鉄道車両の振動モード解析への線形予測モデルの適用*

富岡 隆弘^{*1}, 瀧上 唯夫^{*1}, 相田 健一郎^{*1}Modal Analysis of Railway Vehicle Carbody
by Using Linear Prediction ModelTakahiro TOMIOKA^{*2}, Tadao TAKIGAMI and Ken-Ichiro AIDA^{*2} Vehicle Noise and Vibration Lab., Railway Technical Research Institute,
2-8-38 Hikari-cho, Kokubunji-shi, Tokyo, 185-8540 Japan

Modal property estimation of railway vehicles by using a linear prediction model is studied in this paper. The relation between input (excitation force or axlebox accelerations) and output (carbody accelerations) of an actual railway vehicle obtained by stationary or running test is expressed by means of an ARX (Auto-Regressive eXogenous) model. The procedure to extract modal properties is described in detail. Determination of appropriate model order (order of prediction coefficients of the ARX model) is especially discussed from the view of practical use. To employ average prediction errors for two different parts of analyzed data is proposed and their effectiveness to determine the model order is evaluated. The availability for the MIMO (multiple-input multiple-output) problem is also described. It is shown that detailed modal characteristics can be identified successfully by using proposed method from measured data for both of stationary and running test.

Key Words: Railway, Modal Analysis, Linear Prediction Model, Signal Processing, Bending Vibration

1. は じ め に

鉄道車両の乗り心地に影響の大きい車体弾性振動の低減には、車体の周波数特性や固有モード特性といった振動特性を詳細に把握する必要がある。現状では乗り心地評価のためには営業線を用いた走行試験、固有モード特性の把握には定置加振試験を別個に行っているが、鉄道車両の振動測定試験には多大な労力とコストが必要となるため、走行試験あるいは定置加振試験のいずれかにより乗り心地と振動特性の評価を同時に行うことができれば非常に有益である。

このうち定置試験による乗り心地評価については著者らがすでに報告を行っている⁽¹⁾⁽²⁾。本論文では、走行試験による車体の振動特性評価に関して述べる。

鉄道車両が走行する際の入出力関係は複雑であり、加振条件が刻々と変化するなどの理由から、走行試験から車体の詳細な周波数特性や固有モード特性を得ることは難しかった。著者らは短時間データからの振動解析に有利で、多入力条件にも容易に対応できるなどの特徴のある線形予測モデルを鉄道車両の振動解析に適用する検討を行っており、その有効性を示しているが^{(3)~(8)}、予測係数の次数選択の判断基準に必ずしも明

確とは言えない部分があった。本論文では、線形予測モデルによる鉄道車両の車体のモード解析について詳しく述べるとともに、次数選択について実用性の観点から検討を行い、従来提案されている指標に比べ物理的な解釈が容易な予測誤差の利用が有効なことを示す。

2. 線形予測モデル導入の必要性

走行中の鉄道車両は軌道条件の変化により加振条件が絶えず変化しており、これに伴う車体弾性振動は、数秒から十数秒程度の持続時間で断続的に発生することが多い。このような断続的な弾性振動に対し FFT (Fast Fourier Transform) を用いてパワースペクトル密度 (PSD) による周波数解析を行う場合、必要な周波数分解能 (例えば 0.1Hz 程度) を確保すると平均化の回数が不足して信頼性の高い PSD を得ることが難しい。「60s 以上」など、ある程度の長さのデータを用いれば PSD の信頼性は確保できるが、例えば 300km/h で走行する車両の場合、60s 間の走行距離は 5km となる。したがって、弾性振動が顕著な特定の区間について解析する、といった目的に FFT は不向きな面がある。

そのため著者らは、線形予測モデルを適用して鉄道車両の振動特性を把握する検討を行っている。そして、PSD だけでなく車体の固有モード特性の同定にも線形予測モデルが適していることを示している⁽³⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

* 原稿受付 2008 年 9 月 24 日。

^{*1} 正員, (財)鉄道総合技術研究所車両振動研究室(〒185-8540 国分寺市光町 2-8-38)。

E-mail: tomioka@rttri.or.jp

鉄道車両は通常1両あたり8枚の車輪で走行するため8か所から加振入力を受けるが、線形予測モデルは多入力条件にも容易に対応可能であり、この点もFFTによるモード解析に対して優位となる。

3. 線形予測モデルによるモード解析

ここでは鉄道車両を多入力多出力系として扱い、線形予測モデルによるモード解析を行う。解析は文献⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾の手法に基づくが、以下にその概略を示す。

