タービン翼構造の不規則振動に関する基礎研究*

齊藤 英治^{*1}, 山下 穰^{*1}
中島 智美^{*1}, 工藤 健^{*2}

Basic Study of Random Vibration for Turbine Blade Structures

Eiji SAITO^{*3}, Yutaka YAMASHITA,
Tomomi NAKAJIMA and Takeshi KUDO^{*3} Hitachi, Ltd., Energy and Environmental Systems Laboratory,
7-2-1 Omica-cho, Hitachi-shi, Ibaraki, 319-1221 Japan

This paper presents a computational method of random vibration of the turbine blades using the multi-degree of freedom spectrum analysis. This computational method is applied to the cyclic symmetry method to the spectral analysis and enabled a large-scale calculation of the steam turbine blades. Also, the random vibration examination by a simple blade model was done, and the problems of the calculation condition were clarified. Both modal damping and random excitation PSD (Power Spectrum Density) are most important factors of the calculation. The calculation results were corresponding to the measurements well, and the validity of the computational method was confirmed.

Key Words: Random Vibration, Vibration of Rotating Body, Turbine, Modal Analysis, Damping

1. 緒 言

タービン翼は定格回転数での共振を回避していても、流れの逆流や剝離による渦の発生により、不規則な励振力が過度に大きくなる場合がある。近年のタービンは、発電設備の大容量化、構造のコンパクト化、部分負荷運転の多様性などのニーズに応えるため、従来にも増して単機あたりの出力範囲が広がり、かつ長翼化が進む傾向にある。そのため、タービン翼は不規則振動の影響を受けやすい状況にある。これまでの不規則振動の研究は、現象の複雑さから計測による確認試験に基づくものが多かった^{(1)~(3)}。しかし、あらかじめ不規則振動の影響を予測しておく必要性が増し、不規則振動計算に関する研究も見られはじめている⁽⁴⁾。

本報告では、スペクトル解析による不規則振動計算をタービン翼に適用するにあたり、励振力の作用とモード特性を考慮し、サイクリックシンメトリー法を利用した計算方法を提案する。また、簡単な翼モデルを用いて不規則振動の試験を行い、不規則振動の特性を

把握すると共に計算を用いる上で具体的な課題について検討した内容について述べる。

2. 計 算 方 法

タービン翼の不規則振動は、算術平均と時間平均が一致するエルゴード性があり、時間領域のエネルギーも、周波数領域のエネルギーも等値であるというパーシバルの定理が成り立つことを前提として、タービン翼の不規則振動計算法にスペクトル解析⁽⁵⁾を適用した。これにより、時々刻々変動して時間軸では特徴を捉えきれない不規則振動について、あるサンプリング時間内の周波数領域でのスペクトルによって特徴を分類し、最終的にエネルギーとして応答を評価することにより、統計的な指標である応答の標準偏差などが導ける。以下、この前提に基づいた不規則振動の計算方法を説明する。

2・1 多自由度不規則振動計算法 不規則励振力 $f(t)$ は周期 T で不規則に変動しているとき、周期 T が無限に大きい波の一連の周波数成分の和と考えると、外力 $f(t)$ は次式のように表せる。

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i2\pi\omega t} d\omega \dots\dots\dots (1)$$

* 原稿受付 2008年9月19日。

^{*1} 正員, (株)日立製作所エネルギー・環境システム研究所
(〒319-1221 日立市大みか町7-2-1)。^{*2} 正員, (株)日立製作所日立事業所。

E-mail: eiji.saito.vd@hitachi.com

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i2\pi\omega t} dt \quad (2)$$

ここで、 $F(\omega)$ はフーリエスペクトルであり、 $|F(\omega)|d\omega$ が振動数 $\omega \sim \omega + d\omega$ の範囲にある変動成分の振幅を表す。なお、説明を簡単にするために $f(t)$ の平均値は 0 とした。また、 $f(t)$ の統計的規則性を示す指標である外力の分数 σ_f^2 (ここでは、平均値 0 であり自乗平均値と同一) は、次式で定義される。

$$\sigma_f^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)^2 dt \quad (3)$$

