五軸 NURBS 補間加工用 CAM システムの開発*

(一般化ポストプロセッサによる NC データの生成)

上田 康文^{*1}, 石田 徹^{*1}, 竹内 芳美^{*2}

Development of CAM System for 5-Axis NURBS Interpolated Machining (NC Data Generation by Generalized Post-Processor)

Yasufumi UEDA, Tohru ISHIDA and Yoshimi TAKEUCHI^{*3}

^{*3} Department of Mechanical Engineering, Graduate School of Engineering, Osaka University,
2-1 Yamadaoka, Suita-shi, Osaka, 565-0871 Japan

NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) is well known to express free-form curves and surfaces in current CAD systems. Some NC controllers can accept NC data written in the NURBS interpolated format by using G 06.2 code, and NURBS interpolated machining enables us to decrease the amount of NC data, to eliminate the error due to the linear interpolation and so on. Although there are a few post-processors to generate NURBS interpolated NC data for simultaneous 5-axis controlled machining, most of them transform linear interpolated NC data into NURBS interpolated ones by the least square method and so on. Therefore, if the linear interpolated NC data is huge, the conventional post-processor may require a long calculation time to generate NURBS interpolated ones. In addition, the post-processor lacks general versatility because it copes with a specific machining center. To solve these problems, the study deals with developing a generalized post-processor which can generate NC data without the linear approximation, while considering the axis composition of various machining centers. As the result, it is found that the developed post-processor efficiently generates practical 5-axis NURBS interpolated NC data.

Key Words: NURBS, 5-Axis Controlled Machining, Generalized Post-Processor, NC Data Generation

1. 緒 言

近年, 3次元CADソフトによりデザインされた形状を切削加工するときに三軸制御加工が一般に用いられてきたが, 複雑化する形状に対しては十分な対処ができなくなりつつある。こうした現状から, 製造分野ではNC工作機械の多軸化や新しい加工法の模索が続いている。

多軸化されたNC工作機械の一般例が並進3軸に回転2軸を加えた五軸制御加工機である。回転2軸が付加されることによって, 加工中の工具姿勢の自由度が上がり, 高能率で高精度な加工の実現が期待できる。しかし, 五軸制御加工用のNCデータは工具経路を微小な線分で近似して生成されるので, 加工面に線分近似による段差が生成されることは避けられない。この段差を軽減するためには, 工具経路の線分近似誤差を小さくしなければならないが, 近似誤差の値が小さくなるにつれてNCデータのサイズは増大する。

なお, このときの近似誤差はトレランスと呼ばれ, およそ μm ~10 μm 程度とされている⁽¹⁾。

上記の問題に対処できる新しい加工法として, NURBS補間加工が開発されている。NURBSとは, Non-Uniform Rational B-Splineの略語で, CADにおいて自由曲線や自由曲面を定義するために用いられる数学的表現式のことである。NURBS補間加工は従来の直線補間加工に比べ, 工具経路に線分近似誤差が含まれないことや, NCデータのサイズが小さい, 加工の高速化が可能である, といった利点をもつ。

NURBS補間加工は三軸制御加工機ではすでに実用化されているが, 五軸制御加工機でNURBS補間加工を行った事例は極めて少ない。これは実用的な五軸NURBS補間加工用ポストプロセッサがないことが一因となっている。たとえば従来のポストプロセッサでは, 直線補間NCデータの指令点列に対して最小二乗法などを用いることで五軸NURBS補間加工用のNCデータを生成している⁽²⁾。同様に, 指令点列から滑らかな曲線を生成して補間する五軸加工用ナノスムージングというCNC機能も存在するが, これも最小二乗法を利用している⁽³⁾。

これら最小二乗法による曲線の当てはめには多くの計算過程が存在するため, 膨大な量の直線補間データ

* 原稿受付 2008年4月9日。

^{*1} 正員, 大阪大学大学院工学研究科(〒565-0871 吹田市山田丘2-1)。

^{*2} 正員, フェロー, 大阪大学大学院工学研究科。
E-mail: takeuchi@mech.eng.osaka-u.ac.jp

が与えられると NURBS 補間データの生成に多くの計算時間を要する。また、生成される曲線補間データには、直線補間データに含まれている近似誤差と最小二乗法の際に発生する誤差の 2 種類が存在する。