3.1 予測係数の推定⁽⁹⁾ 入力を $u(n)$ 、出力を $y(n)$ とし、これらは適当なサンプリング周期 Δt で離散化されたデータ系列とする。 n はデータサンプルを示す番号である。ここで、 n における出力を、それより M サンプル分過去の入出力データと重み係数（予測係数とよぶ） $b_m^{(M)}, a_m^{(M)}$ を用い次式で予測するものとする。

$$\hat{y}(n) = \sum_{m=1}^M a_m^{(M)} y(n-m) + \sum_{m=1}^M b_m^{(M)} u(n-m) \quad (1)$$

ただし $\hat{}$ は予測値を表す。実際に測定された出力 $y(n)$ と予測値との差を予測誤差 $\varepsilon_y^{(M)}(n)$ とすると次式を得る。

$$y(n) = \sum_{m=1}^M a_m^{(M)} y(n-m) + \sum_{m=1}^M b_m^{(M)} u(n-m) + \varepsilon_y^{(M)}(n) \quad (2)$$

上式は、入出力の予測係数の次数が M 次のARX(Auto-Regressive eXogenous)モデル⁽¹¹⁾で入出力関係を記述していることになる。ここでは多入力多出力となる走行時の測定データの解析も想定して、入力と出力をそれぞれ P, Q 個の変数からなるベクトル $u(n) = [u_1(n), \dots, u_P(n)]^T$, $y(n) = [y_1(n), \dots, y_Q(n)]^T$ として扱っており、 $a_m^{(M)}, b_m^{(M)}$ はそれぞれ $Q \times Q, Q \times P$ の行列である。ただし、 $[\cdot]^T$ は転置を表す。

つぎに、上式の入出力関係を逆にした次式を考える。

$$u(n) = \sum_{m=1}^M d_m^{(M)} u(n-m) + \sum_{m=1}^M c_m^{(M)} y(n-m) + \varepsilon_u^{(M)}(n) \quad (3)$$

ここで、 d_m, c_m はそれぞれサイズが $P \times P, P \times Q$ の予測係数行列、 $\varepsilon_u^{(M)}$ は $u(n)$ に対する予測誤差である。

式(2),(3)の2つのモデルは独立しているので、これらを組合せることができ、次式を得る。

$$x(n) = \sum_{m=1}^M A_m^{(M)} x(n-m) + \varepsilon^{(M)}(n) \quad (4)$$

ただし、 $x(n) = [u^T(n) \ y^T(n)]^T$ は入出力結合時系列ベクトル、 $\varepsilon^{(M)}(n) = [\varepsilon_u^{(M)T}(n) \ \varepsilon_y^{(M)T}(n)]^T$ は入出力結合予測誤差ベクトルであり、 $A_m^{(M)}$ は次式のような予測係数ブロック行列である。

$$A_m^{(M)} = \begin{bmatrix} d_m^{(M)} & c_m^{(M)} \\ b_m^{(M)} & a_m^{(M)} \end{bmatrix}$$

式(4)は $x(n)$ を $P+Q$ 変数のAR(Auto-Regressive)モデルで記述していることになり、ARモデルに対する各種の予測係数計算アルゴリズムにより $A_m^{(M)}$ を求めることができる。ここでは少ないサンプル数のデータからのスペクトル推定に有利とされ、計算効率の良いアルゴリズムが得られているBurg法⁽¹²⁾を用いる。

Burg法を適用するため、ここまでのモデルを「前進」ARXモデルとし、同様に以下の「後進」ARXモデルを定義する。

$$y(n-M) = \sum_{m=1}^M e_m^{(M)} y(n-M+m) + \sum_{m=1}^M f_m^{(M)} u(n-M+m) + \eta_y^{(M)}(n) \quad (5)$$

$$u(n-M) = \sum_{m=1}^M g_m^{(M)} u(n-M+m) + \sum_{m=1}^M h_m^{(M)} y(n-M+m) + \eta_u^{(M)}(n) \quad (6)$$

$$x(n-M) = \sum_{m=1}^M B_m^{(M)} x(n-M+m) + \eta^{(M)}(n) \quad (7)$$

ここで、後進予測誤差 $\eta^{(M)}(n)$ と後進予測係数行列 $B_m^{(M)}(n)$ は次式で表わされる。

$$\eta^{(M)}(n) = \begin{bmatrix} \eta_u^{(M)} \\ \eta_y^{(M)} \end{bmatrix}, \quad B_m^{(M)} = \begin{bmatrix} h_m^{(M)} & g_m^{(M)} \\ f_m^{(M)} & e_m^{(M)} \end{bmatrix}$$