さらに、ある時間の $f(t)$ の自乗平均は次式で表せる。

$$\begin{aligned} \sigma_f^2 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{|F(\omega)|^2}{T} \right] d\omega \quad (4) \end{aligned}$$

式(4)の右辺被積分項は $f(t)$ のパワースペクトル密度(以下、PSD と示す)であり、振動数 ω の積分範囲を正側に限ると次式のように定義される。

$$S_f(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{2|F(\omega)|^2}{T} \right] \quad (5)$$

次に不規則励振力が作用した場合の多質点系の振動解析について考える。多質点系 ($j=1 \sim m$) の振動方程式は次式のように表せる。

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = \{f(t)\} \quad (6)$$

上式で $[m]$ は質量マトリックス、 $[c]$ は減衰マトリックス、 $[k]$ は剛性マトリックスを示す。

ここで、変位ベクトル $\{x\}$ を固有振動モードと一般化変位を用いて次式のように表す。

$$\{x\} = \sum_{s=1}^m q_s(t) \{X_s\} \quad (7)$$

上式で $\{X_s\}$ は s 次固有振動モード、 $q_s(t)$ は s 次一般化変位を示す。式(7)を式(6)に代入し、固有振動モードの直行性および次の 4 式

$$\{X_s\}^T [m] \{X_s\} = \sum_{j=1}^m m_j X_{js}^2 \equiv M_s \quad (8)$$

$$\{X_s\}^T [c] \{X_s\} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m c_{ij} X_{is} X_{js} \equiv C_s \quad (9)$$

$$\{X_s\}^T [k] \{X_s\} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m k_{ij} X_{is} X_{js} \equiv K_s \quad (10)$$

$$\{X_s\}^T \{f(t)\} = \sum_{j=1}^m f_j(t) X_{js} \equiv F_s(t) \quad (11)$$

を用いて整理すると、1 自由度振動方程式と同様に下記の振動方程式が得られる。

$$M_s \ddot{q}_s(t) + C_s \dot{q}_s(t) + K_s q_s(t) = F_s(t) \quad (12)$$

上式で M_s は一般化質量、 C_s は一般化減衰、 K_s は一般化剛性、 $F_s(t)$ は一般化外力を示す。

さらに、一般化変位 $q_s(t)$ と一般化外力 $F_s(t)$ についてフーリエ変換すると、

$$q_s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Q_s(\omega) e^{i2\pi\omega t} d\omega \quad (13)$$

$$Q_s(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} q_s(t) e^{-i2\pi\omega t} dt \quad (14)$$

$$F_s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{F}_s(\omega) e^{i2\pi\omega t} d\omega \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \tilde{F}_s(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} F_s(t) e^{-i2\pi\omega t} dt \\ &= \sum_{j=1}^m X_{js} \int_{-\infty}^{\infty} f_j(t) e^{-i2\pi\omega t} dt \equiv \sum_{j=1}^m X_{js} \tilde{f}_j(\omega) \end{aligned} \quad (16)$$

となる。ここで、 $\tilde{f}_j(\omega)$ は励振力 $f_j(t)$ のフーリエ変換であり、さらに式(14)と式(16)を式(12)に代入し次式を得る。

$$Q_s(\omega) = H_s(\omega) \tilde{F}_s(\omega) \quad (17)$$

上式で、 $H_s(\omega)$ は s 次振動の周波数応答関数で、

$$H_s(\omega) = \{K_s [1 - (\omega/\omega_s)^2 + i2\zeta_s(\omega/\omega_s)]\}^{-1} \quad (18)$$

である。なお、 ω_s は s 次振動の固有振動数、 ζ_s は s 次振動のモード減衰比である。

一方、式(5)で定義した PSD に式(7)を適用すれば、 j 点の変位応答 PSD は、

$$S_{xj}(\omega) = \sum_{s=1}^m \sum_{r=1}^m \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2Q_s(\omega) Q_r(\omega)}{T} \right] X_{js} X_{jr} \quad (19)$$

となる。式(19)に式(17)を代入し、振動系の減衰が小さく、各次の固有振動数が充分離れているとき、次式が得られる。

$$S_{xj}(\omega) = \sum_{s=1}^m |H_s(\omega)|^2 X_{js}^2 \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2|\tilde{F}_s(\omega)|^2}{T} \right] \quad (20)$$