そこで本研究では、線分近似誤差のない NURBS 補間 CL (Cutter Location) データを利用することで、NC データの高速生成を可能にする五軸 NURBS 補間加工用ポストプロセッサを開発した。さらに、加工機の多様な軸構成に対応できるように、ポストプロセッサを一般化してシステムに汎用性をもたせた。

2. 開発したポストプロセッサの概要

2.1 ポストプロセッサにおける入力事項 開発したポストプロセッサを CL データに適用する際的主要な入力事項を以下にまとめる。

CL データ：入力する CL データは、 i を自然数としたとき、図 1 に示すようにワーク座標系における工具経路の制御点 $q_i = (x_i, y_i, z_i)$ や工具姿勢を制御するための姿勢制御ベクトル $r_i = (l_i, m_i, n_i)$ などで構成されている⁽⁴⁾。ここで、工具経路は 4 階の Bézier 型 NURBS 曲線で定義されている。これにより、曲線自体の自由度は制限されているものの、3*i* 番目の制御点は工具経路上に配置されているため、曲線の操作がしやすくなっている。また、3*i* 番目の制御点における姿勢制御ベクトル r_{3i} のノルムは 1.0 である。

トレランス：機械座標系における理想の工具経路と NC データによって補間される工具経路との最大偏差の許容値をトレランスとして設定する。

工作機械のタイプ：五軸制御工作機械の制御軸のうち、3 軸は X, Y, Z 軸による並進 3 軸で、残りの 2 軸は A, B, C 軸のいずれか 2 つである。工具軸が $[0, 0, 1]^T$ である状態を初期状態としたとき、回転 2 軸の構成の組み合わせにより工作機械を下記の 4 つのタイプに分ける⁽⁵⁾。

Type 1: A 軸が工具に近い側、B 軸が工作物に近い側に存在する。

Fig. 1 CL data format

Type 2: B 軸が工具に近い側、A 軸が工作物に近い側に存在する。

Type 3: A 軸が工具に近い側、C 軸が工作物に近い側に存在する。

Type 4: B 軸が工具に近い側、C 軸が工作物に近い側に存在する。

座標コード：使用する工作機械の並進軸と回転軸を工作物側から工具側へ並べたコードを座標コードとして設定する。

回転方向：回転角度の正方向が並進軸に対して右ネジの方向であれば 1、逆であれば -1 という値を設定する。本稿では、この値を工具に近い側に存在する回転軸に対しては α_0 、工作物に近い側に存在する回転軸に対しては α_ϕ とする。

回転軸の所在：回転軸が主軸側に存在する場合 0、テーブル側に存在する場合 1 を設定する。本稿では、この値を工具に近い側に存在する回転軸に対しては β_0 、工作物に近い側に存在する回転軸に対しては β_ϕ とする。

回転軸の位置座標：機械座標系における 2 つの回転軸の位置座標を設定する。

工作物原点の座標：工作物を把持した後、機械座標系における工作物原点を測定し、その座標を設定する。

2.2 NC データ生成の流れ 開発したポストプロセッサのフローチャートを図 2 に示す。ポストプロセッサでは 2.1 節の情報ははじめに設定する。次に、

Fig. 2 Structure of developed post-processor

CL データのうち、姿勢制御ベクトル $\mathbf{r}_i$ を用いて NC データの角度制御点 Θ_i を算出する。角度制御点とは、2つの回転軸における回転量を決定付ける制御点のことである。本稿では、2つの角度制御点のうち、工具に近い側の角度制御点を θ_i 、工作物に近い側の角度制御点を ϕ_i とし、 $\Theta_i = (\theta_i, \phi_i)$ とおく。

次に、算出された角度制御点と CL データの制御点 $\mathbf{q}_i$ を用いて、機械座標系における工具経路の制御点、すなわち位置制御点 $\mathbf{U}_i = (X_i, Y_i, Z_i)$ を求める。制御点 Θ_i および $\mathbf{U}_i$ は、機械座標系における工具経路の接線ベクトルを利用することによって算出される。これにより、従来の最小二乗法よりも少ない計算量で NC データが生成されるので、データ生成の高速化が可能になる。また、制御点の算出時には形状創成理論⁽⁵⁾を利用して、工作機械の多様な軸構成に対応できるようにしている。

