管群を有するダクト内の音速評価に関する研究*

石原国彦^{*1}, 宮本高德^{*2}, 吉田侑加^{*3}

Study on Evaluation of Sound Speed in Duct with Tube Banks

Kunihiko ISHIHARA^{*4}, Takanori MIYAMOTO and Yuka YOSHIDA^{*4} Institute of Technology and Science, The University of Tokushima,
2-1 Minami-Jyosanjima-cho, Tokushima-shi, Tokushima, 770-8506 Japan

As tube banks are set in a duct in a boiler and a heat exchanger, the resonance phenomenon or the self sustained tone are generated due to the interference between a vortex shedding and an acoustic characteristics of duct. It is necessary to know the resonance frequency of the duct, namely sound speed, for avoiding any trouble that may arise. In general, it is said that the sound speed decreases in the duct with tube banks and an evaluation formula is given. However this formula is obtained to apply to the perpendicular direction to the flow. We want to know that this formula is able to apply to the flow direction and to various array patterns or not. Then in this paper, applicability limit of this expression is discussed by using FEM analysis and experiments.

Key Words: Sound and Acoustic, Noise Control, Prediction, Wave, Sound Speed, Tube Bank

1. 緒 言

ボイラや熱交換器では、ダクト内に管群を設置し、各管の内部に水を外部に高温ガスを流して熱交換を行う。その際、各管の背後にはガス流速に比例したカルマン渦が生じダクト内音場を励振させる。

一方ダクト内は音場を形成しており、音速とダクト寸法で決定される共鳴周波数を持つ。したがってカルマン渦の脱落周波数とダクト音場の共鳴周波数が一致するガス流速ではいわゆる気柱共鳴現象を起こしたり、ダクト音場の音響減衰が小さい場合はガス流速が共鳴点を通過しても大音響が持続するいわゆる空力自励音が発生する。これらの現象がひとたび発生すると工場周辺住民からの苦情により操業停止に追い込まれたり、対策工事に多大な費用が発生する。したがって設計段階において気柱共鳴や空力自励音が発生しないよう十分な検討が必要となる。

そのためには設計段階において音速の正確な把握が必要であり、ダクト内に管群が置かれた音場では従来 Parker⁽¹⁾や Blevins⁽²⁾が提唱した充填率 σ （管群部における管の占める体積割合）と音速との関係式 $c/c_0 = 1/\sqrt{1+\sigma}$ を使用してきた。ここで c

と c_0 はそれぞれ管群が有る場合と無い場合の音速である。この式は音速が充填率 σ のみに依存しており、充填率が同じであれば配列のパターンが異なっても適用できるかという疑問がある。

そこで、本論文ではまずこの式の理論的背景を理解した上で、ダクト内に管群を種々の充填率で設置し、FEMでの解析と実験を行い、この式の有用性を調べ、適用限界を明らかにすることを目的とする。

2. 主な記号

- a : 付加マス係数
- σ : 充填率（管群部における管の占める体積割合）
- c_0 : 管群が無い場合（ $\sigma=0$ ）の音速
- c_e : 管群が有る場合（ $\sigma \neq 0$ ）の音速
- d : 管外径
- f : 単位体積当たりの力ベクトル
- ρ : 流体密度
- p : 圧力
- Q : 単位体積当たりの質量変化割合
- U : 流速ベクトル
- $u(t)$: 変動流速ベクトル
- u : x 方向の流速
- V : 仮想管で占有されている体積
- λ : 音波の波長

* 原稿受付 2008年10月2日。

^{*1} 正員, フェロー, 徳島大学大学院ソシオテクノサイエンス研究部(〒770-8506 徳島市南常三島町2-1)。^{*2} 学生員, 徳島大学工学部。^{*3} 徳島大学工学部。

E-mail: ishihara@me.tokushima-u.ac.jp

t : 時間

∇ : 微分作要素 (ナブラ)

