軸直径変化部を有するロータの曲げ振動モードに関する
振動計算の高精度簡易モデルの提案*高田 昌二^{*1}, 舟竹 良雄^{*2}, 稲垣 嘉之^{*1}Proposal of Simplified Model for Improved Prediction of
Bending Mode Vibration of Stepped RotorShoji TAKADA^{*3}, Yoshio FUNATAKE and Yoshiyuki INAGAKI^{*3} Japan Atomic Energy Agency, Nuclear Science and Engineering Directorate,
4002 Narita-cho, Oarai-machi, Higashi-ibaraki-gun, Ibaraki, 311-1393 Japan

The design of Gas Turbine High Temperature gas cooled Reactor with a power output of 300 MWe employed magnetic bearings for supporting gas turbine rotor composed of turbo-compressor and generator rotors, which are connected by a flexible coupling each other. The generator rotor is a flexible rotor, which passes over the forth critical speed below the rated speed. The total length, bearing span, mass and rated speed of the rotor is 18 m, 8.19 m, 67 t and 3600 rpm, respectively. For designing a controll system of magnetic bearing, a simplified rotordynamics model was proposed based on Timoschenko beam model by adding a rotational spring which simulated deformation of plane at stepped parts of rotor. The model predicted adequately the bearing stiffness dependency on vibration mode shapes of rotor at critical speeds in comparison with numerical results by 3-dimensional FEM analysis. As opposed to the conventional model, the model predicted adequately the increase of inclination at the center of rotor where mass was concentrated because bending stiffness was lowered by the deformation of plane at stepped parts of rotor, which affects whirling motion by Jayro effect at the forth critical speed.

Key Words: Stepped Rotor, Magnetic Bearing, Flexible Rotor, Jayro Effect, Timoschenko Beam Model, Bending Mode Vibration, Deformation of Plane, Rotation Spring, Gas Turbine, HTGRs

1. 緒 言

発電出力 300MWe 級の高温ガス炉ガスタービン発電システム⁽¹⁾の設計では、ガスタービンロータを支持する軸受として、炉心の黒鉛構造物を腐食する恐れのある水や油などの液体潤滑剤を必要としない磁気軸受を使用する。ガスタービンロータは、フレキシブルカップリングで接続したターボ圧縮機ロータと発電機ロータで構成される。従来の磁気軸受を使用した小型ガスタービンと比較して、ロータの質量が約 10 倍大きい、構造材料の遠心応力の制限により軸直径を大きくできず、軸曲げ剛性が低い。また、液体潤滑軸受と比較して軸受剛性も高くない。このため、発電機ロータは、定格回転数が 4 次振動モード危険速度を超える弾性ロータである。

ロータは、曲げ変形によりその一部が傾斜すると、ジャイロ効果により傾斜の直角方向に外力を受け、振れ回り振動をする。弾性ロータを支持する磁気軸受の振動

制御の課題の一つとして、ジャイロ効果による振れまわり振動の抑制がある⁽²⁾。一般に、磁気軸受の制御設計には、制御に関係しない自由度を考慮しないのはりモデルを使用する。ところが、従来のロータの振動予測に使用したはりモデルは、詳細解析により得られた発電機ロータの曲げ変形を適切に再現せず、ジャイロ効果による振れまわり振動の要因となる発電機ロータの曲げ変形を過小に評価すると予測された。軸直径変化部での平面のゆがみによる曲げ剛性が軸の曲げ剛性と比較して顕著に低くなるものの、従来のはりモデルがこの効果を考慮しないためである。

本研究では、発電機ロータについて、危険速度における振動特性と振動振幅の軸方向分布を明らかにするために、3 次元有限要素法によりロータの回転を考慮した振動解析を実施した。発電機ロータは、2 つのラジアル磁気軸受で支持し、全長約 18 m、軸受間距離約 8.19 m、質量 67 t、定格回転数 3600 rpm である。ロータの曲げ変形を伴う振動特性を適切に再現するために、軸の曲げ変形とせん断変形を考慮した従来のはりモデルに、軸直径変化部における平面のゆがみによる曲げ剛性を考慮できるよう、回転ばねを加えて、新たに簡易モデルを構築した。しかし、平面のゆがみによる曲げ剛