最後に、位置制御点 $\mathbf{U}_i$ と角度制御点 Θ_i を合わせて NC データの制御点 $\mathbf{Q}_i = (\mathbf{U}_i, \Theta_i)$ とし、 $\mathbf{Q}_i$ に対応したノットベクトル $\mathbf{T}$ を定義する。算出されたノットベクトルは、制御点や重みとともに NC データとして出力する。なお、NC データで表わされる工具経路は CL データと同様、Bézier 型の NURBS 曲線となる。

Fig. 3 How to direct a tool from Z-axis to tool posture vector

3. NC データの生成

3.1 角度制御点の算出

CL データにおける $3i$ 番目の姿勢制御ベクトル $\mathbf{r}_{3i}$ の傾斜を加工機で実現するため、はじめに回転角度 θ_{3i} , ϕ_{3i} を求める。姿勢制御ベクトル $\mathbf{r}_{3i}$ がパラメータ t で表現される工具経路上の制御点に対応していることを受けて、これ以降、姿勢制御ベクトルを $\mathbf{r}_{3i}(t)$ と表記するとともに、 $\mathbf{r}_{3i}$ に対応する回転角度もパラメータ t の関数として $\theta_{3i}(t)$, $\phi_{3i}(t)$ と表記する。

$\theta_{3i}(t)$ および $\phi_{3i}(t)$ を算出するため、図 3 に示すように $[0, 0, 1]^T$ の初期状態にある工具姿勢ベクトルに回転運動を施して、姿勢制御ベクトル $\mathbf{r}_{3i}(t)$ に一致させることを考える。図 3 のような回転運動を実現するための回転角度は、工作機械のタイプに対して式 (1) で求めることができる⁽⁵⁾。ここで、もし 2.1 節で設定した β の値が 1 の場合は、主軸ではなくテーブルが回転することになる。したがって $\beta = 1$ のとき、 β の添え字に対応する回転軸の回転角度は、式 (1) で得られた回転角度の正負を反転させたものとする。このようにして求められた回転角度 $\theta_{3i}(t)$ と $\phi_{3i}(t)$ は、NC データにおける $3i$ 番目の角度制御点 $\Theta_{3i}(t)$ となる。まとめると、

(1) 工作機標のタイプが Type 1 のとき

$$\theta_{3i}(t) = -\alpha_\theta \cdot \text{sgn}(m_{3i}(t)) \cos^{-1} \sqrt{l_{3i}(t)^2 + n_{3i}(t)^2}$$

$$\phi_{3i}(t) = \begin{cases} \alpha_\phi \cdot \text{sgn}(l_{3i}(t)) \cos^{-1} \frac{n_{3i}(t)}{\sqrt{l_{3i}(t)^2 + n_{3i}(t)^2}} & (|m_{3i}(t)| \neq 1) \\ 0 & (|m_{3i}(t)| = 1) \end{cases}$$

(2) 工作機械のタイプが Type 2 のとき

$$\theta_{3i}(t) = \alpha_\theta \cdot \text{sgn}(l_{3i}(t)) \cos^{-1} \sqrt{m_{3i}(t)^2 + n_{3i}(t)^2}$$

$$\phi_{3i}(t) = \begin{cases} -\alpha_\phi \cdot \text{sgn}(m_{3i}(t)) \cos^{-1} \times \frac{n_{3i}(t)}{\sqrt{m_{3i}(t)^2 + n_{3i}(t)^2}} & (|l_{3i}(t)| \neq 1) \\ 0 & (|l_{3i}(t)| = 1) \end{cases}$$

