科(☎514-8507 津市栗真町屋田1577)。

^{*2} 正員、三重大学大学院工学研究科。

^{*3} 鈴鹿富士ゼロックス(株)(☎519-0393 鈴鹿市伊船町1900)。

E-mail: nomura@mach.mie-u.ac.jp

差のみを考慮して、校正精度を定式化していた。なお、この観測誤差としては、入力した画像から、画像処理で基準点の重心位置を求める際に生じた誤差や、校正用基準点チャートの平面内に描かれている基準点の位置の誤差を一括して扱ってきた。これに対して、実際に校正を行う場合、正確に平行移動させることは困難であり、多かれ少なかれ図 1(b) のように少し傾いてしまうことは避けられない。傾きだけでなく、移動量も大きかったり小さかったりする。すなわち、校正用基準点チャートの位置・姿勢の設定値には誤差（設定誤差とよぶ）が生じる。そして、その設定誤差は、カメラパラメータの校正値にも伝播する。

そこで本論文は、このように実際に校正を行う作業に際して生じる、校正用基準点チャートの位置・姿勢の設定誤差の要因を取り上げ、カメラパラメータ、特に画面距離の校正精度への影響を定式化するものである。ここで特に画面距離を取り上げた理由は、3次元計測を目的とする場合、多数のカメラパラメータの中で、画面距離の精度を確保することが格段に重要であるということによる [7,8]。

Fig. 1 Setup error of the calibration fiducial chart after translation

2. 校正対象

2.1 カメラモデル 複数のレンズから構成されている通常のカメラにおいても、三次元世界から見たときの主点、すなわち前側主点と、撮像面から見たときの主点、すなわち後側主点を想定することにより、ピンホールカメラモデルによる透視投影関係が適用できる。そこで、本論文でもピンホールカメラを対象とする（図 2 参照）。このとき、1 番目の基準点の画像座標の計算値 $\vec{U}_{c,l}$ は、透視投影関係により、

$$\vec{U}_{c,l} = \vec{C} + F[X_l/Z_l Y_l/Z_l]^T \quad (1)$$

と関係付けることができる。 $\vec{C}$, F は、カメラパラメータであり、それぞれ、主点座標と画面距離である。（詳しくは 2.2 で定義する。）

Fig. 2 Camera model

2.2 カメラパラメータ 本論文の前提とするピンホールカメラモデルにおいては、校正対象とするカメラパラメータは、投影中心の撮像面上の射影である主点の座標 $\vec{C} \equiv [C_u C_v]^T$ 、撮像面と投影中心間の距離である画面距離 F 、ならびに 1 画素の幅と高さの比 $P \equiv S_u/S_v$ 、合計 4 個の内部パラメータである。それらを図 3 に示す。

上記の 4 つの内部パラメータを校正するためには、以下に述べる 6 個の外部パラメータも同時に校正しなければならない。それらは、カメラ座標系に対する世界座標系の並進ベクトル ${}^c\vec{T}_w \equiv [T_x T_y T_z]^T$ 、姿勢を表す回転行列 cR_w を与える 3 個の回転角度 ϕ, θ, ψ である。 $({}^c\vec{T}_w)$ については 3 章の式 (8) で定義する。 ϕ, θ, ψ は、それぞれ、2.3 節の ${}^cX, {}^cY, {}^cZ$ 軸回りの回転角度と定義する）以下では、表現の簡単化のため、内部パラメータと外部パラメータを未知パラメータベクトルとして、

$$\vec{x} \equiv [{}^x^{(in)T} \vec{x}^{(ex)T}]^T = [[C_u C_v F P] [T_x T_y T_z \phi \theta \psi]]^T \quad (2)$$

とまとめる。

なお、画像歪曲は重要なカメラパラメータの一つであるが、文献 [12] のように上記の内部パラメータから分離して校正できるので、校正の対象から除外する。

Fig. 3 Camera parameters to be calibrated

2.3 二平面較正法と前提条件 本論文では最も簡便な較正方法の一つである二平面較正法を対象としている。図4に二平面較正法の概要を示す。

較正用基準点チャートは縦・横の間隔 l_c で基準点が配置された平面である。また、座標系は図4、図5に示すように、カメラの投影中心に三次元カメラ座標系（以下、3Dカメラ座標系とよぶ）の原点を設定し、近位置での較正用基準点チャートの中心に三次元世界座標系の原点を設定する。三次元世界座標（以下、3D世界座標系とよぶ）は、較正用基準点チャートと平行に座標軸 wX 、 wY をとり、座標軸 wZ は垂直にとる。カメラ座標系は、撮像面と平行に座標軸 cX 、 cY をとり、座標軸 cZ は光軸と一致するように設定する。