* 原稿受付 2008 年 9 月 9 日。

^{*1} 正員, (独) 日本原子力研究開発機構(〒311-1393 茨城県東茨城郡大洗町成田町 4002)。^{*2} (独) 日本原子力研究開発機構原子力基礎工学研究部門。
E-mail: takada.shoji@jaea.go.jp

性は、形状に依存するため、すべての軸直径変化部で、軸の曲げ剛性より低くなるとは限らない。軸直径変化部での平面のゆがみによる曲げ剛性が顕著に低くなる場合とその時の曲げ剛性を、円板の曲げに関する既存理論^(3~5)の適用性の検討と、数値解析による検討から明らかにした。このように構築した本簡易モデルは、軸直径変化部での平面のゆがみによる曲げ剛性を考慮しない従来のはりモデルと比較して、ジャイロ効果による振れまわり振動に影響する、発電機ロータの曲げ変形を適切に再現できる。簡易モデルを発電機ロータに適用して振動特性を明らかにするとともに、3次元有限要素法による振動解析結果との比較により、新たに構築した簡易モデルの妥当性を検証することとした。

記号

(太字) : ベクトルおよびマトリクス

- E : ヤング率 [Pa]
 I : フィールド要素の断面 2 次モーメント [m^4]
 I_d : 平面ゆがみによる曲げ剛性の等価断面 2 次モーメント [m^4]
 J : 慣性モーメント [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]
 J_p : 極慣性モーメント [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]
 M : モーメント [$\text{N} \cdot \text{m}$]
 Q : 減衰係数 [$\text{N} \cdot \text{s/m}$]
 d : ロータ直径 [m]
 d_o : 円板外直径 [m]
 f : ロータに作用する外力 [N]
 h : 円板の肉厚 [m]
 k : 剛性 [N/m]
 l : フィールド要素軸長 [m]
 m : 質量 [kg]
 q : 変位および傾きからなる状態変数

ギリシャ文字

- Ω : 回転数 [rad/s]
 α : 比例係数
 ψ : 回転運動による傾き [rad]

添え字

- d : 外乱
 j : フィールド要素番号

2. 磁気軸受支持ガスタービン発電機ロータの概要

高温ガス炉ガスタービン発電システムのガスタービンロータの主要諸元を表 1^{(1), (6)}に、全体図を図 1⁽⁶⁾に示す。発電機は発電容量 310 MVA のヘリウムガス冷却同期発電機である。発電機ロータは 2 つのラジアル軸受で支

Table 1 Main specification of magnetic bearing suspended rotor system for GTHT300⁽⁶⁾

	Turbo-compressor rotor	Generator rotor
Coupling type	Flexible type	
Orientation	Horizontal	
Mass [kg]	51,784	66,517
Total length [mm]	12900	12800
Bearing span length [mm]	10690	8190
Radial bearing		
Inner diameter [mm]	750	900
Length [mm]	740	790 (Free side) 820 (Turbine side)
Static load [t]	25.3 (Turbine side) 20.8 (Compressor side)	32.1 (Free side) 34.4 (Turbine side)
Dynamic load [t]	± 6.3 (Turbine side) ± 5.2 (Compressor side)	± 8.0 (Free side) ± 8.6 (Turbine side)
Thrust bearing		
Static load [t]	50	10
Dynamic load [t]	± 2.5	± 2.5
Rotor balance quality	ISO 1940 Balance quality grade G2.5	
Response amplitude	$\leq 75 \mu\text{m}$ peak to peak at the rated speed $\leq 125 \mu\text{m}$ peak to peak at critical speed	
Speed range	Rated speed 3600 rpm 0-110% of rated speed condition in normal operation

Fig. 1 Outline of power conversion system for GTHT300⁽⁶⁾

Fig. 2 Three-dimensional numerical model

持した。ターボ圧縮機ロータとフレキシブルカップリングで接続することで、ターボ圧縮機ロータ側からの振動を絶縁した。軸受部の外側に励磁用のエキサイタを接続している。

3. 解析方法

3・1 3次元有限要素解析 発電機ロータの定格回転数を超える 5 次までの危険速度と、ロータ振動振幅の軸方向分布である振動モードについて、3次元有限要素法数値解析コード SAMCEF-ROTOR⁽⁸⁾により明らかにする。3次元有限要素解析のためのロータの離散化モデルを図 2 に示す。軸直径変化部の平面のゆがみによる影響を考慮できるように、軸方向、周方向、径方向をそれぞれ 193, 24, 13 分割した。8 節点 6