Burg法は式(4), (7)における予測誤差の分散の和を最小にするという条件のもとで予測係数を定めるものである。具体的には、この条件から導かれる以下の漸化式を用いて予測係数を求める。

$$\begin{cases} A_M^{(M)} = R^{(M)} \left[\sum_{n=M}^N \eta^{(M-1)}(n-1) \eta^{(M-1)T}(n-1) \right]^{-1} \\ B_M^{(M)} = R^{(M)T} \left[\sum_{n=M}^N \varepsilon^{(M-1)}(n) \varepsilon^{(M-1)T}(n) \right]^{-1} \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} A_m^{(M)} = A_m^{(M-1)} - A_M^{(M)} B_{M-m}^{(M-1)} \\ B_m^{(M)} = B_m^{(M-1)} - B_M^{(M)} A_{M-m}^{(M-1)} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \varepsilon^{(M)}(n) = \varepsilon^{(M-1)}(n) - A_M^{(M)} \eta^{(M-1)}(n-1) \\ \eta^{(M)}(n) = \eta^{(M-1)}(n-1) - B_M^{(M)} \varepsilon^{(M-1)}(n) \end{cases} \quad (10)$$

ただし、 N は解析に用いるデータ長（サンプル数）であり、 $R^{(M)}$ は次式で表わされる。

$$R^{(M)} = \sum_{n=M}^N \varepsilon^{(M-1)}(n) \eta^{(M-1)T}(n-1)$$

3.2 モード特性の抽出⁽¹⁰⁾

前節の手順により、式(4)における次数 M の予測係数行列 $A_m^{(M)}$ が得られているものとする。本節では、これを用いて固有モードの計算を行う。なお、実際の計算には $A_m^{(M)}$ のうち $a_m^{(M)}, b_m^{(M)}$ だけが使われる。

いま、次式で表わされる状態ベクトル

$$\begin{aligned} y^s(n) &= [y^T(n) \ y^T(n-1) \ \dots \ y^T(n-M+1)]^T \\ u^s(n) &= [u^T(n) \ u^T(n-1) \ \dots \ u^T(n-M+1)]^T \end{aligned}$$

を導入して式(2)を状態空間表現すると次式となる。

$$\begin{cases} y^s(n+1) = A^s y^s(n) + B^s u^s(n) \\ y(n) = C^s y^s(n) \end{cases} \quad (11)$$

ただし、上付きの s は状態空間表現における量を表し、 A^s, B^s, C^s は以下のブロック係数行列である。

$$\begin{aligned} A^s &= \begin{bmatrix} a_1^{(M)} & a_2^{(M)} & a_3^{(M)} & \dots & a_M^{(M)} \\ I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \\ B^s &= \begin{bmatrix} b_1^{(M)} & b_2^{(M)} & \dots & b_M^{(M)} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C^s = [I \ 0 \ \dots \ 0] \end{aligned}$$

ここで、 $I, 0$ はそれぞれ単位行列および零行列である。式(11)を z 変換すると次式を得る。

$$\begin{cases} zY^s(z) = \tilde{A}^s Y^s(z) + \tilde{B}^s U(z) \\ Y(z) = \tilde{C}^s Y^s(z) \end{cases} \quad (12)$$

ただし、 $Y(z), Y^s(z), U(z)$ はそれぞれ $y(n), y^s(n), u(n)$ の z 変換を表し、 $u(n-m)$ の z 変換は $z^{-m}U(z)$ と書けることを用いている。また、

$$\begin{cases} \tilde{A}^s = A^s, \quad \tilde{C}^s = C^s, \\ \tilde{B}^s = \left[\sum_{m=1}^M z^{1-m} b_m^{(M)} \ 0 \ \dots \ 0 \right]^T \end{cases} \quad (13)$$

である。式(12)の第1式より、

$$Y^s(z) = [zI - \tilde{A}^s]^{-1} \tilde{B}^s U(z) \quad (14)$$

となるが、これを式(12)の第2式に用いると、

$$Y(z) = G(z) U(z) \quad (15)$$

を得る。ここで、 $G(z)$ は入出力間のパルス伝達関数で、

$$G(z) = \tilde{C}^s \Psi [zI - \Lambda]^{-1} \Psi^{-1} \tilde{B}^s \quad (16)$$

と表される。ただし、 $\Lambda(z)$ は i 番目の対角要素にブロック係数行列 A^s の固有値 λ_i を並べた対角行列、 $\Psi(z)$ は

その固有値に対応する固有ベクトルを列とする行列で、サイズはそれぞれ $QM \times QM$ である。なお、ここでは A^s は重複固有値を持たないと仮定している。

このパルス伝達関数を部分分数分解して表わすと、

$$G(z) = \sum_{i=1}^{QM} \frac{R_i}{z - \lambda_i} z \quad (17)$$

となる。ただし、 R_i は $G(z)$ の複素留数であり、 i 番目の対角要素のみ1で他はすべて0である $QM \times QM$ 行列を Δ_i として、次式で表わされる。

$$R_i = \tilde{C}^s \Psi \Delta_i \Psi^{-1} \tilde{B}^s \Big|_{z=\lambda_i} \quad (18)$$