U_0, ρ_0, p_0 の添え字 0 は平均量を示す。

3. 理論の概要

理論については既に Blevins が文献⁹⁾において示しており、ここではそれを引用し、著者の解釈を交えて述べる。

非粘性流体における連続の式と運動量の式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = Q \quad \cdots \cdots (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\rho \mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla p + \mathbf{f} \quad \cdots \cdots (2)$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 + \mathbf{u}(t), \quad \rho = \rho_0 + \rho(t), \quad p = p_0 + p(t)$$

$\cdots \cdots (3)$

として式 (1), (2) に代入し、高次項を省略し平均流を差し引くと

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u} + \mathbf{U}_0 \cdot \nabla \rho = Q \quad \cdots \cdots (4)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho_0 \mathbf{U}_0 \cdot \nabla \mathbf{u} + \rho \mathbf{U}_0 \cdot \nabla \mathbf{U}_0 + \rho_0 \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{U}_0 + \nabla p = \mathbf{f} \quad \cdots \cdots (5)$$

Fig.1 Model of tube⁹⁾

セル内の $\mathbf{U}_0$ は図 1 に示すように管の上下で対称で、 $\mathbf{U}$ はセル内でゆっくり変化すると仮定する。これは $\nabla \mathbf{U}_0$ はセル内で非対称であり、 $\mathbf{U}_0 \cdot \nabla \mathbf{U}_0$ の平均が 0 であり、 $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{U}_0$ が小さく無視できることを意味する。 ρ の変化は $p = \rho c_0^2$ の関係から圧力の変化となる。その結果、式 (4), (5) は

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u} + \frac{1}{c_0^2} \mathbf{U}_0 \cdot \nabla p = Q \quad \cdots \cdots (6)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho_0 \mathbf{U}_0 \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{f} \quad \cdots \cdots (7)$$

となる。

ここでは低マッハ数 $U_0/c_0 \ll 1$ の音の伝播速度へ及ぼす管の影響についてのみ考えるので平均流の影響は無視する。すると式 (6), (7) は

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u} = Q \quad \cdots \cdots (8)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla p = \mathbf{f} \quad \cdots \cdots (9)$$

となる。

これらの式は d/λ が小さく、定常で非圧縮な管が規則的に配置された中を通る音の伝播を記述する運動方程式である。ここで d/λ が小さいという仮定は流体騒音の解析に通常用いられる音響的にコンパクトを意味するものである。

まず流体と管の間に作用する力を計算する。物理的な管はそれらの管が流体に与える力で置き換えられる。図 1(b) に示す単位セル内の管によって占められる部分 σ を流体密度 ρ と音速 c_0 の圧縮性流体で置換する。実際の管を模擬するために、体積力 $\mathbf{f}$ と Q が仮想管の領域に次のように作用するとする。

仮想管の流体領域は

- (1) 圧縮されない。
- (2) 定常に保たれる。(同じ位置に固定され、変形しない)
- (3) 渦脱落や減衰に関連するような力を与える。

圧力 p の増加は、仮想管で占有されている領域 σ の体積 V を δV だけ圧縮させる。すなわち

$$\frac{\delta V}{V} = -\frac{\delta \rho}{\rho} = -\frac{\delta p}{\rho c_0^2}$$

仮想管が占める領域の単位体積当たりの対応する流体質量は

$$\sigma \frac{\delta m}{V} = \sigma \frac{\rho \delta V}{V} = -\sigma \frac{\delta p}{c_0^2}$$

もし、この流体質量が仮想管が占める領域の中へ注入されるとしたら、仮想管の体積は圧縮されない。そこに必要なマスフラックスは

$$Q = -\left(\frac{d}{dt}\right) \left(\frac{\sigma \delta m}{V}\right) = \left(\frac{\sigma}{c_0^2}\right) \frac{\partial (\delta p)}{\partial t} \quad \cdots \cdots (10)$$