Fig. 4 Calculation of control points $\Theta_{3i+1}(t)$ and $\Theta_{3i+2}(t)$

(3) 工作機械のタイプが Type 3 のとき

$$\begin{aligned}\theta_{3i}(t) &= -\alpha_\theta \cdot \cos^{-1} n_{3i}(t) \\ \phi_{3i}(t) &= \begin{cases} -\alpha_\phi \cdot \operatorname{sgn}(l_{3i}(t)) \cos^{-1} \frac{m_{3i}(t)}{\sqrt{l_{3i}(t)^2 + m_{3i}(t)^2}} & (n_{3i}(t) \neq 1) \\ \text{arbitrary} & (n_{3i}(t) = 1) \end{cases}\end{aligned}$$

(4) 工作機械のタイプが Type 4 のとき

$$\begin{aligned}\theta_{3i}(t) &= \alpha_\theta \cdot \cos^{-1} n_{3i}(t) \\ \phi_{3i}(t) &= \begin{cases} \alpha_\phi \cdot \operatorname{sgn}(m_{3i}(t)) \cos^{-1} \frac{l_{3i}(t)}{\sqrt{l_{3i}(t)^2 + m_{3i}(t)^2}} & (n_{3i}(t) \neq 1) \\ \text{arbitrary} & (n_{3i}(t) = 1) \end{cases} \\ &\dots\dots\dots(1)\end{aligned}$$

式(1)中の $\operatorname{sgn}(a)$ は実数 a の正負を決定する関数で式(2)で定義する.

$$\operatorname{sgn}(a) = \begin{cases} 1 & (a \geq 0) \\ -1 & (a < 0) \end{cases} \dots\dots\dots(2)$$

一方, 角度制御点 $\theta_{3i+1}(t)$ と $\theta_{3i+2}(t)$ は, Bézier 曲線特有の性質を利用することで求める. すなわち, Bézier 曲線の区間曲線では, 曲線上の制御点における

一階微分ベクトルが隣り合う制御点との差の3倍で表わされるという性質が Bézier 曲線にはあることから, 式(3)および図4のようにして制御点 $\theta_{3i+1}(t)$ と $\theta_{3i+2}(t)$ を求めることができる. ここで, Bézier 曲線の区間曲線とは, 制御点 $\theta_{3i}(t)$ と $\theta_{3i+3}(t)$ で区切られる曲線を指している.

$$\begin{aligned}\theta_{3i+1} &= \theta_{3i} + \frac{1}{3} \dot{\theta}_{3i}, & \theta_{3i+2} &= \theta_{3i+3} - \frac{1}{3} \dot{\theta}_{3i+3} \\ &\dots\dots\dots(3)\end{aligned}$$

式(3)中の制御点における微分値 $\dot{\theta}_{3i}(t)$ は式(1)をそれぞれ t について微分することで得られ, 式(4)となる. ただし, 式(4)における角度制御点 $\theta_{3i}(t)$ は式(1)により求めた値とする. すなわち, β の値を加味する前の制御点を式(4)では用いる. また, 式(4)中の制御点 $q_{3i}(t)$ における工具軸ベクトルの微分 $\dot{\mathbf{r}}_{3i}(t)$ は, Bézier 曲線の性質を利用して式(5)により求める. 式(4)で算出された微分値 $\dot{\theta}_{3i}(t)$ に対して β の値を考慮し, 式(3)によって角度制御点 $\theta_{3i+1}(t)$, $\theta_{3i+2}(t)$ を算出する.

(1) 工作機械のタイプが Type 1 のとき

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_{3i}(t) &= -\frac{l_{3i}(t)\dot{l}_{3i}(t) + n_{3i}(t)\dot{n}_{3i}(t)}{\sqrt{l_{3i}(t)^2 + n_{3i}(t)^2} \sin \theta_{3i}(t)}, \\ \dot{\phi}_{3i}(t) &= -\frac{\dot{n}_{3i}(t)[l_{3i}(t)^2 + n_{3i}(t)^2] - n_{3i}(t)[l_{3i}(t)\dot{l}_{3i}(t) + n_{3i}(t)\dot{n}_{3i}(t)]}{[l_{3i}(t)^2 + n_{3i}(t)^2]^{1.5} \sin \phi_{3i}(t)}\end{aligned}$$