$G(z)$ を標準 z 変換における写像関係 $z = \exp(s\Delta t)$ により s 領域に変換し、 r 組の共役複素根とそれ以外の成分に分けると、 r 組の共役複素根が系の振動モードを表す。これを次式に示す。

$$G(s) = \sum_{i=1}^r \left(\frac{R_i}{s - s_i} + \frac{R_i^*}{s - s_i^*} \right) + \sum_{i=2r+1}^r \left(\frac{R_i}{s - s_i} \right) + A_0 \quad (19)$$

ここで、右辺第一項の R_i は p 番目の入力に対する応答が p 列目に格納される $Q \times P$ 行列であり、これが固有モード形状に対応する。また、 i 次モードの固有振動数 f_i と減衰比 ζ_i は次式となる。

$$f_i = \frac{|s_i|}{2\pi} = \frac{|\log \lambda_i|}{2\pi \Delta t}, \quad \zeta_i = \cos \left[\angle \left\{ \frac{(\log \lambda_i)}{2\pi \Delta t} \right\} \right] \quad (20)$$

4. 定置加振試験実測データからのモード特性同定

4.1 定置加振試験の概要

本解析手法の妥当性を確認するため、鉄道車両の振動測定試験を行った。まず、加振力以外の外乱の影響が少なく入出力関係が明確で、市販のモード解析システムとの比較が容易な条件として、加振器1台を使った定置加振試験を実施した。これは車体の床下に加振器を設置し、車体中央下面のフレームに加振器を加振棒で結合して上下に加振し、車体に取付けた加速度センサにより振動測定を行うものである。ここでは最大出力1kNの動電型加振器を用い、加振信号はカットオフ周波数が5Hzと30Hzのバンドパスフィルタを通したランダム波とした。

測定した車両は図1に示す鉄道総研保有の試験車両であり、通常の通勤形車両と同様のステンレス鋼製車体を持つ。ただし腰掛けや荷棚等は省略されており、屋根上のクーラは営業車用のものと質量と取付け位置が同等のダミーとしている。振動測定点を図2に示す。ここでは床17点、屋根14点（いずれも上下方向）、片側の側面6点（左右方向）、前後貫通路の妻柱部各3点（前後方向）の43点で加速度を測定し、加振棒と車体の間に設置したロードセルで加振力を測定した。

($P = 1, Q = 43$) . 測定データは, サンプリング周期 $\Delta t = 0.005\text{s}(200\text{Hz})$ で A/D 変換して収録し, その際のアンチエイリアスフィルタのカットオフ周波数は 80Hz とした. また, 加振時間は 120s である.

4.2 予測係数の次数選択 本解析法では予測係数の次数 M を予め指定する必要がある. 次数決定には一般に $AIC^{(13)}$ が広く用いられ, AIC が最小となる次数を選択する. また文献⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾では, 前進, 後進予測誤差共分散行列 $\mathbf{V}^{(M)} = \boldsymbol{\varepsilon}^{(M)}(n)\boldsymbol{\varepsilon}^{(M)T}(n)$, $\mathbf{W}^{(M)} = \boldsymbol{\eta}^{(M)}(n)\boldsymbol{\eta}^{(M)T}(n)$ のトレースの減少を判断基準にしている.

そこで前節で述べた実車の定置加振試験で測定した加振力を $\mathbf{u}(n)$, 振動加速度を $\mathbf{y}(n)$ として, 前進予測誤差 $\boldsymbol{\varepsilon}^{(M)}(n)$ の共分散行列のトレース $\text{trace}\mathbf{V}^{(M)}$ と,

$$\text{MAIC}(M) = N \log |\mathbf{V}^{(M)}| + 2M(P + Q)^2 \quad (21)$$

で表される多変量 $AIC^{(13)(14)}$ (MAIC) を求めた. その結果を図 3 に示す. 図の横軸は予測係数の次数, 縦軸は初期値で正規化した $\text{trace}\mathbf{V}^{(M)}$ (左側対数軸) と MAIC の値 (右側リニア軸) である. この図から, いずれの指標も同様の変化傾向をもち, 次数とともに減少を続けて最小値は見られないことがわかる. また, $\text{trace}\mathbf{V}^{(M)}$ が急減少するのは, この例では次数 2 であり, 後述のようにモード特性同定のためには適切な次数ではない. このように, ここで扱う問題ではこれらの指標から自動的に次数を選択することはできない.

このため既報⁽³⁾⁻⁽⁸⁾では, 固有モードの特徴や固有振

Fig. 1 A test vehicle used for stationary vibration test.

Fig. 2 Vibration measurement points on the carbody.

Fig. 3 Trace of error covariance matrix and multi variable AIC (MAIC).