この較正用基準点チャートを図4左図のように近位置 T_z で撮影する。次に、奥行き方向に変化を持たせるため、右図のように、較正用基準点チャートを wZ 軸に沿って T_c だけ移動させた遠位置で撮影する。このようにして得られた2枚の画像を使用してカメラパラメータは較正される。ここで、

a) 較正用基準点の配置

b) 較正用基準点チャートの設定

c) 較正用基準点チャートを撮像する際の撮像条件は較正精度に影響を与える。そこで、条件a)については文献[8]と同様に、平面状に縦・横等間隔かつ等個数だけ配置する。それ以外の条件b)、c)に対しては、代表的な条件として、次項に述べる前提条件を設定する。

Fig. 4 Two-plane calibration method

2.3.1 設定に関する前提条件 較正用基準点チャートの設定に関して、以下の前提条件を設定する。

b) 近位置において、較正用基準点チャートは撮像面に正対する。

すなわち、光軸に垂直、かつ光軸と座標軸 wZ を一致させる。

文献[8]では較正用基準点チャートを近位置だけでなく、遠位置でも撮像面に正対させることを仮定した。しかし、実際に較正を行う場合、較正用基準点チャートを所定の遠位置に正確に移動させることは困難である。そのため、較正用基準点チャートの位置・姿勢に誤差が生じる。本論文では、このようにして生じる、較正用基準点チャートの位置・姿勢の設定誤差（並進誤差と回転誤差）と F の較正誤差 σ_F^2 との関係を定式化する。ここで、実際には、近位置における正対条件も、必ずしも満たされない。したがって、設定誤差（回転誤差）としては、まず、上記の前提条件b)からの誤差、すなわち近位置での正対条件からの角度誤差を考えなければならない。それに加えて、遠位置でも、 wZ 軸に沿って T_c だけ並進移動させるという条件からの誤差、すなわち理想的並進移動からの角度誤差を設定誤差（回転誤差）として考えなければならないことになる。ここで、前者（近位置）の角度誤差は固定し、後者（遠位置）の角度誤差を、ある分散（平均は0）でランダムに与えた多数の状況を想定し、さらに各状況について較正を行ったとしよう。このとき、前者は外部パラメータ（回転角度）較正値に偏り誤差をもたらすが、内部パラメータ較正値には誤差を与えない。これに対し、後者は外部パラメータ（回転角度）較正値にランダム誤差をもたらすと同時に、内部パラメータ較正値にもランダム誤差をもたらす。しかし、そのランダム誤差の大きさは近位置での正対条件からの角度誤差とは無関係である。したがって、正対条件b)を前提として求めた、較正用基準点チャートの設定誤差と F の較正誤差 σ_F^2 との関係は、正対条件b)を満たしていない場合にも適用できるものと考えられる。

2.3.2 撮像に関する前提条件 較正用基準点チャートを撮像する際の撮像条件に関して、以下の前提条件を設定する。

c-1) 近位置において基準点チャートを撮像する際、基準点は画面全体に撮像される。

c-2) 遠位置においても、基準点チャートは近位置と同一の基準点が観測される。

3. 座標変換のモデル化

本章では、校正用基準点チャートの設定誤差を考慮して校正誤差を定式化するための前準備として、以下に示すように座標系を定義する。(図5を参照)

・3D 世界座標系

この座標系の原点は、近位置における校正用基準点チャートの中心とし、各基準点の座標は

$${}^w\vec{r}_l = [{}^wX_l {}^wY_l {}^wZ_l]^T \quad (3)$$

で表す。ここで、添え字 l は各基準点の順位を示す。

・Ideal3D 運動座標系

この座標系の原点は、遠位置(校正用基準点チャートを座標軸 wZ に沿って T_c だけ移動させた後の位置をさす)における校正用基準点チャートの中心とし、各基準点の座標は

$${}^{w'}\vec{r}_l = [{}^{w'}X_l {}^{w'}Y_l {}^{w'}Z_l]^T \quad (4)$$

で表す。

・Real3D 運動座標系

この座標系の原点は、それぞれ校正用基準点チャートの設定誤差である並進誤差 $\Delta\vec{T} = [\Delta T_x \Delta T_y \Delta T_z]^T$ 、回転誤差 $\Delta\vec{R} = [\Delta\phi \Delta\theta \Delta\psi]^T$ を含む、実際に設定された校正用基準点チャートの中心であり、各基準点の座標は

$${}^{w''}\vec{r}_l = [{}^{w''}X_l {}^{w''}Y_l {}^{w''}Z_l]^T \quad (5)$$

で表す。

座標系の定義に関する、以上の準備の下で、設定誤差を含むカメラ座標を得るための座標変換の手順を示す。

[手順1] Real3D 運動座標系から Ideal3D 運動座標系への変換

$${}^{w'}\vec{r}_l = {}^{w'}R_{w''} {}^{w''}\vec{r}_l + \Delta\vec{T} \quad (6)$$