上式の物理的意味を分かりやすくするため、さらに下記のように書き改める。

$$S_{xj}(\omega) = \sum_{s=1}^m X_{js}^2 S_{qs}(\omega) \quad (21)$$

$$S_{qs}(\omega) = |H_s(\omega)|^2 S_{Fs}(\omega) \quad (22)$$

式(21)は、各質点の応答の PSD は、振動次数別の応答の PSD の和に等しいことを表し、式(22)は、各次の応答 PSD は 1 質点系の場合と同じ手法で求まることを表す。式(21)をタービン翼の振動特性に照らし合わせれば、各質点の応答 PSD は、節直径モードごとに算出した PSD の和に等しくなることが想定できる。

2.2 タービン翼の振動モード特性 多自由度系

スペクトル解析をタービン翼に適用するにあたり、タービン翼の振動モード特性と周期構造を利用したサイクリックシンメトリ法⁽⁶⁾について述べる。一般にディスク等の軸対称構造の振動モードは、周方向に節直径を持つ振動モードを示す。そのため、部分的な周期構造のみを計算対象として計算の高速化を図るサイ

クリックシンメトリ法が用いられる。ここで、タービン翼の全周にわたる周期構造のパラメータをハーモニク数 J (J は 0 以上の整数) と定義する。全周の翼が周方向に連結された全周 1 リング翼構造のとき、1 本の翼が周期単位となり、節直径モードは節直径数 = 0 から全周の翼本数 M の半分まで存在する。よって、全周 1 リング翼構造のハーモニク数 J は $J = 0 \sim M/2$ となる。一方、ある翼本数を連結した図 1 のような群翼構造では、ひとつの群翼構造が全周にわたる周期単位であり、群翼構造を主体とした節直径モードは群翼構造が全周に存在する数 N の半分まで存在する。よって、群翼構造のハーモニク数 J は $J = 0 \sim N/2$ となる。

群翼構造にサイクリックシンメトリ法を適用するには、図 1 に示すディスク右側境界点の変位 D_R とディスク左側境界点の変位 D_L について、全周にわたる周期構造のパラメータであるハーモニク数 J を含む次式を考慮しなければならない。

$$\{D_L\} = \exp\left[i\frac{2\pi}{N}J\right] \cdot \{D_R\} \quad (23)$$

ここで、 i は虚数を示す。

ただし、群翼を構成する個々の翼のモードは図 2 に示すように IP, OP 1, OP 2, ... と群翼構造だけでも周方向に節を持つモードが複数個存在する。そのため、式(23)に、ある一つのハーモニク数 J を代入してモード解析を行った場合、複数個の節直径モードの解が得られる。群翼構造における全周の節直径数 k 、ハーモニク数 J 、群翼構造が全周に存在する数 N には下記の関係式が成り立つ⁽⁷⁾。

$$k \pm J = \lambda \cdot N \quad (24)$$

ここで、 λ は $0 \sim M/(2N)$ までの整数を示す。

Fig. 1 Grouped blade model

Fig. 2 Mode of grouped blade

例えば、全周翼本数 $M=40$ 、群翼綴り本数 $N_G=5$ 、群翼構造が全周に存在する個数 $N=8$ の場合、式(23)に $J=0$ としてモード計算を行えば、式(24)より $k=0, 8, 16$ の節直径モードの解が得られることが判る。 $J=1$ ならば、 $k=1, 7, 9, 15, 17$ の節直径モードの解が得られる。このような群翼構造におけるハーモニク数と節直径の関係の理解を助けるため、図 3 に模式図を示す。図中のモードチャートはハーモニク数 J の各値から計算される節直径モードを示し、図中右側には各節直径モードにおける典型的な群翼構造部分のモードを示す。