動数の収束状況などを参考に試行錯誤的な次数選択を行っている. しかし, より客観的で実用性のある選択基準があれば解析の妥当性がさらに明確になり, 試行回数も減らせると期待される. 図 3 をみると, いずれの評価量も次数が 10 を越えた頃から変動が減少し, 特に MAIC の変動が少ない. したがってある閾値を設定できれば, それを下回る次数, といった基準を設けることができる. しかし, MAIC などの値はデータにより変動するため, 事前に閾値を設定することは難しい.

そこで, 時系列データの予測ではなくすでに得られているデータの解析, という本問題の特性を考慮し, 以下のような方法で次数を決定することにした.

- (1) 長さ N の測定データを N_1, N_2 ($N = N_1 + N_2$) の 2 つの部分に分割し, いずれか一方を使って予測係数を計算する. 以下では, 予測係数の計算に使うデータ部分を N_1 とする.
- (2) 求めた予測係数を使って時系列データを推定し, N_1, N_2 の各部分における実測値との誤差 $\boldsymbol{\varepsilon}_{1y}^{(M)}(n) = \boldsymbol{\varepsilon}_y^{(M)}(n_1)$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{2y}^{(M)}(n) = \boldsymbol{\varepsilon}_y^{(M)}(n_2)$ を算出する. ただし, n_1, n_2 はそれぞれ N_1, N_2 の部分のデータを表す.
- (3) 次数 M を変えてこれを繰り返し, $\boldsymbol{\varepsilon}_{1y}^{(M)}(n), \boldsymbol{\varepsilon}_{2y}^{(M)}(n)$ が十分減少した時点の次数を採用する.

すなわち本方法は, 長さ N のデータを 2 分割し, 一方 (ここでは N_1) を予測係数の計算に, 他方 (ここでは N_2) をその検証に用い, N_1, N_2 いずれの部分でも予測精度が良好となるような次数を選択する, というものである. ここで, 解析データは長さ N の範囲では極端な特徴変化がない (例えば, 走行速度や軌道条件が極端に変わらない) ことを前提としており, N_1 部分から求めた予測係数とその次数が妥当ならば, N_2 部分の予測精度も十分であるはず, という立場に基づいている. $\boldsymbol{\varepsilon}_y^{(M)}$ の評価量としては, たとえばそれらの実効値 (RMS 値) を実測データの RMS 値に対する百分率で表し, 全出力について平均した次式などを用いる.

$$S_{\text{err}}(M) = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \frac{\bar{\varepsilon}_p^{(M)}}{\bar{y}_p} \times 100 \quad (22)$$

ただし $\bar{\varepsilon}_p^{(M)}$, $\bar{y}_p$ は、それぞれ p 番目の出力の予測誤差と実測値の RMS 値である。この $S_{\text{err}}(M)$ は次数 M における平均予測誤差率 (%) を表す。

図 4 に、図 3 と同じデータに対する平均予測誤差率を $M \geq 5$ について示す。ここでは $N = 24000$ (120s) の測定データのうち前半 $N_1 = 12000$ (60s) のデータから予測係数を求めており、太灰色線、細黒線がそれぞれ N_1 , N_2 部分に関するものを表す。この図からわかるように、平均予測誤差率も MAIC などと同様に次数の増加とともに減少して最小値は持たないが、この値は「実測データに対する予測値の誤差」なので事前に閾値を設定でき、本問題に関してはより実用的な指標と考えられる。なお、以下では N_1 , N_2 それぞれの部分に対する平均予測誤差率を S_{err1} , S_{err2} と記述する。

このように次数の増加とともに N_1 における予測誤差は減少するが、この部分に過剰に適合すると N_2 部分の予測精度は悪化する可能性がある。本問題における「適切な予測係数」は車体の固有モード特性を適切に表現するものであり、それが適切なら極端な特徴変化のない任意の入力に対する応答も少ない誤差で予測できるはずである。したがって、特定の入力 (N_1 部分) に対しては誤差が小さい出力の予測値を与えるが、別のデータ (N_2 部分) に対して誤差が増大するような予測係数は、本問題においては適切とはいえない。

これを見るため、両部分の平均予測誤差率の差 $\Delta S_{\text{err21}} = S_{\text{err2}} - S_{\text{err1}}$ を図 5 に示す。この図から、 ΔS_{err21} は次数が 20 を越えたあたりで最小となり、それ以上の次数では増大することがわかる。 S_{err1} の変化が S_{err2}

Fig. 4 Change of average prediction error.

Fig. 5 Difference of average prediction error between two parts of a measured data.