面体要素を使用し、総格子点数、総要素数を、それぞれ、約 33000、約 22000 とした。磁気軸受は、剛体支持点とロータの中心線上に設けた節点との間で、一定の方向に働く 1 節点ばねで模擬し、X、Y 方向に各 1 個設置した。軸受剛性を、実機での使用範囲 $10^7 \sim 10^{10}$ N/m で変化させて、発電機ロータの固有振動の軸受剛性依存性を明らかにした。また、本解析結果との比較により、次節以降に述べる新簡易モデルや使用した各種係数の妥当性を検証する。

3.2 簡易モデルの基礎方程式 ロータの曲げ振動予測の簡易モデルの運動方程式を、

$$m\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{Q} + \mathbf{J}_p\Omega)\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{k}\mathbf{q} = \mathbf{f} + \mathbf{f}_d \quad (1)$$

とする。ロータをポイント要素とフィールド要素で離散化し⁽²⁾、運動方程式の各係数マトリクスを定める。 $\mathbf{J}_p$ はジャイロ効果による 2 自由度の傾きの連成項であり非対称行列である。フィールド要素には、はりの曲げ変形に加えてせん断変形を考慮して高周波固有振動の予測精度を向上できる Timoshenko はり理論⁽⁴⁾に有限要素法を適用して、剛性マトリクス $\mathbf{k}$ を導出した。発電機ロータへの適用にあたっては、軸方向に 176 個のポイント要素と 175 個のフィールド要素により離散化した。

3.3 軸直径変化部における曲げ剛性 ロータの曲げ変形に対する軸直径変化部における平面のゆがみの影響を明らかにするために、図 3 に示すように、軸直径変化部を有するロータの両端から曲げモーメント M を負荷した場合のロータの曲げ変形を考える。直径 d_o 、肉厚 h の円板に、直径 d ($d < d_o$) の軸を、軸と円板の中心線が同じくするように接続する。従来のはりモデルでは、図 3(a) に示すとおり、軸の曲げ変形では、軸の中心線の垂直断面に変形がないと仮定された。ところが、軸直径変化部では、図 3(b) に示すとおり、軸の曲げ変形に加えて、平面のゆがみにより垂直断面の変形が発生する。この

Fig. 3 Proposed new model

Fig. 4 Analytical model for bending stiffness of plate

変形はせん断変形とは異なる。これにより、ロータの曲げ剛性は、従来のはりモデルで計算された軸の曲げ剛性より低くなる。しかし、すべての軸直径変化部で曲げ剛性が低くなるとは限らない。発電機ロータでは、軸直径変化部の $h/d_o = 0.04 \sim 0.56$, $\beta (=d/d_o) = 0.28 \sim 0.94$ の範囲にある。軸直径変化部での平面のゆがみによる曲げ剛性の形状依存性を考察した。

軸直径変化部での平面のゆがみによる曲げ剛性の形状依存性を明らかにするための計算モデルを図 4 に示す。軸直径変化部における平面のゆがみに着目するために、直径 d_o の円板の外周を締付条件として軸の曲げ変形が発生しないようにした。直径 d の軸の片端にモーメント M を負荷して、軸直径変化部での軸の傾き角 ψ を解析により明らかにすることとした。

円板の肉厚 h の効果を見捨てる $h/d_o \rightarrow 0$ の薄板条件では、Reissner⁽³⁾による理論解があり、以下の関係がある。

$$M = \alpha E h^3 \psi \quad (2)$$

$$\alpha = -\frac{\pi}{3(1-\nu^2)} \left(\frac{1+\beta^2}{-\beta^2+1+(1+\beta^2)\log_e \beta} \right) \quad (3)$$