このように群翼のモードは、周期単位とした群翼構造の中にさらに複数のモードが含まれるので、翼 1 本あたりのモードと群翼単位のモードを区別して数式化する必要がある。いま、群翼綴り本数を N_G とし、ある節直径数 k のときの群翼綴り本数分のそれぞれの翼のモードを下記のように表す。

$$\{Y^r\} = \{Y^1, Y^2, \dots, Y^{N_G}\} \quad (25)$$

ここで、 $r=1 \sim N_G$ 。式(25)からさらに全周翼のモード X_s について考えれば、次式で表せる。

$$\{X_s\} = \{Y^r\} \{z_1, z_2, \dots, z_N\} \quad (26)$$

上式で、

$$z_l = \exp[i(\beta \pm ka_l)] \quad (27)$$

ここで、 $l=1, \dots, N$ 。 β は初期位相を示し、 $a_l = 2\pi l/N$ である。

なお、式(23)から式(27)を説明するにあたり、群翼構造のモードに着目したが、 $N=M$ 、 $N_G=1$ と置き換えるとこれらは、全周 1 リング翼構造のモードに関する式となる。

2.3 タービン翼に作用する不規則励振力 ター

Fig. 3 Chart of nodal diameter components in a natural mode

ビン翼は、周方向にある乱れた分布を持つ流れの中をよぎることにより、さまざまな周波数の不規則励振力を受ける。また、タービン翼の翼自体から流れの剥離を生じることにより、タービン翼には不規則励振力が作用される場合も考えられる。不規則励振力が生じるメカニズムは複雑であるが、ここでは、スペクトル解析の平均化手法に基づき、あるサンプリング時間内の翼に作用する不規則励振力は、静止側に平均化された乱れ分布と同様に取り扱えるものと仮定する。またさらに、さまざまな周波数の励振力の波形は、全周を一つの周期としたさまざまな波形から構成されるものであり、それらの波形の総和で不規則な励振力は構成されていると仮定する。このとき、図4に示す*l*番目の翼に作用する励振力は次式で表せる。

$$f_l(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \{P_n\} \exp[i(\omega_n t + n\theta_l + \delta_n)] \quad \cdots \cdots (28)$$

上式で、*n*は励振力のハーモニック次数、*P_n*は*n*次の翼1本に作用する励振力、 ω_n は*n*次の励振周波数、 δ_n は*n*次の初期位相、全体の翼本数を*M*として、 $\theta_l = 2\pi l/M$ である。

2・4 タービン翼の不規則振動計算法 タービン翼の振動モード特性とタービン翼に作用する不規則励振力の考えを多自由度スペクトル解析に適用してタービン翼の不規則振動計算法について以下説明する。式(24)と式(28)から全周の翼を対象とした一般化外力*F_s(t)*は次のようになる。

$$\begin{aligned} F_s(t) = & \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \{P_n\} \{Y_k^1\} \right. \\ & \times \exp[i(\beta + k\alpha_{l=1})] \exp\left[i\left(\omega_n t + \frac{2\pi}{M} \cdot 1 + \delta_n\right)\right] + \cdots \\ & \cdots + \{P_n\} \{Y_k^{N_c}\} \exp[i(\beta + k\alpha_{l=N_c})] \\ & \times \exp\left[i\left(\omega_n t + \frac{2\pi}{M} \cdot N_c + \delta_n\right)\right] + \cdots \\ & \cdots + \{P_n\} \{Y_k^1\} \exp[i(\beta + k\alpha_{l=2})] \\ & \times \exp\left[i\left(\omega_n t + \frac{2\pi}{M} \cdot (N_c + 1) + \delta_n\right)\right] + \cdots \end{aligned}$$

Fig. 4 Excitation force

$$\begin{aligned} & \cdots + \{P_n\} \{Y_k^{N_c}\} \exp[i(\beta + k\alpha_{l=N_c})] \\ & \times \exp\left[i\left(\omega_n t + \frac{2\pi}{M} \cdot 2N_c + \delta_n\right)\right] + \cdots \\ & \cdots + \{P_n\} \{Y_k^1\} \exp[i(\beta + k\alpha_{l=3})] \\ & \times \exp\left[i\left(\omega_n t + \frac{2\pi}{M} \cdot (2N_c + 1) + \delta_n\right)\right] + \cdots \end{aligned} \quad \cdots \cdots (29)$$