これは、非圧縮管の効果を模擬するために、流体セルの中に注入されなければならない平均マス流体である。

次に一様流速 U_0 が管の有無による流路幅の拡大縮小により加減速されるとき流れ場は円柱に付加マスを与える。

$$f_{\text{added mass}} = \rho_0 (1+a) \frac{\partial u}{\partial t}$$

これは円柱の単位体積あたりに付加される力である。

右辺第1項は圧力勾配に起因する浮力であり、第2項は仮想質量力である。

a は付加マス定数で、単一円柱では理論的に 1.0 となる。セルの単位体積あたりの対応する力は σf である。したがって円柱が占有体積率 $1-\sigma$ の流体に与える付加される力は

$$f = -[\rho_0 \sigma (1+a)/(1-\sigma)] \frac{\partial u}{\partial t} \quad \text{..... (11)}$$

となる。

簡単のため、低ソリディティで一方向伝播 (図 1 の x 方向) に限定して考察する。実際には、これはまばらな管群に限定 ($\sigma \ll 1$) され、付加マス係数で特徴付けられる一方向伝播に限られるものである。

式 (10) と (11) を式 (8) と (9) に代入するとそれぞれ

$$\frac{1-\sigma}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{..... (12)}$$

$$\rho_0 \left[1 + \left\{ \frac{\sigma}{1-\sigma} \right\} (1+a) \right] \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \text{..... (13)}$$

ここで u は x 方向の波動伝播に関連する粒子速度であり圧力 p は時間変動分の δp を示す。

式 (12), (13) より u を消去すると次式を得る。

$$\frac{1}{c_e^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0 \quad \text{..... (14)}$$

ここで

$$c_e = \frac{c_0}{\sqrt{1+\sigma a}} \quad \text{..... (15)}$$

したがって管群の等価音速 c_e は管があることで小さくなる。音速が減るのは下記に示すような

(1) 管の存在による有効密度の増加と (2) 有効体積弾性率の減少の結果である。

すなわち、

- (1) 圧力の増加 $\rightarrow$ 仮想管の体積が小さくなる。 $\rightarrow$ しかし管は圧縮されない $\rightarrow$ 体積が小さくならないだけ Q が管領域に注入されなければならない。 $\rightarrow Q$ が生ずる。 $\rightarrow$ 見かけの ρ の増加。
- (2) 加速流れ $\rightarrow$ 流れが円柱に付加マスを与える。 $\rightarrow$ しかし円柱は動かない。 $\rightarrow$ とすれば逆に円柱が流体に力を与えなければならない。 $\rightarrow f$ が生じる。 $\rightarrow$ 見かけの圧縮性の増加 $\rightarrow$ 有効体積弾性率 K の減少 (定義 $K = dp/(-dv/v)$ より)。

σ が比較的小さい場合、 $a \approx 1$ で式 (13) は Parker の式(16)となる。

$$c_e = \frac{c_0}{\sqrt{1+\sigma}} \quad \text{..... (16)}$$

σ が増加すると a は 1 より大きくなるが、文献 (2) ではいくらの値になるかは示されていない。また式(15), (16)は配列パターンには依存しないと記述しているが以下の章ではこれらのことも含めて検討する。なお、ここで述べた理論では平均流 U_0 の影響は無視したが、文献 (6) によれば無次元振動数 $\omega d/U_0$ の値が 5.0 以上であれば平均流の音速への影響はないとされており、実機では一般にこの基準が満たされている場合が多いことから平均流の影響は考慮しなくてもよいと考えられる。

4. 解析

ここではダクト内に管群がある場合とない場合について有限要素法により共鳴周波数の値を計算し、その比が音速の比であることから式(16)との比較をおこない、この式の有用性を検討し適用限界を調べる。

4.1 有限要素解析モデル

2次元、3次元モデルの x 方向 (ダクト全長) を 2m, y 方向 (流れ直角方向長さ) を 0.6m とし、3次元モデルにおいては z 方向 (高さ) を 0.2m, 0.4m, 0.6m と変化させた。またダクトモデル内には円管を作成し、半径 R , 管本数 N , 充填率 σ をパラメータとする。ただし、各管配列において、流れ方向ピッチ、流れ直角方向ピッチを統一した格子配列によってモデルを構成

Fig.2 Two dimensional model ($\sigma=0.3$, 48 tubes)

Fig.3 Three dimensional model ($\sigma=0.3$, 48 tubes)