理論解の導出に当たり、円板のみ変形し、円板内の直径 d の軸に相当する部分は剛体と仮定された。

円板の肉厚が無視できない厚肉条件に対しては、3次元有限要素解析により α の h/d_o 依存性を計算した。数値解析コードとして、市販の汎用有限要素法解析コード ABAQUS⁽⁷⁾を使用した。図 5 に、エキサイタに相当する $\beta = 0.3175$ の場合の数値解析結果を実線で示す。横軸を h/d_o 、縦軸を α とする。数値解析結果より、 α は $h/d_o \rightarrow 0$ で式(4)で表される Reissner による理論解と一致した。また、 $h/d_o < 0.2$ の範囲で、2次元板要素である Mindlin 板要素⁽⁴⁾を使って得られた数値解析結果と良く一致した。 α の 3次元有限要素解析結果が 2次元板要素である Mindlin 板要素の解と一致する領域では、Reissner による理論解と同様、円板のみ変形し、円板と

Fig. 5 Numerical results of α depending on thickness of circular plate

軸との接合部での曲げ変形に 3 次元性はなく、円板と軸との接合部に弾性変形が発生していない。円板の曲げ剛性が軸の曲げ剛性と比べて顕著に低く、円板内の直径 d の軸に相当する部分を剛体と仮定できる。すなわち、円板が振動しても円板を貫通する軸が曲げ変形することはない。また、円板の曲げ変形による固有振動数は、定格回転数より高くなる。このことから、本簡易モデルでは、軸直径変化部での曲げ剛性は、はりモデルで仮定した曲げ剛性に一致するとした。

しかし、円板の肉厚がさらに増加すると、3 次元有限要素解析で求めた α は、Mindlin 板要素の解と比較して低い値となった。林らは、直径 d の軸が円板表面にくい込むと仮定して、軸と円板との接合部の弾性変形の曲げ剛性について、以下の近似解を得ている⁽⁵⁾。

$$M = \frac{4}{9} \pi E \left(\frac{d}{2} \right)^3 \psi \quad (4)$$

この式を変形して α を導出すると、

$$\alpha = \frac{\pi}{18} \left(\frac{\beta \cdot do}{h} \right)^3 \quad (5)$$

を得た。数値解析結果は、 $h/do > 0.2$ の領域で近似解より求めた値とおおむね良く一致した。また、数値解析結果は $(h/do)^3$ に反比例しており、近似解と定性的にも一致した。この領域では、円板の曲げ変形よりも軸と円板との接合部の弾性変形による曲げ剛性の方が低く、もはや、円板内の直径 d の軸に相当する部分を剛体と仮定することができない。このことから、本簡易モデルでは、軸直径変化部での曲げ剛性は、はりモデルで仮定した曲げ剛性に、軸が円板との接合部での弾性変形による回転ばねを並列に負荷することとした。本研究の適用範囲では、 β が変化しても、以上に述べた α の肉厚依存性は定性的に変化しないことを確認している。

発電機ロータのエキサイタの構造は、円筒を円板の外周に接続した場合に相当する。構造の概要を図 6 に示す。円板の h/do は 0.125 であるため、前述の説明であれば、円板を貫通する軸を剛体とみなしてよい。しかし、円板の外周に円筒を接続しているため、円板の変形によって、軸の曲げ剛性が低下して軸に曲げ変形が発生したかのように円筒が変位する。このため、前述の取り扱いができない。そこで、本簡易モデルでは、はりモデルで仮定した曲げ剛性に、軸直径変化部での曲げ剛性として円板の曲げ変形による回転ばねを並列に負荷することとした。なお、円板外周部における円筒接続部での変形については小さいとして無視した。

軸直径変化部では、異なる β についても、 α の h/do 依存性に関する Reissner による理論解の式(2), (3),

Fig.6 Outline of exciter

林らの近似解の式(5)、Mindlin 板要素と 3 次元有限要素解析結果との比較による考察に基づき、 α を定め、平面のゆがみによる曲げ剛性を回転ばねとして模擬した。そして、式(6)に示すように、フィールド要素の軸曲げ剛性項 EI_j に新たに平面のゆがみの曲げ剛性項 EI_{d_j} を並列に追加してロータの等価軸曲げ剛性 EI_{eq_j} を定めた。