(2) 工作機械のタイプが Type 2 のとき

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_{3i}(t) &= -\frac{m_{3i}(t)\dot{m}_{3i}(t) + n_{3i}(t)\dot{n}_{3i}(t)}{\sqrt{m_{3i}(t)^2 + n_{3i}(t)^2} \sin \theta_{3i}(t)}, \\ \dot{\phi}_{3i}(t) &= -\frac{\dot{m}_{3i}(t)[m_{3i}(t)^2 + n_{3i}(t)^2] - n_{3i}(t)[m_{3i}(t)\dot{m}_{3i}(t) + n_{3i}(t)\dot{n}_{3i}(t)]}{[m_{3i}(t)^2 + n_{3i}(t)^2]^{1.5} \sin \phi_{3i}(t)}\end{aligned}$$

(3) 工作機械のタイプが Type 3 のとき

$$\dot{\theta}_{3i}(t) = -\frac{\dot{n}_{3i}(t)}{\sin \theta_{3i}(t)}, \quad \dot{\phi}_{3i}(t) = -\frac{\dot{m}_{3i}(t)[l_{3i}(t)^2 + m_{3i}(t)^2] - m_{3i}(t)[l_{3i}(t)\dot{l}_{3i}(t) + m_{3i}(t)\dot{m}_{3i}(t)]}{[l_{3i}(t)^2 + m_{3i}(t)^2]^{1.5} \sin \phi_{3i}(t)}$$

(4) 工作機械のタイプが Type 4 のとき

$$\dot{\theta}_{3i}(t) = -\frac{\dot{n}_{3i}(t)}{\sin \theta_{3i}(t)}, \quad \dot{\phi}_{3i}(t) = -\frac{\dot{l}_{3i}(t)[l_{3i}(t)^2 + m_{3i}(t)^2] - l_{3i}(t)[l_{3i}(t)\dot{l}_{3i}(t) + m_{3i}(t)\dot{m}_{3i}(t)]}{[l_{3i}(t)^2 + m_{3i}(t)^2]^{1.5} \sin \phi_{3i}(t)} \dots\dots\dots(4)$$

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{r}}_{3i}(t) &= 3[\mathbf{r}_{3i+1}(t) - \mathbf{r}_{3i}(t)] - 3\mathbf{r}_{3i}(t)\{l_{3i}(t)[l_{3i+1}(t) - l_{3i}(t)] \\ &\quad + m_{3i}(t)[m_{3i+1}(t) - m_{3i}(t)] + n_{3i}(t)[n_{3i+1}(t) - n_{3i}(t)]\} \dots\dots\dots(5)\end{aligned}$$

姿勢制御ベクトル $\mathbf{r}_{3i}(t) = [l_{3i}(t), m_{3i}(t), n_{3i}(t)]^T$ のいずれかの成分が 1.0 の場合は, 式(1)の $\phi_{3i}(t)$ を t で微分することができない. そこでこの場合に限り, 角度制御点 $\theta_{3i+1}(t)$, $\theta_{3i+2}(t)$ を式(3)から求めずに, 従来手法の最小二乗法を利用して算出する. また, 制御点の微分値 $\dot{\theta}_{3i}(t)$ が 3・2 節で必要となるので, それを最小二乗法で求めた制御点から式(3)で算出しておく.

3・2 位置制御点の算出 まず, NC データにおける $3i$ 番目の位置制御点 $\mathbf{U}_{3i}(t) = (X_{3i}(t), Y_{3i}(t), Z_{3i}(t))$ を算出する. この制御点の算出には, 工具と工作物間の相対運動の数学モデルである形状創成関数を利用する. 五軸制御加工機における形状創成関数の一般式は式(6)で与えられる.

$$\mathbf{r}_w(t) = A^1(t)A^2(t)A^3(t)A^4(t)A^5(t)\mathbf{r}_M(t) \dots\dots\dots(6)$$

ここで, $\mathbf{r}_w(t)$ はワーク座標系における工具中心点の位置ベクトル, $\mathbf{r}_M(t)$ は機械座標系における工具中心点の