と同程度小さければ、 ΔS_{err21} が増加傾向を示すのは S_{err2} が増大する、もしくは S_{err2} の減少率が S_{err1} の減少率より小さい場合である。ここでは図 4 より後者と考えられるが、 ΔS_{err21} が増大し始めるのは「 N_1 部分への過剰な適合の兆候」とみなせば、 ΔS_{err21} が最小となる次数を次数候補値の上限として利用できる。

ところで、Burg 法を用いた本解析法の特徴の一つは短いデータの解析に有利な点である。そこで、データ長が減少した場合の加振力と車体床面台車直上の加速度との伝達関数 (FRF) の比較を図 6 に示す。この図の太灰色線は 60s のデータを使って FFT により求めた FRF であり、実線、太点線、破線はそれぞれ 60, 15, 5s のデータを用い、次数 12 の ARX モデルにより求めたものである。ARX モデルによるものは、5s の場合以外はデータ点数が減少しても安定して FRF が得られており、比較的長いデータから求めた FFT の結果ともよく対応している。これに対して 5s データから得た FRF は変動が激しく信頼性が低下している。

この場合の平均予測誤差率の差 ΔS_{err21} を図 7 に示す。データ長 5s の場合は ΔS_{err21} が 8 以上で増大傾向を示しており、図 6 の計算に用いた次数 12 は大きすぎる可能性のあることがわかる。そこで、次数を 8 として FRF を求めると図 8 のようになり、変動が少なく信頼性の向上した FRF が得られた。この例から、ここで提案した ΔS_{err21} による次数の上限値判定が有効であることがわかる。

4.3 定置試験データのモード解析 つぎに、 $M = 12$ を採用して車体のモード特性を求めた。 $M = 12$ とした理由は後述する。得られた固有振動モードと固有振動数を図 9 に示す。図の細線は変形前、太線が変形後の形状を表す。なおここでは前後の妻柱部分の変形は表示していない。各モードを区別する記号 * -mn は、最初の文字 * が Z の場合は屋根または床の振動が卓越しているものを示し、続く 2 桁の数字 mn は、 m は屋根、 n は床の振動の腹の数で、判断がつかない場合は 0 としている。また、文字 * が J の場合は車体断面のせん断変形を伴うモードを示し、続く数字は側はり (側面と床の結合部分) における振動の腹の数を表す。

この結果の妥当性を検証するため、FFT にもとづく汎用のモード解析処理システム (以下、従来法と呼ぶ) により求めた固有振動数とモード減衰比を本解析法の結果と比較したものを表 1 に示す。紙面の都合で詳細は割愛するが、両者はモード形状もよく対応していることを確認している。この表より、本解析法と従来法の結果は非常によく一致しており、本解析法の妥当性が確認できる。また、本解析法と従来法に用いたデー

Fig. 6 FRFs of acceleration at floor above bogie center versus input force. ($M = 12$ for ARX model)

Fig. 7 ΔS_{err21} for different length of data.

Fig. 8 Comparison of FRFs between FFT and ARX model. ($M = 8$ for ARX model)

タは、測定時の加振点が若干異なっているが、モード減衰に関しても比較的よく対応していることがわかる。

予測係数の次数を変えて固有振動数を調べた結果を表2に示す。この表で () が付されたものは、モードの分離が不完全なものを示している。モードの分離具合の評価は、モード間の相関を表す MAC (Modal Assurance Criterion) 値⁽¹⁵⁾により行い、ここでは MAC 値が 0.3 以上のものに () を付した。この車体は Z-10 と J-1 モードの固有振動数が近接しており、それらを分離してモード特性を抽出するためには、次数 12 以上が必要なことがわかる。数値計算効率の点からは妥当な次数の範囲でなるべく少ない次数を選択したいが、モード同定精度の点からはやや大きめの次数を選ぶ方がよいといえる。なお次数が大きくなると得られる固有値が増え、いわゆる偽のモードが多数生じる。紙面の都合で詳細は割愛するが、そのような場合でもモード減衰比と応答評価指標 (RPF) ⁽¹⁶⁾ などにより着目すべきモードを把握できることを確認している。

Fig. 9 Mode shapes and natural frequencies of the test vehicle obtained by stationary vibration test.

Table 1 Comparison of natural frequencies and modal damping obtained by proposed and conventional method

Mode	Proposed (ARX)		Conventional (FFT)	
	Natural frequency f_i Hz	ζ_i %	Natural frequency f_i Hz	ζ_i %
Z-10	8.27	2.93	8.30	2.88
J-1	8.28	1.13	8.23	1.13
Z-20	9.28	3.04	9.27	1.80
Z-30	10.64	2.32	10.60	1.15
Z-40	14.47	1.33	14.43	1.02

Table 2 Natural frequencies versus order of ARX model

Mode	Natural frequency Hz					
	Order of ARX model M					
	4	6	8	10	12	14
Z-10	(8.88)	(8.60)	(8.47)	(8.31)	8.27	8.25
J-1	(8.38)	(8.29)	(8.29)	(8.29)	8.28	8.27
Z-20	(8.38)	9.73	9.50	9.32	9.28	9.28
Z-30	10.86	10.75	10.67	10.63	10.64	10.65
Z-40	14.55	14.49	14.48	14.47	14.47	14.47