${}^{w'}R_{w''}$ は Ideal3D 運動座標系に対する Real3D 運動座標系への回転誤差が与える回転行列である。

[手順2] Ideal3D 運動座標系から 3D 世界座標系への変換

$${}^w\vec{r}_l = {}^wR_{w'} {}^{w'}\vec{r}_l + {}^w\vec{T}_{w'} \quad (7)$$

${}^wR_{w'}$ は 3D 世界座標系に対する Ideal3D 運動座標系への回転であり、 ${}^w\vec{T}_{w'}$ は 3D 世界座標系に対する Ideal3D 運動座標系への並進ベクトルである。

[手順3] 3D 世界座標系から 3D カメラ座標系への変換

$${}^c\vec{r}_l = {}^cR_w {}^w\vec{r}_l + {}^c\vec{T}_w \quad (8)$$

cR_w は 3D カメラ座標系に対する 3D 世界座標系への回転であり、 ${}^c\vec{T}_w$ は 3D カメラ座標系に対する 3D 世界座

標系への並進ベクトルである。また、 ${}^c\vec{r}_l = [{}^cX_l {}^cY_l {}^cZ_l]^T$ である。

本論文では、2 で述べたようにピンホールカメラモデルを対象としている。式(1)に上記のように与えられる 3D カメラ座標 ${}^c\vec{r}_l$ を代入することで、設定誤差を考慮した形で画像座標 ${}^c\vec{U}_l$ を求めることができる。

Fig. 5 Coordinate systems

4. 計 算 方 法

4.1 カメラパラメータ校正法 二平面校正法により撮影されたすべての基準点の観測画像座標を1列に並べ、観測画像座標ベクトル

$$\vec{U}_{all} \equiv [\vec{U}_0^T \dots \vec{U}_l^T \dots \vec{U}_{L-1}^T]^T, \vec{U}_l \equiv [U_l V_l]^T \quad (9)$$

を定義する。また、ピンホールカメラモデルによる透視投影関係に基づいて計算される基準点の推定画像座標を1列に並べ、推定画像座標ベクトル $\vec{U}_{est,all}$

$$\vec{U}_{est,all} \equiv [\vec{U}_{c,0}^T \dots \vec{U}_{c,l}^T \dots \vec{U}_{c,L-1}^T]^T, \vec{U}_{c,l} \equiv [U_{c,l} V_{c,l}]^T \quad (10)$$

を定義する。このとき、カメラパラメータ校正値は、 $\vec{U}_{all}$ に対して、 $\vec{U}_{est,all}$ が最もよく一致するように推定すればよい。例えば、最小二乗法により、

$$\|\vec{U}_{all} - \vec{U}_{est,all}\|^2 = \sum_{l=0}^{L-1} \{(U_l - U_{c,l})^2 + (V_l - V_{c,l})^2\} \quad (11)$$

を最小化することにより、推定することができる。具体的には、線形近似反復解法を適用して推定する。例えば、推定画像座標ベクトルの l 番目の成分 $\vec{U}_{c,l}$ は、 n 回目の近似値 $\hat{\vec{x}}^{(n)}$ の近傍で、

$$\vec{U}_{c,l}(\vec{x}) \approx \vec{U}_{c,l}(\hat{\vec{x}}^{(n)}) + \frac{\partial \vec{U}_{c,l}(\hat{\vec{x}}^{(n)})}{\partial \vec{x}} \cdot (\vec{x} - \hat{\vec{x}}^{(n)}) \quad (12)$$

のように線形近似する。これに基づいて、 n 次の反復修正解は、

$$\Delta \hat{\vec{x}}^{(n)} = (A^{(n)T} \Sigma_{U_{all}}^{-1} A^{(n)T})^{-1} A^{(n)T} \Sigma_{U_{all}}^{-1} \Delta \vec{U}_{all}^{(n)} \quad (13)$$

となる。これにより $n+1$ 番目の近似値は、

$$\hat{\mathbf{x}}^{(n+1)} = \hat{\mathbf{x}}^{(n)} + \Delta \hat{\mathbf{x}}^{(n)} \quad (14)$$