初期位置ベクトルで $\mathbf{r}_M(t)=[0, 0, 0, 1]^T$ である。また、行列 $A^i(t)$ は直線運動あるいは回転運動に関する同次変換行列で、並進軸方向に直線運動する場合の変換行列 $T(t)$ は式(7)、回転軸に対して右ねじ方向に $\theta(t)$ だけ回転運動する場合の変換行列 $R(t)$ は式(8)で与えられる。これらの行列の添え字はそれぞれ運動の際に対象とする軸を意味している。 $T(t)$ の成分 $X(t)$, $Y(t)$, $Z(t)$ は並進軸方向の移動量を表す。行列 $R(t)$ におけるベクトル $\mathbf{a}=(a_x, a_y, a_z)$, $\mathbf{b}=(b_x, b_y, b_z)$, $\mathbf{c}=(c_x, c_y, c_z)$ は、それぞれ工作機械に取り付けられた工具の中心点を工作物原点に一致させたときの回転軸と工作物のずれを表わしている。たとえば Type 4 で $\beta_\theta=0$, $\beta_\phi=1$ の工作機械を例に挙げると、ベクトル $\mathbf{b}$ と $\mathbf{c}$ が図5のように定義される。

$$T_X(t)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X(t) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_Y(t)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & Y(t) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_Z(t)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

$$R_A(t)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta(t) & -\sin \theta(t) & -a_y \cos \theta(t)+a_z \sin \theta(t)+a_y \\ 0 & \sin \theta(t) & \cos \theta(t) & -a_y \sin \theta(t)-a_z \cos \theta(t)+a_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_B(t)=\begin{bmatrix} \cos \theta(t) & 0 & \sin \theta(t) & -b_x \cos \theta(t)-b_z \sin \theta(t)+b_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta(t) & 0 & \cos \theta(t) & b_x \sin \theta(t)-b_z \cos \theta(t)+b_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_C(t)=\begin{bmatrix} \cos \theta(t) & -\sin \theta(t) & 0 & -c_x \cos \theta(t)+c_y \sin \theta(t)+c_x \\ \sin \theta(t) & \cos \theta(t) & 0 & -c_x \sin \theta(t)-c_y \cos \theta(t)+c_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

いま、式(6)において、同次変換行列を工作機械の座標コードと同じ順で定義し、位置ベクトル $\mathbf{r}_w(t)$ を CL データで表現される工具経路上のパラメータ t における工具中心点位置と考える。たとえば、図6の工作機械では、座標コードが CZXYA となるので、形状創成関数は式(9)のようになる。

$$\mathbf{r}_w(t)=R_C(t)T_Z(t)T_X(t)T_Y(t)R_A(t)\mathbf{r}_M(t) \dots\dots\dots (9)$$

CL データにおける制御点 $\mathbf{q}_{3i}(t)$ は工具経路上に位置しているため、ベクトル $\mathbf{r}_w(t)$ を $[\mathbf{q}_{3i}(t), 1]^T$ で置き換えることができる。これに伴い、式(9)中の同次変換行列 $R_A(t)$ および $R_C(t)$ の回転角度はそれぞれ 3・1 節で求めた角度制御点 $\theta_{3i}(t)$, $\phi_{3i}(t)$ となる。式(9)を並進移動量 ($X_{3i}(t)$, $Y_{3i}(t)$, $Z_{3i}(t)$) について解き、その解を NC データにおける 3*i* 番目の位置制御点 $\mathbf{U}_{3i}(t)$ とする。

次に、NC データにおける 3*i*+1 番目および 3*i*+2 番目の位置制御点 $\mathbf{U}_{3i+1}(t)$, $\mathbf{U}_{3i+2}(t)$ を求める。その算出方法は 3・1 節と同様に考えて、制御点 $\mathbf{U}_{3i}(t)$ における微分ベクトルから式(10)のように決定する。式(10)において、微分ベクトル $\dot{\mathbf{U}}_{3i}(t)$ は、式(6)を t について微分して得られる式(11)を ($\dot{X}_{3i}(t)$, $\dot{Y}_{3i}(t)$, $\dot{Z}_{3i}(t)$) について解くことで

Fig. 5 Difference between the rotational axis and the workpiece coordinate origin

Fig. 6 Example of axis composition (Type 3)