する。図 2, 3 に 2 次元および 3 次元におけるそれぞれの解析モデルの一例を示す。境界条件はダクト入口、出口で圧力 p が零、ダクト壁面の法線方向の粒子速度が零である。

4.2 解析ケース 2次元モデル（以下 2Dモデル）と3次元モデル（以下 3Dモデル）において充填率 σ 、管半径 R 、管本数 N を与え解析を行う。なお、管の半径を変えることにより同充填率で本数の異なるモデルを作成した。以下表 1 に解析ケースを示す。

4.3 解析結果 まず各管配列における解析を行う上での 3D モデルの高さの分割数を決める。そこで、高さ 0.6m、充填率 $\sigma=0.3$ 、管本数 $N=12$ の場合での各次モードにおける共鳴周波数の値を計算したところ z 方向の分割数を変えても図 4 に示すように変化がなかった。そのため、ここでの各管配列における解析は z 方向を 3 分割で行った。

Table 1 Analysis cases

σ	$R[m]$	N	σ	$R[m]$	N
0.201	0.04	48	0.531	0.13	12
0.201	0.08	12	0.101	0.04	24
0.314	0.05	48	0.226	0.06	24
0.314	0.1	12	0.307	0.07	24
0.452	0.06	48	0.402	0.08	24
0.452	0.12	12	0.509	0.09	24
0.531	0.065	48	0.113	0.06	12

Fig.4 Comparison of resonant frequency by division number in analysis

4.3.1 2Dモデルと3Dモデルとの比較

充填率 $\sigma=0.3$ 、管本数 $N=48$ の場合を例にとり 2D モデルと 3D モデルにおいて高さ 0.2m、0.4m、0.6m をパラメータとして x 方向モードについての結果を図 5 に、 x 、 y 連成モードの結果を図 6 にそれぞれ示す。また、式 (16) で求まる音速を用いて算出した共鳴周波数の計算値（これを理論値と呼ぶ）を実線で示しそれぞれ比較を行う。ただし $c_0=340\text{m/s}$ とした。

図 5、図 6 より充填率 $\sigma=0.3$ において 2D、3D 解析共に共鳴周波数の値は理論値と非常に近い値が得られた。また図 5 からわかるように x 方向モードの場合は、

3 次モードまで理論値によく一致している。ここでは割愛したが、充填率 $\sigma=0.2$ 以内では高次モードまで理論値とよく合うのに対して、充填率 σ が大きくなるにつれて理論値とのずれが低次モードに及び、解析値は理論値より小さくなる傾向が見られた。また図 6 からわかるように、 x 、 y 連成モードの場合も理論値とよく合った。ここで図 6 において () 内の数値 (m , n) は x 方向のモード次数 m 、 y 方向のモード次数 n を表す。

Fig.5 Comparison of analysis value with theoretical value of resonant frequency of x -direction-mode ($\sigma=0.3$, 48 tubes) Fig.6 Comparison of analysis value with theoretical value of resonant frequency of x,y -coupled-mode ($\sigma=0.3$, 48 tubes)

4.3.2 充填率と管本数の共鳴周波数に及ぼす影響 (x 方向) について

図 7 に充填率 $\sigma=0.3$ の場合について本数の影響を示す。また、図 8 に管本数 $N=24$ の場合について充填率の影響を示す。ここで半径をパラメータとすることで同充填率における管本数による影響、同様に充填率をパラメータとすることで同じ管本数における充填率の影響を解析により考察した。

図 7 と図 8 を見ると x 方向モードの場合は、本数の共鳴周波数に及ぼす影響はあるものの充填率の影響の方が大きい。また充填率が大きくなるにつれて理論値とのずれが高次モードに及び、解析値は理論値より低くなる傾向がみられた（図 9 参照）。ここでは割愛するが x 、 y 連成モードの場合は、低次では理論値より大きくなっており、高次モードになる

ほど理論値に一致している。これはx方向モードの場合とは逆の傾向である。また充填率が大きいほど低次モードでのばらつきも大きくなっている。

Fig. 7 Resonant frequency of the effect on number of tubes ($\sigma=0.3$, 3D-height 0.4 m)