と与えられる。ただし、 $A^{(n)}$ は、

$$A^{(n)} \equiv \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}_{est,all}}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}^{(n)}} \quad (15)$$

ここで、観測画像座標ベクトル $\bar{\mathbf{U}}_{all}$ には誤差が含まれる。この誤差を共分散行列 $\Sigma_{U_{all}}$ としてモデル化する。このとき、 $\Sigma_{U_{all}}$ が伝播して生じるカメラパラメータ $\mathbf{x}$ の校正値の誤差 $\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}}$ (校正誤差とよぶ) は、誤差の伝播則を用い、

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}} = (A^T \Sigma_{U_{all}}^{-1} A)^{-1} \quad (16)$$

と表すことができる。ここで、 $\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}}$ はカメラパラメータ $\mathbf{x}$ の共分散行列、 A は収束時の $A^{(n)}$ である。例えば $\sigma_{C_u}^2$, $\sigma_{C_v}^2$ は主点座標 C_u , C_v の校正誤差の分散を表し、 $\tau_{C_u F}$ は C_u と F の校正誤差の共分散を表す。

4.2 二つの誤差要因の統合 カメラパラメータ校正における基準点画像座標に関わる誤差 $\sigma_{U_{all}}$ の発生源について考える。発生源の一つは、校正用基準点を観測する過程で発生する観測誤差であり、これは共分散行列 $\Sigma_{U_{Obs}}$ で表す。他の一つは、本論文で課題として取り上げている、校正用基準点を近位置から遠位置に並進移動させる際に発生する校正用基準点チャートの設定誤差である。これは、校正用基準点チャートの移動後の位置の3成分の誤差と姿勢の3成分の誤差であり、それらをまとめて、 $\bar{\Delta} = [\Delta T_x \Delta T_y \Delta T_z \Delta \phi \Delta \theta \Delta \psi]^T$ と表すものとする。 $\bar{\Delta}$ の各成分は互いに無相関と考えることができるので、 $\bar{\Delta}$ の共分散行列 Σ_{Δ} は要素数 6×6 の大きさの対角行列とみなせる。

ここで、本論文における解法のポイントを説明する。この設定誤差は、結局のところ、各基準点の画像座標のばらつきをもたらす。したがって、設定誤差といえども、それは各基準点の画像のばらつきに置き換えられる。ここで、設定誤差の例を図6に示す

この図を見れば、移動後に生じた奥行き方向への並進誤差 ΔT_z や γ 軸周りの回転誤差 $\Delta \theta$ により、基準点の画像座標がばらつくことがわかる。これを一般化すると、校正用基準点チャートの位置・姿勢の設定誤差は、すべての校正用基準点の位置に対して誤差をもたらす、ひいてはすべての校正用基準点の画像座標に対して並進・回転変換などの所定の関係に従って誤差をもたらす。この着想の下、設定誤差の共分散行列 Σ_{Δ} を基準点の画像座標誤差 $\Sigma_{U_{Setup}}$ に変換する。すなわち、

$$\Sigma_{U_{Setup}} = \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}_{est,all}}{\partial \bar{\Delta}} \right) \Sigma_{\Delta} \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}_{est,all}}{\partial \bar{\Delta}} \right)^T \quad (17)$$

ここで、

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}_{est,all}}{\partial \bar{\Delta}} = \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}_{est,all}}{\partial c^{\mathbf{r}}} \right) \cdot \left(\frac{\partial c^{\mathbf{r}}}{\partial w^{\mathbf{r}}} \right) \cdot \left(\frac{\partial w^{\mathbf{r}}}{\partial w'^{\mathbf{r}}} \right) \cdot \left(\frac{\partial w'^{\mathbf{r}}}{\partial \bar{\Delta}} \right) \quad (18)$$

その一方で、従来から考慮してきた観測誤差行列 $\Sigma_{U_{Obs}}$ は、通常、いずれの画像座標の観測誤差も互いに無相関で分散値も等しいと考えられるので、 $4L$ 次元の単位行列 I に誤差の大きさを表す定数 σ_U^2 を乗じ、

$$\Sigma_{U_{Obs}} = \sigma_U^2 I \quad (19)$$

とする。

上記の $\Sigma_{U_{Obs}}$ と $\Sigma_{U_{Setup}}$ は、二種の異なる発生源を考慮したものであり、前者は画像座標の観測誤差そのものの共分散行列であるが、後者は画像座標とは無相関の基準点チャートの設定誤差を画像座標の誤差に変換して得られた共分散行列である。これらの要因は互いに無相関であることから、共分散行列も互いに相関がないと考えることができる。それゆえ、 $\Sigma_{U_{Obs}}$ と $\Sigma_{U_{Setup}}$ を加えることにより、二つの誤差要因を統合できる。統合後の画像座標の誤差の共分散行列 $\Sigma_{U_{all}}$ は、

$$\Sigma_{U_{all}} = \Sigma_{U_{Obs}} + \Sigma_{U_{Setup}} \quad (20)$$

となる。このようにして与えられる $\Sigma_{U_{all}}$ を式(16)に代入することにより、設定誤差を考慮したカメラパラメータ校正誤差の共分散行列 $\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}}$ を得ることができる。