求められる。

$$U_{3i+1}(t) = U_{3i}(t) + \frac{1}{3} \dot{U}_{3i}(t), \quad U_{3i+2}(t) = U_{3i+1}(t) - \frac{1}{3} \dot{U}_{3i+1}(t) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_w(t) = & \dot{A}^1(t)A^2(t)A^3(t)A^4(t)A^5(t)\mathbf{r}_M(t) + A^1(t)\dot{A}^2(t)A^3(t)A^4(t)A^5(t)\mathbf{r}_M(t) \\ & + A^1(t)A^2(t)\dot{A}^3(t)A^4(t)A^5(t)\mathbf{r}_M(t) + A^1(t)A^2(t)A^3(t)\dot{A}^4(t)A^5(t)\mathbf{r}_M(t) \\ & + A^1(t)A^2(t)A^3(t)A^4(t)\dot{A}^5(t)\mathbf{r}_M(t) \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

式(11)中の変換行列の1階微分 $\dot{A}^i(t)$ はそれぞれの行列成分を t について微分することで求める。例として、 $\dot{T}_X(t)$ および $\dot{R}_A(t)$ を式(12)に示す。

一方、ワーク座標系における位置ベクトルの微分 $\dot{\mathbf{r}}_w(t)$ は、制御点 $\mathbf{q}_{3i}(t)$ に対する微分ベクトル $\dot{\mathbf{q}}_{3i}(t)$ を用いて、 $[\dot{\mathbf{q}}_{3i}(t), 0]^T$ と置き換えられ、その $\dot{\mathbf{q}}_{3i}(t)$ は式(10)のような Bézier 曲線の性質を利用して算出する。

$$\begin{aligned} \dot{T}_X(t) = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dot{X}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \dot{R}_A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) & -\dot{\theta}(t)\cos\theta(t) & a_Y\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) + a_Z\dot{\theta}(t)\cos\theta(t) \\ 0 & \dot{\theta}(t)\cos\theta(t) & -\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) & -a_Y\dot{\theta}(t)\cos\theta(t) + a_Z\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

3.3 ノットベクトルの定義 3.1 節および 3.2 節で得られた制御点 $\mathbf{Q}_i = (\mathbf{U}_i, \boldsymbol{\theta}_i)$ によって補間される曲線 $\mathbf{C}(t) = (X(t), Y(t), Z(t), \theta(t), \phi(t))$ と理想の工具経路との間には、曲線 $\mathbf{C}(t)$ の制御点数が不十分であるときに多少の偏差が生じる。もしその偏差の最大値がパラメータ $[t_i, t_{i+1}]$ の区間でトレランス値を超えている場合は、ノットベクトルを3つずつ挿入し

て制御点 $\mathbf{Q}_i$ を増加させる。この操作は最大偏差がトレランス以下になるまで続ける。

その結果、最終的に求めた制御点数を np とすると、曲線 $\mathbf{C}(t)$ 上に位置する制御点におけるパラメータ t_{3i} を式(13)のように計算することで、曲線 $\mathbf{C}(t)$ のノットベクトルを定義する。すなわち、曲線 $\mathbf{C}(t)$ のコード長に従ってパラメータ t_{3i} が計算され、そこから式(14)のようにノットベクトル $\mathbf{T}$ を定義する。得られたノットベクトル $\mathbf{T}$ は、制御点 $\mathbf{Q}_i$ や重みとともに NC データとして出力する。なお、NC データの重

Fig. 7 Target shape

Fig. 8 Visualization of CL data in machining a curved surface

(a) Translational coordinate (b) Rotational coordinate
Fig. 9 Visualization of NC data corresponding to CL data in Fig. 8

Fig. 10 Comparison of calculation time to generate NC data

Fig. 11 Machined result

みはすべて 1.0 とする.

$$t_{3i} = \frac{\sum_{k=1}^{3i} |c_k - c_{k-1}|}{\sum_{k=1}^{nD} |c_k - c_{k-1}|} \dots\dots\dots (13)$$

$$T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ t_3 \ t_3 \ t_3 \ \dots \ t_{3i} \ t_{3i} \ t_{3i} \ \dots \ 1 \ 1 \ 1 \ 1] \dots\dots\dots (14)$$

4. 提案した手法の検証

図 7 に示す形状の五軸の NURBS 補間加工を例にとり, 本研究で提案した手法の有用性を調べた. 加工には OKK (株) 製五軸マシニングセンタ VG 5000 を使用し, VG 5000 に対応した五軸 NURBS 補間 NC データを提案手法によって生成した. なお, VG 5000 は Type 3 の加工機で, 回転軸に関する入力事項は $\alpha_0 = -1$, $\alpha_p = -1$, $\beta_0 = 1$, $\beta_p = 1$ である.