途中の式変形の過程は省略するが、式(29)から次式を得る。

$$\begin{aligned} F_s(t) = & \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=1}^N \{P_n\} \{Y_k^1\} \\ & \times \exp[i(\beta + \omega_n t - 2\pi n(N_c - r)/M \\ & + (n \pm k)\Phi_l + \delta_n)] \quad \cdots \cdots (30) \end{aligned}$$

さらに、式(30)において、群翼を構成している各翼のモードを区別し、一般化外力は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} F_s(t) = & N \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \{P_n\} \{Y_k^1\} \\ & \times \exp[i(\omega_n t + \beta - 2\pi n(N_c - r)/M + \delta_n)] \quad \cdots \cdots (31) \end{aligned}$$

なぜならば

$$\sum_{l=1}^N \cos(n \pm k)\alpha_l = N \quad \text{at } n \pm k = \lambda N \quad \cdots \cdots (32)$$

$$\sum_{l=1}^N \cos(n \pm k)\alpha_l = 0 \quad \text{at } n \pm k \neq \lambda N \quad \cdots \cdots (33)$$

$$\sum_{l=1}^N \sin(n \pm k)\alpha_l = 0 \quad \cdots \cdots (34)$$

式(31)は、全周の翼を対象にした一般化外力は、一つの群翼分のモードと不規則励振力の積が全周の群翼を構成する数の*N*個分存在することを示す。よって、計算対象を一つの群翼分と考えてモード解析を行う場合、一般化変位は Y_k^1 ($r=1 \sim N_c$) のみを対象とし、一般化外力は、式(31)で計算された $1/N$ 倍を対象と考えれば良い。不規則振動解析を行う際も同様に、計算対象は群翼綴り本分の周期構造に限定することが可能になり、次式から周期構造の応答 PSD $S_{x_l}(\omega)$ が計算される。

$$S_{x_l}(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} \{Y_k^1\}^2 S_{qk}(\omega) \quad \cdots \cdots (35)$$

$$S_{qk}(\omega) = |H_k(\omega)|^2 S_{Fk}(\omega) \quad \cdots \cdots (36)$$

$$\begin{aligned} S_{Fk}(\omega) = & \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{2|\tilde{F}_k(\omega)/M|^2}{T} \right] \\ = & \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{2|Y_k^1 \tilde{P}(\omega)|^2}{T} \right] \quad \cdots \cdots (37) \end{aligned}$$

ここで、 $\tilde{P}(\omega)$ は励振力 $f_l(t)$ のフーリエ変換を表す。

以上、式(35)～式(37)により、不規則励振力の PSD を考慮することによって、タービン翼の応答 PSD が計算され、応答 PSD を周波数領域全てにわたり積分することにより、周波数応答の分散が計算される。

3. 実験方法及び翼モデルの 基本振動特性

3.1 実験装置及び実験方法 タービン翼構造を模擬した簡単な翼モデルによる不規則振動試験を行い、計算条件の具体的な課題について検討した。翼モデルは、図5に示すように全周16本の翼、外周と内周に連結部材を備えた全周1リング翼構造である。翼モデルのディスク部分は台座に固定され、台座との連成振動は無視できる。

励振方法は、翼先端を交流電磁石により励振した。励振制御は計算機を介してファンクションジェネレータにより行い、プログラムによって不規則振動励振や特定の周波数領域のスイープ励振を与える。なお、交流電磁石及びファンクションジェネレータは8セットあり、翼モデルに対し全周8種類の不規則励振を同時に作用させられる。振動応答はレーザドップラー振動計によって翼先端の速度を測定し、振幅＝速度/($2\pi \times$ 周波数)の関係により変位に変換した。実験システム

Fig. 5 Blade model

Fig. 6 Test system

を図6に示す。

翼モデルの固有モード及び固有振動数については打撃モード試験により測定した。また、1 Hz/sec の速度でスイープ励振を行い、共振応答曲線を求め、1自由度系共振曲線を仮定したカーブフィット法によりモード減衰比を算出した。不規則振動試験は、1点励振の場合と周方向8点の多点励振の場合を行った。

3.2 実験装置及び実験方法 各節直径モードに対する固有振動数の結果について図7に示す。図中、1st モードは翼の軸方向1次曲げモード、2nd モードは軸方向2次曲げモードを示す。1st モードは60-450 Hz、2nd モードは500-900 Hz 程度の周波数領域で区別でき互いに混在する周波数領域はない。図8に周波数応答結果を示す。2nd モードの応答は1st モードに比べて一桁以上小さい。不規則振動試験では、応答の