Fig. 6 The effect caused by the setup error ΔT_z and $\Delta \theta$

5. 誤差解析

5.1 設定誤差 ΔT_x , ΔT_y が校正誤差 σ_F^2 に与える影響 基準点の個数や間隔が縦・横方向に等しくなかったり、1画素の幅と高さが等しくなかったりすれば、縦・横の設定誤差 ΔT_y と ΔT_x が校正誤差 σ_F^2 に与える影響は異

なってくる。しかし、縦・横の設定誤差 ΔT_z と ΔT_x の誤差特性は同様であることから、以下では横方向のみに注目し、較正誤差 σ_F^2 と設定誤差 ΔT_x の関係を示す。

画面距離 F を推定する場合、その推定値は画像座標間の距離に依存する。ところが、図 7 に示すように、設定誤差 ΔT_x が生じて、それによって引き起こされる各基準点の画像座標の移動量（これを Δu と表す）は全て等しい。そのため、どの基準点の画像座標間でも距離は変化しない。したがって、設定誤差 ΔT_x は画面距離 F の較正誤差 σ_F^2 に影響を与えない。以下では、単純化した事例、すなわち横方向に隣接する二つの基準点の画像座標間の距離から画面距離 F を推定する事例を用いてその特性を例証する。 i 番目の基準点における画像座標は、

$$u_i + \Delta u = \{F(i l + \Delta T_x)\} / (T_z + T_c) \quad (21)$$

$i+1$ 番目の基準点における画像座標は、

$$u_{i+1} + \Delta u = [F\{(i+1)l + \Delta T_x\}] / (T_z + T_c) \quad (22)$$

である。したがって、(22)-(21) から画面距離 F は、

$$F = \frac{(T_z + T_c)}{l} \cdot (u_{i+1} - u_i) \quad (23)$$

と求めることができる。このように、設定誤差 ΔT_x は画面距離 F の値に影響を与えない。

Fig. 7 The effect caused by the setup error ΔT_x

5.2 設定誤差 ΔT_z が較正誤差 σ_F^2 に与える影響
設定誤差 ΔT_z が較正誤差 σ_F^2 に影響を与えることは、設定誤差 ΔT_z によって生じる画像座標の誤差 Δu が、主点から遠い位置に撮像されている基準点ほど大きくなることから明らかである。以下では、較正誤差 σ_F^2 と設定誤差 ΔT_z の関係式を導出する。

カメラの視軸が基準点チャートの中心と垂直に交わっているという、典型的な条件では、文献 [8] より、

σ_F^2 は $\sigma_{T_z}^2$ のみに相関を持っていることがわかってい。このことを利用して、 F と T_z のみによる部分的なヤコビアンを式 (16) に適用して、誤差を解析する。

簡単のため、 $P=1$ とすると、 F と T_z のヤコビアンは、

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial U_{c,l}}{\partial F} & \frac{\partial U_{c,l}}{\partial T_z} \\ \frac{\partial V_{c,l}}{\partial F} & \frac{\partial V_{c,l}}{\partial T_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{cX}{cZ} & \frac{-F^c X}{cZ} \\ \frac{cY}{cZ} & \frac{-F^c Y}{cZ} \end{bmatrix} \quad (24)$$

となる。上式のヤコビアンを全ての基準点について縦に連結することにより、パラメータ較正に用いるヤコビアン A ができる。つまり、

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial U_{c,0}}{\partial F} & \frac{\partial U_{c,0}}{\partial T_z} \\ \frac{\partial V_{c,0}}{\partial F} & \frac{\partial V_{c,0}}{\partial T_z} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial U_{c,L-1}}{\partial F} & \frac{\partial U_{c,L-1}}{\partial T_z} \\ \frac{\partial V_{c,L-1}}{\partial F} & \frac{\partial V_{c,L-1}}{\partial T_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{cX_0}{cZ_0} & \frac{-F^c X_0}{cZ_0} \\ \frac{cY_0}{cZ_0} & \frac{-F^c Y_0}{cZ_0} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{cX_{L-1}}{cZ_{L-1}} & \frac{-F^c X_{L-1}}{cZ_{L-1}} \\ \frac{cY_{L-1}}{cZ_{L-1}} & \frac{-F^c Y_{L-1}}{cZ_{L-1}} \end{bmatrix} \quad (25)$$