$$EI_{eq_j} = \frac{1}{\frac{1}{EI_j} + \frac{1}{EI_{d_j}}} \quad (6)$$

式(6)より、軸直径変化部の平面のゆがみによる曲げ剛性が軸の曲げ剛性と比較して顕著に低ければ、ロータの等価曲げ剛性は軸の曲げ剛性よりも低くなる。式(6)を式(1)の剛性マトリクス $\mathbf{k}$ に代入する。同じ曲げモーメントに対する軸の傾きについて円板に関する式(2)と片持ちばりの理論式との比較から I_{d_j} を導出した。

$$I_{d_j} = \frac{4\alpha h^3 l_j}{9} \quad (7)$$

4. 解析結果

図 7 に危険速度の軸受剛性依存性の解析結果を示す。横軸に軸受剛性、縦軸に危険速度を示す。破線で示した 3 次元有限要素法による詳細解析結果より、1, 2 次振動モードの危険速度は、軸受剛性ととともに増加したが、 10^9 N/m より高い剛性領域でほぼ一定値となった。また、3~5 次振動モードについて、 10^8 N/m までは危険速度はほぼ一定であったが、 10^8

Fig. 7 Comparisons of numerical results of critical frequencies

Fig. 8 Comparisons of numerical results of vibration mode shapes of rotor at critical frequencies

N/m よりも高い剛性領域で危険速度は軸受剛性ととも
に増加した。一方, 1, 2 次振動モードの高剛性領域, 並
びに, 3~5 次振動モードの全剛性領域で, 点線で示し
た従来のはりモデルによる解析結果は, 破線で示した
詳細解析結果よりも危険速度が高くなった。実線で示し
た本簡易モデルによる解析結果は, 軸直径変化部の平
面のゆがみによる軸曲げ剛性の低下を考慮することで,
全条件の詳細解析結果を良く再現した。このことから,
上述した剛性領域において, 軸直径変化部の平面のゆ
がみにより軸の曲げ剛性が低下することを明らかにでき
た。

図 8 に各危険速度における振動モードの解析結果を
示す。横軸に, 軸全長で正規化したエキサイタ端部から
の距離, 縦軸に, ロータの振動変位の最大値で正規化
した振動変位を示す。軸受位置を△で示した。破線で
示した詳細解析結果より, 軸受剛性 10^7 N/m の場合に
は, 1, 2 次振動モードにおいて曲げ変形が小さかった
が, 軸受剛性の増加とともに 1, 2 次振動モードでも曲げ
変形が現れた。また, 3~5 次振動モードについては,
軸受剛性に依存せずに曲げ変形が現れた。また, 軸受
剛性 10^{10} N/m の場合には, 1~3 次振動モードで, 軸受

位置と振動振幅が 0 となる節の位置が一致した。点線
で示した従来のはりモデルによる解析結果と比較して, 曲
げ変形が現れるほとんどすべての条件で, 実線で示し
た本簡易モデルによる解析結果は, 破線で示した詳細
解析結果を良く再現した。

ところで, 磁気軸受の振動制御では, ジャイロ効果に
よるロータの振れまわり振動の抑制が課題である。曲げ
変形により質量が集中する発電機ロータ中央部の傾き
が大きくなると, ジャイロ効果の影響により振れまわり振
動が大きくなると予想されるが, 軸受剛性 10^8 および 10^9
N/m の 4 次振動モードの詳細解析結果においてロータ
中央部の傾きが大きくなった。点線で示した従来モデル
は, 4 次振動モードにおいて, 曲げ変形により大きくなる
ロータ中央部での傾きを小さく予測した。このことから,
従来モデルは, ロータの振れまわり振動を過小に予測
することとなり, 実用性の観点から適切ではない。一方,
実線で示した本簡易モデルは, 曲げ変形により大きくな
るロータ中央部での傾きを良く再現しており, ジャイロ効
果による振れまわり振動の要因となるロータ中央部の傾
きを適切に再現することを明らかにした。同時に, 4 次
振動モードにおいて, 軸直径変化部の平面のゆがみに