Fig. 7 Natural frequencies

Fig. 8 Harmonic response

Fig. 9 Effect of natural frequency on damping

大きさを考慮し 1st モードにのみ着目した。モード減衰比と固有振動数の関係⁽⁸⁾を図9に示す。モード減衰比は固有振動数が大きくなるにつれて小さくなった。本実験は空気中で行っており、翼モデルのモード減衰比には材料、構造、空気の影響がすべて含まれた結果である。掲載は割愛するが、振動応答は励振力に比例し大きくなり、モード減衰比は励振力によって変動するばらつきは小さかった。ゆえに、本翼モデルは減衰の非線形性は無視でき、線形モデルとして扱えるものである。

3・3 励振力の算出 1st モードの全節直径モードについて一つの電磁石によるスイープ励振を行い、電圧に対する共振応答変位の計測結果と計算結果を比較し、電圧に対する励振力の大きさを逆算した。計算は、計測した減衰比を用い、励振力の大きさはある単位荷重を仮定して全周翼モデルの周波数応答解析を行った。最大励振力である電圧 $5\text{ V}=0.09\text{ N}$ 時の共振応答変位の計測と計算結果を図10に示す。ほぼ計測と計算結果は一致した。

3・4 擬似ホワイトノイズ生成 通常のタービン

Fig. 10 Comparison of responses

Fig. 11 Random excitation wave

Fig. 12 PSD of random excitation

翼の固有振動数領域である数 10～数 1 000 Hz に作用する不規則振動波形は経験上ホワイトノイズであることが多い⁽⁹⁾。そのため、実験に用いる不規則振動波形は、翼モデルの 1st モード固有振動数上限の約 2 倍に相当する 1-800 Hz についてのホワイトノイズを採用した。実験で用いたファンクションジェネレータは、任意の波形を 4 096 点で形成できる。ここでは、1 Hz から 800 Hz まで周波数が 1 Hz ごとに違い、同一振幅で 4 096 点からなる 800 種の sin 波形について、正規分布特性を持つ乱数による初期位相を適用し、それらの総和からなる波形を擬似ホワイトノイズとした⁽¹⁰⁾。本手法により作成された擬似ホワイトノイズは、励振力を示す式(28)における各周波数成分の初期位相が乱数により選択されるので、時刻暦波形としては無相関である擬似ホワイトノイズが作成できる。時刻暦波形と PSD の例を図 11、図 12 に示す。ここで擬似ホワイトノイズと定義したのは、この手法で生成した波形は、1 Hz ピッチでは同一振幅の波形の総和であるが、例えば 0.5 Hz 等その間の周波数成分は定義していないからである。そのため、不規則振動応答波形処理の分解能も 1 Hz の分解能で処理した。

Fig. 13 Measured harmonic response at one-point random excitation

Fig. 14 Calculated harmonic response at one-point random excitation

Fig. 15 Measured harmonic response at eight-points random excitation

Fig. 16 Calculated harmonic response at eight-points random excitation

4. 実験結果と考察

4.1 1点の不規則振動 一つの電磁石による不規則励振を行った結果を図13に示す。励振波形は時々刻々不規則に変動する波形であっても、数秒のサンプリングを行うと、周波数応答はほぼ一定な分布を示した。また、各節直径モードの応答 PSD 値は、擬似ホワイトノイズの PSD 値が大きいほど大きくなる。

1点の不規則励振の計算結果を図14に示す。本計算モデルでは、励振力に周期性が無いので、全周の翼モデルによる FEM 計算を行った。FEM 計算には、汎用解析コード ANSYS を適用した。計算は、各節直径モードの共振曲線より求めたモード減衰比を考慮したものと、すべて節直径数 $k=0$ のモード減衰比で固定にしたものの2種類を行った。本結果によれば、不規則振動においても、各節直径モードの共振曲線と同様のモード減衰比を用いた方が計測値の応答に近い値が得られる。今回のように減衰比を低次モードの値で固定すれば、高次モードの応答は過小評価となり、逆に高次モードの減衰比で固定すれば、低次モードの値を過大評価する。本結果により、共振特性から算出したモード減衰比を不規則振動計算にそのまま適用することは可能であり、各モードの減衰比を考慮すること