Fig. 8 Resonant frequency of the effect on occupied area ratio (24 Tubes, 3D-height 0.4 m)

Fig. 9 Comparison of analysis value with theoretical value of resonant frequency ($\sigma=0.2$, $\sigma=0.3$, $\sigma=0.5$)

4.3.3 音速と充填率の関係式の修正 Parker の理論式(16)による共鳴周波数の理論値と解析値を比較すると前述のとおり充填率が大きく ($\sigma=0.3$ 以上) になると高次モードほど共鳴周波数の理論値より解析値は小さくなる結果が得られた。そのため、 σ が大きい場合、理論式 (16) に補正係数 a を与えた式 (17) による理論値と解析値とを比較をした。2Dモデルにおける $\sigma=0.3$ の場合の結果を図 10 に示す。 $\sigma=0.2$ 以内では $a=1$ で理論値と合っており (図

9 参照), $\sigma=0.3$ の時は $a=1.35$, $\sigma=0.4$ の時は $a=1.6$, $\sigma=0.5$ の時は $a=2.0$ とすると解析結果と理論値がよく合った。そして、各充填率 σ に対する補正係数 a を表すと図 11 のようになり、ほぼ直線上になることから、関係式 (18) が得られた。

$$\frac{f_n}{f_{n0}} = \frac{1}{\sqrt{1+a\sigma}} \frac{c}{c_0} \quad \dots\dots (17)$$

$$a = (10/3)\sigma + 1/3 \quad \dots\dots (18)$$

ここで f_n , f_{n0} はそれぞれ管が有る場合と無い場合のダクトの共鳴周波数である。

Fig. 10 Compensation of theoretical formula ($\sigma=0.3$)

Fig. 11 Relation between occupied area ratio and correction factor

5. 実験

5.1 実験装置 図 12 に示すように全長 1000mm のダクト(材料: アクリル)の上流にスピーカを設置する。流路の断面は 200mm×250mm である。ダクト内に直径 $d=26$ mm の塩ビ管を挿入し、種々の管配列を構成する。

5.2 実験ケース 実験ケースを表 2 に示す。ここ

Unit : mm

Fig. 12 Experimental apparatus

Table2 Occupied area ratio of various cases

T/d \ L/d	1.5	2.0	2.5
1.5	①0.306	⑤0.255	⑦0.204
2.0	④0.255	②0.212	⑨0.170
2.5	⑥0.204	⑧0.170	③0.136

Fig.13 Tube array and size (T/d=1.5, $\sigma=0.229$)

Fig.14 Tube array and size

で①, ②, ③は正方配列で, ④と⑤, ⑥と⑦および⑧と⑨はそれぞれ充填率が同じで配列が異なる場合である. また, 千鳥配列において, 図 13 に示すように, それぞれ同充填率 $\sigma=0.229$ であり, 流れ方向ピッチ L の比率を統一して構成した 4 通りの場合において実験を行った.

5.3 計測方法 図 14 のようにダクト内に塩ビ管を挿入し, 図 12 に示すようにダクト上流からスピーカにより純音を送り, 周波数を 1Hz 毎に変え, 各周波数において図 12 の右端から 150mm におかれたマイク位置での音圧レベルを計測する. その結果から音圧レベルがピークとなる周波数を共鳴周波数とし, 各管配列における実験での 1 次, 2 次モードの共鳴周波数の値と理論式を用いて求めた共鳴周波数の値 (予測値 $f_{n\text{pre}}$) とを比較する.

表 2 に示したパラメータであるダクト内の管群の充填率 σ は管群の流れ方向ピッチ L と流れ直角方向ピッチ T の比率を変えて取り変えられる (図 13 参

照). また千鳥配列においても表 2 に示すピッチを元に同様に実験し, 比較を行う.