よる軸曲げ剛性の低下によって軸の曲げ変形が顕著に大きくなり、質量が集中するロータ中央部の傾きが大きくなることを明らかにできた。

5. 結 言

発電出力 300MWe 級の高温ガス炉ガスタービン発電システムの設計では、磁気軸受で支持する発電機ロータは、定格回転数が 4 次振動モード危険速度を超える。磁気軸受の制御設計にあたっては、はりモデルにより、ジャイロ効果による振れまわり振動の要因となる発電機ロータの曲げ変形を適切に予測する必要がある。本研究では、既存の Timoschenko はりモデルに、軸直径変化部における平面のゆがみによる曲げ剛性を考慮できるように、回転ばねを加えて、曲げ剛性が顕著に低くなる場合とその時の曲げ剛性を明らかにして、新たに簡易モデルを構築した。本簡易モデルを発電機ロータに適用して振動特性を明らかにするとともに、3 次元有限要素法による振動解析結果との比較により、本簡易モデルの妥当性を検証した。主要な知見を以下に示す。

- (1) 発電機ロータに曲げ変形が現れる条件で、軸直径変化部での曲げ剛性を考慮しない既存のはりモデルは詳細解析結果を再現できないが、本簡易モデルは、危険速度の軸受剛性依存性とロータの振動変位の軸方向分布の詳細解析結果を適切に再現した。これにより、本簡易モデルの妥当性を明らかにすることができた。また、軸直径変化部では平面のゆがみにより曲げ剛性が低下して、発電機ロータの曲げ剛性が低下することを明らかにした。
- (2) 発電機ロータの振れまわり運動を予測するうえで、質量が集中してジャイロ効果の影響を受けやすいロータ中央部の傾きを再現することが重要であるが、軸受剛性 10^8 および 10^9 N/m の 4 次振動モードの詳細解析結果において、曲げ変形によりロータ中央部の傾きが大きくなった。ロータの傾きが大きいほど、ジャイロ効果による振れまわり振動が大きくなる。従来モデルは、ロータ中央部での傾きを小さく予測したことから、ロータの振れまわり振動を過小に予測することとなり、実用性の観点から適切ではない。一方、本簡易モデルは、ジャイロ効果による振れまわり振動の要因となるロータ中央部の傾きを適切に再現することを明らかにした。同時に、4 次振動モードにおいて、軸直径変化部の平面のゆが

みによる軸曲げ剛性の低下によって、質量が集中するロータ中央部の傾きが大きくなることを明らかにした。

参 考 文 献

- (1) Takada, S., Takizuka, T., Kunitomi, K., Yan, X., et.al, Study of Power Conversion System for the Gas Turbine High Temperature Reactor (GTHTR300), *Transactions of Atomic Energy Society of Japan*, Vol. 1, No. 4 (2002), pp. 341-351.
- (2) The Magnetic Levitation Technical Committee of the Institute of Electrical Engineers of Japan, Magnetic Suspension Technology - Magnetic Levitation Systems and Magnetic Bearings -, (1993), Corona Publishing Co., Ltd., pp. 198-215.
- (3) Timoschenko, S., Woinowsky-Krieger, S., Theory of Plate and Shells, (in Japanese), (1973), p. 272, Maruzen Ltd.
- (4) Yamada, T., High Performance Finite Element Method, (in Japanese), (2007), pp. 82-94, Maruzen Ltd.s
- (5) Hayashi, I., Maki, H., Iwatsuki N., Natural Mode of Vibration of Circular Plate with Solid Shaft (1st Report, Correction of Natural Frequency under consideration of Elastic Deformation on Boundary between Circular Plate and Solid Shaft, and Bending Deformation of Shaft), *Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol. 55, No. 516 (1989), pp. 1885-1889.
- (6) Takada, S., Takizuka, T., Kunitomi, K., Kosugiyama, S., Yan, X., et.al, Program for Tests on Magnetic Bearing Suspended Rotor Dynamics for Gas Turbine High Temperature Reactor (GTHTR300), *Transactions of Atomic Energy Society of Japan*, Vol. 2, No. 4 (2003), pp. 523-531.
- (7) Hibbitt, Karlson & Sorensen, Inc., ABAQUS User's Manual, (in Japanese), Ver. 5.7, (1999).
- (8) SAMTECH S.A., SAMCEF User Manual, Ver. 12.0, (2006).