5. 走行時の多入力加振データの解析

つぎに、走行試験時の振動測定データを使ったモード解析を行う。対象は前章の車両とほぼ同じステンレス鋼製車体をもつ通勤形車両であるが、内装や床下機器を備えた営業車である。

一般に鉄道車両の車体は 2 台車で支持されている。1 台車あたり 2 対の輪軸 (車輪と車軸の組) をもつため、車両は 1 両あたり 8 枚の車輪で走行する。輪軸を保持する軸受を納めた軸箱は各輪軸の両端にあり、1 車両あたり 8 個の軸箱を有する。車体の上下振動は軌

道高低不整に起因する加振の影響を強く受けることが示されている⁽¹⁷⁾。また車輪がばね特性を有する自動車と異なり、鉄道車両では鉄製の車輪がレール上を転動するため、軸箱位置における上下加速度は軌道高低不整をほぼトレースした輪軸変位により生じていると考えられる。そこで本論文では、軸箱の上下加速度を車体への加振入力として扱う。また、同じレール上を転動する車輪には同一の軌道高低不整が速度と輪軸間距離に応じた時間差を伴って入力されるとみなすことができる。この性質を利用し、ここでは先頭輪軸の両側軸箱で測定した加速度から2~4番目輪軸両側の軸箱加速度を生成し、合計8つの軸箱加速度を入力信号として解析に用いた。

まず予測係数の次数を決めるために、約83km/hで等速走行中の30sデータを N_1 とし、それに続く約20sのデータを N_2 として両区間における平均予測誤差 S_{err1}, S_{err2} およびその差 $\Delta S_{err21} = S_{err2} - S_{err1}$ を求めた。その結果を図10に示す。ここでも予測係数は N_1 部分のデータを用いて求めた。図4, 5と同様に、この場合も次数とともに N_1, N_2 いずれの部分の平均予測誤差も減少すること、 ΔS_{err21} には増減があるが、ある程度の次数（この場合10）より大きくなると明らかな増大傾向を示すこと、などがわかる。この図から、走行データからのモード解析には $M = 10$ を採用した。

図11に約83km/hで等速走行中の30sの加速度データ（図10の計算における N_1 部分）を用いて求めた振動モードを示す。走行試験の際は台車の加速度も測定しており、モード解析にはそのデータも使用しているが、振動モード形は車体部分のみ表示している。また、図12に同じ車両について車体中央を加振点とする定置加振試験を行って測定した60sの測定データから求めた振動モードを示す。予測係数の次数は、走行試験データに対しては上述のとおり $M = 10$ とし、定置加振試験データについては同様の検討により $M = 12$ と

Fig. 10 Average prediction errors for two part of a measured data during running at 83km/h and their difference.

した。モードを区別する記号は図9と同様であるが、Aがつくものは中央断面において屋根と床が逆位相で変形するものを表す。これらの図を比較すると、定置試験結果ではJ-1モードが同定されていないが、それ以外については、モード形状、固有振動数はよく対応していることがわかる。ちなみにこの例では対応するモードどうしの固有振動数の差異は最大でも3%以下であった。

Fig. 11 Mode shapes and natural frequencies of a commuter vehicle obtained by a running test. ($V = 83\text{km/h}$)

Fig. 12 Mode shapes and natural frequencies of a commuter vehicle obtained by stationary vibration test.

図 12 で J-1 モードが同定されなかったのは、この試験における加振点が車体中央で、J-1 モードの節に相当する位置となっていたためと考えられる。紙面の都合で省略するが、走行時の PSD には J-1 モードに対応するピークがみられ、このモードは乗り心地に一定の影響を与えていると考えられる。このように、定置加振試験では加振点の選び方により考慮すべき振動モードが把握できない場合があり注意が必要である。一方、走行試験データから本手法によるモード解析を行えば、このような「モードの取りこぼし」の防止にも有効であると考えられる。

以上より、本解析法によれば、多入力で比較的短時間のデータを扱うことが多い走行試験データからの固有モード特性同定が良好に行えることが示された。

6. お わ り に

本論文では、線形予測モデルを鉄道車両の振動解析に適用するため、多入力系のモード解析と予測係数の実用的な次数選択について検討した。そして、従来から広く用いられている AIC に加えて、平均予測誤差率を併用することが実用的な次数選択に有効なことを示した。とくに、予測係数の計算に用いるデータを 2 つの部分に分割し、一方から予測係数を計算し、他方を用いて検証することが有効であり、両部分のデータに対する平均予測誤差率の差を用いて次数の上限を定めることができることがわかった。

さらに、実車の振動測定データを用いて本手法の妥当性を検証し、1 入力条件の定置加振データに関しては FFT を用いた汎用のモード解析システムによるものとよく一致する結果が得られることを確認した。また、多入力条件となる走行試験データからのモード解析結果が定置加振試験結果と良く対応することも示した。