各管配列における共鳴周波数の予測値 $f_{n\text{pre}}$ の求め方は管群ダクトの充填率と音速の関係式 (16) により, まず各管配列での音速 c_e を求め, 次に $\sigma=0$ での共鳴周波数の値 f_{n0} を実験により求め, 式

(19) を用いて算出する. ただし, $\sigma=0$ における音速 C_0 は $331.5\sqrt{(273+t)/273}$ で与える. ここで t は温度 (°C) である.

$$f_{n\text{pre}} = f_{n0} \times (C_e / C_0) \quad \dots\dots (19)$$

5.4 実験結果及び考察

5.4.1 管群を設置していない状態での共鳴周波数

Fig.15 Comparison of experimental value with analysis value of resonant frequency without tubes

図 15 は $\sigma=0$ でのダクトにおいて, 各周波数に対するマイク位置での音圧レベルの実験値を示す. 図中には $\sigma=0$ での共鳴周波数の値 (実線), また同じダクトモデルで実験と直接比較するため端部補正も含めて解析ができる BEM (市販ソフト WAON) で求めた共鳴周波数の値 (破線) も示している. 1 次モードでは著しい音圧のピーク値が実験から得られ, その共鳴周波数の実験値は解析値とほぼ等しくなった. 2 次モードにおいては実験値と解析値に少しずれが生じたがモード波形を確認の上, 144Hz, 308Hz を $\sigma=0$ でのそれぞれの 1 次と 2 次モードの共鳴周波数の実験値 f_0 とした. そしてこれらの値を各管配列での共鳴周波数の予測値を求める際に用い実験値と比較した.

5.4.2 各管配列での共鳴周波数

(1) 実験値と予測値との比較

表 3 に各ケースにおける 1 次, 2 次モードの共鳴周波数の実験値/予測値を示す. また () 内の数字は実験値を予測値で除した値である. また図 16 ~ 19 に示す実線, 破線はそれぞれ実験値と予測値の各管配列での共鳴周波数の位置とそれらの値を示す.

Table 3 Comparison of experimental value with predictive value of resonant frequency

Experimental value(Hz) /Predictive value(Hz)	1st	2nd
$\sigma=0$	144/147 (0.98)	308/294 (0.95)
① $\sigma=0.306$ $L/d=T/d=1.5$	118/126 (0.94)	262/270 (0.97)
② $\sigma=0.212$ $L/d=T/d=2.0$	130/131 (0.99)	277/280 (0.97)
③ $\sigma=0.136$ $L/d=T/d=2.5$	132/135 (0.98)	279/289 (0.97)
④ $\sigma=0.255$ $L/d=1.5, T/d=2.0$	129/129 (1.00)	275/275 (1.00)
⑤ $\sigma=0.255$ $L/d=2.0, T/d=1.5$	125/129 (0.97)	270/275 (0.94)
⑥ $\sigma=0.204$ $L/d=1.5, T/d=2.5$	128/131 (0.98)	281/281 (1.00)
⑦ $\sigma=0.204$ $L/d=2.5, T/d=1.5$	127/131 (0.97)	273/281 (0.97)
⑧ $\sigma=0.107$ $L/d=2.0, T/d=2.5$	131/137 (0.96)	280/293 (0.96)
⑨ $\sigma=0.107$ $L/d=2.5, T/d=2.0$	128/137 (0.93)	278/293 (0.95)

Table 4 Comparison of experimental value with predictive value of resonant frequency at staggered tube array
($T/d=1.5, \sigma=0.229$)

Experimental value (Hz) /predictive value (Hz)	1st	2nd
(i)-a $\sigma=0.229$	126/130 (0.97)	275/278 (0.99)
(i)-b $\sigma=0.229$	125/130 (0.96)	269/278 (0.97)
(ii)-a $\sigma=0.229$	125/130 (0.96)	269/278 (0.97)
(ii)-b $\sigma=0.229$	124/130 (0.95)	269/278 (0.97)

Fig.16 Experimental result at $L/d=T/d=1.5$

正方配列である図 16, 17 および表 3 の①, ②, ③からわかるように 1 次, 2 次モードでは, 高充填率 ($\sigma=0.306$) では誤差が大きく (1st 6%, 2nd 3%), 低充填率 ($\sigma=0.212, 0.136$) では誤差が小さい。また, 表 4 に示すように同充填率 ($\sigma=0.229$)・異配列である千鳥配列において比較すると, ほぼ同じ共鳴周波数の値となり, 千鳥配列では配列パターンの共鳴周波数の値に及ぼす影響はわずかであることがわかる。