ここで、較正用基準点チャートの近位置と遠位置を、 Z_{near} および Z_{far} と表すと、 2×2 行列である $A^T \Sigma_{U_{all}}^{-1} A$ の 11 成分、12 成分、22 成分はそれぞれ、

$$\begin{aligned} A^T \Sigma_{U_{all}}^{-1} A |_{11} &= \frac{S_{far}}{\sigma_u^2 Z_{near}^2} \cdot \left\{ \frac{\sigma_u^2 Z_{far}^2 (Z_{near}^2 + Z_{far}^2) + F^2 S_{far} \Delta T_z^2}{\sigma_u - 2Z_{far}^4 + F^2 S_{far} \Delta T_z^2} \right\} \\ A^T \Sigma_{U_{all}}^{-1} A |_{12,21} &= \frac{-F S_{far}}{\sigma_u^2 Z_{near}^2} \cdot \left\{ \frac{\sigma_u^2 Z_{far}^3 (Z_{near}^3 + Z_{far}^3) + F^2 S_{far} \Delta T_z^2}{\sigma_u - 2Z_{far}^4 + F^2 S_{far} \Delta T_z^2} \right\} \\ A^T \Sigma_{U_{all}}^{-1} A |_{22} &= \frac{F^2 S_{far}}{\sigma_u^2 Z_{near}^4} \cdot \left\{ \frac{\sigma_u^2 (Z_{near}^4 + Z_{far}^4) + F^2 S_{far} \Delta T_z^2}{\sigma_u - 2Z_{far}^4 + F^2 S_{far} \Delta T_z^2} \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

となる。ここで、 I, J は縦・横の基準点数である。また、 S_{far} は文献 [8] で定義しているが、

$$S_{far} = J \sum_{l=0}^{L-1} cX_l^2 + I \sum_{l=0}^{L-1} cY_l^2 \quad (27)$$

のように与えられる。このとき、 σ_F^2 は行列 $(A^T \Sigma_{U_{all}}^{-1} A)^{-1}$ の 11 成分として与えられ、

$$\sigma_F^2 = (A^T \Sigma_{U_{all}}^{-1} A)^{-1} |_{11} = \frac{F^2}{(Z_{near} - Z_{far})^2} \Delta T_z^2 + \frac{\sigma_u^2 (Z_{near}^4 + Z_{far}^4)}{S_{far} (Z_{near} - Z_{far})^2} \quad (28)$$

式 (28) の第 2 項は、設定誤差 ΔT_z を考慮しない場合の較正誤差 σ_F^2 である。したがって、較正誤差 σ_F^2 と設定誤差 ΔT_z の関係は、第一項、

$$\sigma_F^2 = \frac{F^2}{T_c^2} \Delta T_z^2 \quad (29)$$

で表される。

5.3 設定誤差 $\Delta\phi$, $\Delta\theta$, $\Delta\psi$ が校正誤差 σ_F^2 に与える影響 ここでも、設定誤差 $\Delta\phi$ と $\Delta\theta$ が校正誤差 σ_F^2 に与える影響は、同様であることから、以下では設定誤差 $\Delta\theta$ が校正誤差 σ_F^2 に及ぼす影響のみを考察する。

具体的には、設定誤差 ΔT_z が校正誤差 σ_F^2 に与える影響と比較して、設定誤差 $\Delta\theta$ が校正誤差 σ_F^2 にどのくらい影響を及ぼすか考察し、設定誤差 $\Delta\theta$ の影響を無視できることを示す。

5.2 と同様に、 F と T_z のみによる部分的なヤコビアンを式 (16) に適用して、解析的に誤差を調べる。ヤコビアン A は式 (25) となり、 2×2 行列である $A^T \Sigma_{U_{all}}^{-1} A$ の 11 成分, 12 成分, 22 成分はそれぞれ、

$$\begin{aligned} A^T \Sigma_{U_{all}}^{-1} A |_{11} &= \frac{2S}{\sigma_u^2} \cdot \left(\frac{1}{Z_{near}^2} + \frac{1}{Z_{far}^2} \right) + \frac{F^2 \cdot E_{Setup}}{\sigma_u^4 Z_{far}^6} \\ A^T \Sigma_{U_{all}}^{-1} A |_{12,21} &= \frac{2F^2 S}{\sigma_u^2} \cdot \left(\frac{1}{Z_{near}^4} + \frac{1}{Z_{far}^4} \right) + \frac{F^4 \cdot E_{Setup}}{\sigma_u^4 Z_{far}^8} \\ A^T \Sigma_{U_{all}}^{-1} A |_{22} &= \frac{-2FS}{\sigma_u^2} \cdot \left(\frac{1}{Z_{near}^3} + \frac{1}{Z_{far}^3} \right) + \frac{F^3 \cdot E_{Setup}}{\sigma_u^4 Z_{far}^7} \end{aligned} \quad (30)$$