本論文により、走行試験データからも定置加振試験と同等の車体の振動モード特性把握が可能なが示された。とくに、これまで不明確な部分があった予測係数の次数選択に関し、合理的で実用性の高い指針が提示されたことで、実車の振動特性評価ツールとしての本解析法の価値が高まったと考えている。

今後は解析例を蓄積し、平均予測誤差率の閾値設定について検討を行う予定である。

最後に、本研究は元東京都立大学大学院 板垣匡俊君（現小田急電鉄）の修士論文研究として、首都大学東京及び東京都立大学名誉教授 鈴木浩平先生、首都大学東京教授 吉村卓也先生のご指導のもとに実施した内容を含むことを記し、ご協力とご指導に感謝します。また、一部のデータの提供と実車の加振試験にご協力い

ただいた東急車輛製造（株）の関係各位、現車走行試験と加振試験の実施にご協力いただいた東日本旅客鉄道（株）新津車両製作所の関係各位、次数選択に関する貴重な示唆をいただいた豊橋技術科学大学 佐野滋則先生に感謝申し上げます。

文 献

- (1) Tomioka T. and Takigami, T., Development of a Vibration Simulator for Railway Vehicles with Field-Portable Actuators (1st Report, Data Processing Method to Estimate Running-Vehicle Vibration from Stationary Vibration Test) *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.74, No.741(2008), pp.1192-1199.
- (2) Takigami, T. and Tomioka T., Development of a Vibration Simulator for Railway Vehicles with Field-Portable Actuators (2nd Report, Excitation Tests of an Actual Commuter Vehicle) *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.74, No.741(2008), pp.1200-1208.
- (3) Takigami, T. and Tomioka T., Analysis of Vehicle Vibration Using Linear Prediction Model, *RTRI report*, Vol.15, No.5(2001), pp.35-40.
- (4) Takigami, T., Tomioka, T., Itagaki, M., Suzuki, K., and Yoshimura, T., Vibration Analysis of Railway Vehicle Using ARMA Model, *Proceedings of the 7th Kanto Branch Regular Meeting of the Japan Society of Mechanical Engineers*, No.010-1(2001-3), pp.85-86.
- (5) Takigami, T. and Tomioka T., Analysis of Vehicle Vibration Using Linear Prediction Model, *Proceedings of the Dynamics and Design Conference 2001 (CD-ROM)*, No.01-5(2001-8), 711.
- (6) Tomioka T. and Takigami, T., A Measurement Test of Vibration Characteristics of Railway Vehicle as Three Dimensional Structure, *Proceedings of the 10th Transportation and Logistics Conference (Translog 2001)*, No.01-36(2001-12), pp.287-290.
- (7) Takigami, T. and Tomioka T., Elastic Vibration Characteristics of Recent Light-Weight Vehicles, *RTRI report*, Vol.16, No.5(2002), pp.23-28.
- (8) Aida, K., Tomioka T. and Takigami, T., Comparison of Vibration Mode Characteristics of Commuter Vehicles by Difference in Carbody Structure, *Proceedings of the 14th Joint Symposium of*

- Railway Technology (J-RAIL 2007)*, (2007-12), pp.143–146.
- (9) Suzuki, K., and Kawanobe, K., Modal Identification Based on ARMA Model Fitting (1st Report, Scalar Approach Using Recursive Method), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.53, No.496(1987), pp.2445–2452.
- (10) Kawanobe, K., and Suzuki, K., Modal Identification Based on ARMA Model Fitting (2nd Report, Comparison between Scalar and Vector Method), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.59, No.559(1996), pp.694–699.
- (11) Adachi, S., *System Identification for Digital Control with MATLAB* (in Japanese), (1996), p.55, Tokyo Denki University Press.
- (12) Nakamizo, T., *Signal Analysis and System Identification* (in Japanese), (1988), p.84, Corona Publishing Co., Ltd.
- (13) Kitagawa, G., *Introduction to Time Series Analysis* (in Japanese), (2005), p.106, Iwanami Shoten Publishers.
- (14) Ozaki, T., and Kitagawa, G., *Method of Time Series Analysis* (in Japanese), (1998), p.112, Asakura Publishing Co., Ltd.
- (15) Modal Analysis Handbook Editorial Committee, *Modal Analysis Handbook* (in Japanese), (2000), p.128, Corona Publishing Co., Ltd.
- (16) Okada, Y., Zhang, T. L., and Endo, M., Experimental Modal Analysis by Means of Time Domain Averaging and Identification Technique, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.54, No.507(1988), pp.2509–2513.
- (17) Yoshimura, A., Dynamic Response Analysis of the Vertical Vibration of Vehicles Excited by the Track Irregularities in Longitudinal Level, *RTRI Report*, Vol.1, No.3(1987), pp.29–38.