この形状加工に必要な五軸 NURBS 補間 CL データは既開発のメインプロセッサ⁽⁴⁾を用いて生成している. その CL データに対して, 開発したポストプロセッサを適用し, 五軸 NURBS 補間 NC データを生成した. このとき, 目標形状のうち凹面の加工用 CL データは, 図 8 に示すような工具経路から生成されている. この工具経路を実現する NC データを図 9 に示す.

次に, 図 9 に示す NC データが生成されるまでの計算時間を従来の最小二乗法によるもの⁽⁶⁾と比較した. その結果, 図 10 に示すように, トランスを小さく設定するにつれて両者の計算時間の差が顕著に現れた. 具体的には, 提案手法により計算時間が 90% 以上も短縮されていることが分かる.

開発したポストプロセッサによって生成された NC データで実際に加工を行った. 加工結果を図 11 に示す. 工具干渉することなく目標形状を加工できることが分かるが, 凹面の一部にカッターマークが見られた. これは工具の送り速度が加工面に対して一定でないことが原因と考えられ, パラメトリック速度制御などを利用することで解決できると思われる.

5. 結 言

本研究で得られた結論は次の通りである.

(1) 五軸 NURBS 補間 CL データを利用し, 高速に五軸 NURBS 補間 NC データを生成し, さらに加工機の多様な軸構成に対応できる NC データの生成手法を提案した. 提案手法を基に, 五軸 NURBS 補間加工に対応した一般化ポストプロセッサを開発した.

(2) 開発したポストプロセッサを加工形状に適用したところ, 従来手法よりも短時間で五軸 NURBS 補間 NC データが生成できることを確認した.

(3) 得られた NC データを用いて加工した結果, 目標形状の五軸 NURBS 補間加工が可能であることを確認した.

本稿では, 工具経路を自由度の低い Bézier 型の NURBS 曲線で表現している. そのため制御点数が多くなり, NC データを十分に小さくできないことがある⁽⁶⁾. 今後, 工具経路の表現方法を一般的な NURBS 曲線に拡張することによってこの問題を解消し, 五軸 NURBS 補間加工の実用化を目指したい.

文 献

- (1) Miyata, Y. and Shima, A., High-speed High-precision Curve Interpolation Technology NURBS, *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, Vol. 65, No. 9 (1999), pp. 1263-1266.
- (2) Hirai, J., Arai, H., Harihara, T., Chiba, O., Takahashi, M. and Kanamaru, N., Numerically Controlled Curved Surface Machining Unit, US Pat. 6675061.
- (3) Otsuki, T. and Shiobara, H., 5-Axis Machining Features FANUC Series 30i-MODEL A/31i-MODEL A 5, *FANUC Technical Review*, Vol. 19, No. 1 (2006-1), pp. 1-6.
- (4) Ueda, Y., Inoue, T., Ishida, T. and Takeuchi, Y., Development of CAM System for 5-axis NURBS Interpolated Machining (Tool Path Generation Utilizing Interference-Free Space), *Transactions of the Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, index review.
- (5) Nagasaka, M. and Takeuchi, Y., Generalized Post-Processor for 5-Axis Control Machining Based on Form Shape Function, *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, Vol. 62, No. 11 (1996), pp. 1607-1611.
- (6) Ueda, Y., Ishida, T. and Takeuchi, Y., Non-Uniform B-Spline Interpolated CL Data Generation for 5-axis Control Machining Utilizing Interference-Free Space, *Proceedings of 11th International Conference on Mechatronics Technology*, (2007-11), pp. 219-224.