となる。ここで、 S と E_{Setup} は、

$$S = \sum_{l=0}^{L-1} w X_l^2$$

$$E_{Setup} = \frac{\sigma_u^2 S^2 Z_{far}^6 \sin^2 \Delta\theta \cdot \Delta\theta^2}{\sigma_u^2 Z_{far}^4 + F(\Sigma^w X_l^4 + S Z_{far}^2 \sin^2 \Delta\theta + \Sigma^w X_l^2 w Y_l^2 \cos^2 \Delta\theta) \cdot \Delta\theta^2} \quad (31)$$

である。 $\Delta\theta$ は微小であるとし、 $\sin \Delta\theta \approx \Delta\theta$ とすると、校正誤差 σ_F^2 と設定誤差 $\Delta\theta$ の関係は、

$$\sigma_F^2 = \frac{Z_{near}^4 Z_{far}^2}{T_c^2} \cdot \frac{\sigma_u^2 \Delta\theta^4}{4\sigma_u^2 Z_{far}^4 + 4F(\Sigma^w X_l^4 + \Sigma^w X_l^2 w Y_l^2) \Delta\theta^2 + 2F^2 S Z_{far}^2 \Delta\theta^4} \quad (32)$$

となる。ここで、奥行き比 $M = (T_z + T_c)/T_z = 2.1$ 、縦方向・横方向の基準点数 $N = 11$ 、主点座標 $C_u = C_v = 1$ 、画面距離 $F = 4$ の条件下で、設定誤差 $\Delta\theta$ ($\approx 3^\circ = 0.051 \text{ rad}$ の誤差) と ΔT_z (T_c に対する相対誤差 0.05) が校正誤差 σ_F^2 に与える影響を比較すると、設定誤差 ΔT_z の影響が 10^{-2} のオーダーであるのに対して、設定誤差 $\Delta\theta$ の影響は 10^{-8} のオーダーである。このように、設定誤差 $\Delta\theta$ が校正誤差 σ_F^2 に与える影響は無視できることがわかる。

最後に、設定誤差 $\Delta\psi$ に関しては設定誤差 ΔT_x の時と同様で、設定誤差 $\Delta\psi$ が生じたとしても画像座標の誤差 Δu はどの基準点においても等しくなるので、設定誤差 $\Delta\psi$ は校正誤差 σ_F^2 に影響を与えない。

6. シミュレーションによる確認

先の論文では、近位置でも遠位置でも同一の基準点が撮像されるという前提の下で、近位置では校正用基準点チャートが撮像面の全面に撮像され、かつ遠位置では隣接する基準点の像の間隔が所定の値になっているという条件、すなわち遠位置を固定して、近位置の異なるさまざまな条件の下で、校正誤差を最小にする最適な奥行き比 M が 1.6 であることを導いた。この条件では、 M が大きくなるほど、基準点の個数は減少する。

上記とは異なり、近位置を固定して、遠位置の異なるさまざまな条件の下で、校正誤差を最小にする最適な奥行き比 M を求めると 2.1 となる。ただし、近位置でも遠位置でも同一の基準点が撮像され、近位置では校正用基準点チャートが撮像面の全面に撮像されるという前提は変わらない。(この条件では、 M が大きくなっても、基準点の個数は変わらない。) 本論文では、一例として、後者の奥行き比 $M = 2.1$ なる条件下で校正した場合を取り上げる。また、縦方向・横方向の基準点数 $N = 11$ 、主点座標 $C_u = C_v = 1$ 、画面距離 $F = 4$ 、カメラ画素の縦横比 $P = 1$ とする。