Fig. 17 1σ -random stress distribution for the blade model

により計算精度の向上が図れることがわかった。

4.2 多点の不規則振動 全周8点に不規則励振を作用させた場合の結果の一例を図15に示す。多点の周波数応答は、各節直径モードの応答が一定の値を示すことは無く絶えず変動する。これは、実験に用いた8点の擬似不規則励振力は各々無相関であって、時々刻々周方向の励振分布は変動するためである。図中には30秒間不規則励振試験を行った際の最大値と最小値の応答分布を示した。

計算結果を図16に示す。計算モデルは、全周8本分の翼に励振力が作用されるので、励振される翼と励振されない翼の2本分を一つの周期要素モデルと考えた。本計算はスペクトル解析によるので、計算結果の応答分布は、平均化された分布を示す。実験の応答 PSD はサンプリング時間ごとに変動はするが、計算応答結果は、それら最大値と最小値の間にほぼ近いオーダーで計算されている。よって、本計算によって実測応答が推定できることが確認された。

図17に不規則振動応力の 1σ (標準偏差) 応力分布の計算結果を示す。本結果は応答 PSD を周波数領域全てにわたり積分することにより算出される。 1σ 応力分布は、不規則振動によって振動応力が定常的に大きくなる部位を調べるために有効な表記法である。本結果で最も大きな応力が発生する箇所は、励振力が作用された翼の根元部であった。

5. 結 言

タービン翼の不規則振動の基礎研究を通じ、下記結論を得た。

(1) 多自由度スペクトル解析にサイクリックシンメトリー法を適用しかつ節直径モードに対する励振力分布を考慮した不規則振動解析方法を提案し、タービン翼の不規則振動応答が推定できることを確認した。

(2) タービン翼の不規則振動計算では、共振曲線から算出されるモード減衰比を適用することが可能であり、各節直径モードで異なる減衰比を考慮すべきである。

(3) 全周で時々刻々変動する不規則励振力は無関係であっても、励振力 PSD が一定な値であれば、不規則励振応答は平均化された分布により表れることを計算及び実験により確認した。

文 献

- (1) Gloger, M. et al., Design Criteria for Reliable Low Pressure Blading, *ASME paper*, 86-JPGC-Pwr-42 (1986).
- (2) Bennett, J., Investigation of Buffeting Stresses on Last Stage Blades, *I-Mech-E paper*, C 386/005 (1990).
- (3) Iwanaga, K. et al., Reliability of Last Stage for Steam Turbine under Minimum Load Operation, *The Journal of The Thermal and Nuclear Power Engineers*, Vol. 36 (1985).
- (4) Kaneko, Y. et al., Analysis of Random Vibration for Mistuned Bladed Disk, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 74, No. 742 (2008), pp. 1381-1387.
- (5) Alkhaleefi, A. M. and Ali, A., An efficient multi-point support-motion random vibration analysis technique, *Computers and Structures* 80, (2002), pp. 1689-1697.
- (6) Orris, R. M. and Petyt, M., A Finite Element study of Harmonic Wave Propagation in Periodic Structures, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 33 (1974), pp. 223-236.
- (7) Saito, E. and Namura, K., Travelling Modes in Turbine Blades with Compound Periodic Structure, *Proceedings of Vibrations in Rotating Machinery, I-MechE*, (2000-9), pp. 55-64.
- (8) Nagamatsu, A. and Nakao, A., Analysis of Forced Vibration by Reduced Impedance Method: 3rd Report, Damped Vibration, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 48, No. 432 (1982), pp. 905-918.
- (9) Cha, D. and Shinha, A., Statistics of Responses of a Mistuned and Frictionally Damped Bladed Disk Assembly Subjected to White Noise and Narrow Band Excitations, *ASME paper*, 2000-GT-542 (2000).
- (10) The Japan Society of Mechanical Engineers ed., *Basis and Application of Modal Analysis* (in Japanese), (1986), Maruzen.