さて、以下では校正用基準点チャートの並進誤差 ΔT_z が画面距離 F の校正誤差 σ_F^2 に及ぼす影響に関する理論値をシミュレーションで確認する。理論式 (29) は、カメラの視軸が基準点チャートの中心と垂直に交わっているという典型的な条件と前段落に記載した条件の下で理論値を求め、図 8 の実線で示す。一方、理論式と同じ条件の下で、実際のキャリブレーションを想定して 10 個のパラメータに関するヤコビアンを用いて式 (16) により σ_F^2 を求めた結果をシミュレーション値とよび、図 8 の・印で示す。この図から、理論値はシミュレーション値に一致していることがわかる。ここで、画面距離 F と相関のあるパラメータとして、奥行き方向の移動量の設定誤差 ΔT_z が支配的であるという知見に基づいて理論式は導出されていた。これがシミュレーション値に一致したことにより、前提としていた知見と理論式が妥当であることが例証された。

7. 結 言

従来の研究では、校正用基準点チャートを移動させる際、校正用基準点チャートの位置・姿勢に関する設定誤差が生じないことを前提として、校正用基準点の画像座標の観測誤差のみを考慮してきた。これに対して、本論文では、カメラパラメータ校正への影響要因として、校正用基準点の画像座標の観測誤差の要因に加えて、校正用基準点チャートの位置・姿勢に関する

Fig. 8 Relationships between the estimation error of F and the setup error ΔT_z

設定誤差の要因を取り上げた。そして、チャートの設定誤差を観測誤差に変換して扱うという着想により、“観測値の誤差が未知パラメータの推定値の誤差に伝播する”という従来の誤差解析の枠組みに基づいて設定誤差要因をモデル化し、以下の結果を得た。

(1) 並進誤差及び回転誤差などのチャートの設定誤差が画面距離の較正誤差に及ぼす影響を簡単な有理式で定式化した。

(2) チャートの姿勢の設定誤差に因る影響は無視できることを確認した。

(1) の式を用いることにより、較正用基準点チャートの設定誤差を予測したり、逆に、較正誤差見合いで設定誤差の要求条件を求めたりすることができるようになる。また、(2) により、チャートの設定に際しては、回転の精度より、並進の精度を確保することが重要であることがわかる。

今後は、三次元計測に対しては、画面距離ほど重要ではないが、重要なカメラパラメータである主点の座標を取り上げ、その較正精度に対する較正用基準点チャートの設定誤差の及ぼす影響について解明したい。

文 献

- (1) Ricolfe-Viala, C. and Sanchez-Salmeron, A.J.: "Uncertainty Analysis of camera parameters computed with a 3D pattern", Proceedings Lecture Notes in Computer Science, Vol 3617, pp.204-211, 2005
- (2) Stum, P. et al.: "Focal length calibration from two views: method and analysis of singular cases", Computer Vision and Image Understanding, Vol 99, No.1, pp.58-95, 2005
- (3) Lucchese, L.: "Geometric calibration of digital cameras through multi-view rectification", Image and Vision Computing, Vol 23, No.5, pp.517-539, 2005
- (4) K.Kanatani: "Statistical analysis of focal length calibration using vanishing points", IEEE Trans.Robotics Automation, 8-6, pp.767-775, 1992
- (5) D.Zhang, Y.Nomura, S.Fujii: "Error analysis and optimal setup on camera calibration", Proc. Asian Conference on Computer Vision, pp.II210-II214, 1995
- (6) D.Zhang, Y.Nomura, S.Fujii, "Error Analysis and Optimal Fiducial Mark Setup on Camera Calibration Using Direct Nonlinear Minimization", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers.C, Vol 61, No.586, pp.252-259, 1995
- (7) D.Zhang, Y.Nomura, S.Fujii, "Optimization on Principal Distance Calibration of TV Camera", The transactions of the Institute of Electronics, Information and Communication Engineers, Vol 79-D-II, No.9, pp.1643-1645, 1996
- (8) T.Fujimoto, Y.Nomura, D.Zhang, "Relationships between the Camera Calibration Accuracy and the Imaging Condition", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers.C, Vol 72, No.717, pp.1695-1700, 2006
- (9) Y.Nomura, T.Fujimoto, D.Zhang, "A Formulation of Camera-Parameter Calibration Errors and Resultant Visual-Line Estimation Errors", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers.C, Vol 71, No.706, pp.1937-1945, 2005
- (10) Hayman, E and Murray, D.W: "The Effects of Translational Misalignment when Self-Calibration Rotating and Zooming Cameras", IEEE Trans.Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol 25, No.8, pp.1015-1020, 2004
- (11) Wang.L et al: "Error Analysis of Pure Rotation Based Self-Calibration", IEEE Trans.Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol 26, No.2, pp.275-280, 2004
- (12) Y.Onodera, K.Kanatani, "Geometric Correction of Images without Camera Registration", The transactions of the Institute of Electronics, Information and Communication Engineers, VolJ75D2, No.5, pp.1009-1013, 1991