Fig.17 Experimental result at $L/d=T/d=2.0$

Fig.18 Comparison of R. frequency at square array

Fig.19 Comparison of resonant frequency at $L/d=1.5, T/d=2.0$ with $L/d=2.0, T/d=1.5$ in $\sigma=0.255$ Fig.20 Comparison of resonant frequency at $L/d=2.0, T/d=2.5$ with $L/d=2.5, T/d=2.0$ in $\sigma=0.107$

ここで, 音速と充填率の関係式である式(16)において 3 章で述べた補正をおこなった式(17), (18)に, 充填率 σ が 0.3 以上である本実験ケース $\sigma=0.306$ をあてはめた。すると補正係数 $a=1$ (補正をおこなっていない場合) では上記の通り, 実験値と予測値の誤差 (1st 6%, 2nd 3%) に対して, 補正係数

$a=1.35$ では、誤差(1st 2.5%, 2nd 1%)3%以内と小さくなった。このことから 3 章で述べた式(17), (18)の有用性が示せた。

(2)共鳴周波数と充填率の関係

正方配列において比較すると、図 18 に示すように 1 次、2 次モードとも高充填率ほど共鳴周波数の値が小さくなることがわかる。これは理論式(16)からも妥当であると言える。図 19, 20 は流れ方向ピッチ L , 流れ直角方向ピッチ T は異なるが同充填率でのケースを比較したものである。流れ直角方向ピッチ T が小さい方が共鳴周波数の値が小さくなる。また図 19 と図 20 はそれぞれ充填率 σ が 0.255 と 0.107 の異配列での共鳴周波数を比較したもので、これらより高充填率 ($\sigma=0.255$) の方が共鳴周波数の値の差、すなわち減少率が大きい ($\sigma=0.255$: 1st-3.2%, 2nd-1.9%, $\sigma=0.107$: 1st-2.3, 2nd-0.7%)。これらは表 5～7 に示すように FEM による解析からも端部効果等の影響による実験値と解析値との値の誤差はあるが、同じ傾向がみられた。また、表 5～7 に示すように各比較対象(充填率の違い: 表 5, 7, 配列の違い: 表 6)での共鳴周波数の値の変化の比率(各表の最下段)においても実験値と予測値でほぼ同様の結果が得られた。

Table 5 Comparison of resonant frequency between analysis and measurement ($\sigma=0.136$ and 0.212)

	Analysis value (Hz) / Exp.value (Hz)			
	1st		2nd	
③ $L/d=T/d=2.5$ ($\sigma=0.136$)	152	132	304	279
④ $L/d=T/d=2.0$ ($\sigma=0.212$)	150	130	300	277
④/③	150/152 (0.99)	130/132 (0.98)	300/304 (0.99)	277/279 (0.99)

Table 6 Comparison of resonant frequency between analysis and measurement ($L/d=1.5, T/d=2.5$ and $L/d=2.5, T/d=1.5$ at $\sigma=0.204$)

	Analysis value (Hz) / Exp.value (Hz)			
	1st		2nd	
⑥ $L/d=1.5, T/d=2.5$ ($\sigma=0.204$)	151	128	303	281
⑦ $L/d=2.5, T/d=1.5$ ($\sigma=0.204$)	148	127	297	273
⑦/⑥	148/151 (0.98)	127/128 (0.99)	297/303 (0.98)	273/281 (0.99)

Table 7 Comparison of resonant frequency between analysis and measurement ($L/d=2.0, T/d=2.5$ and $L/d=2.5, T/d=2.0$ at $\sigma=0.107$)

	Analysis value (Hz) / Exp.value (Hz)			
	1st		2nd	
⑧ $L/d=2.0, T/d=2.5$ ($\sigma=0.107$)	152	131	303	280
⑨ $L/d=2.5, T/d=2.0$ ($\sigma=0.107$)	150	128	301	278
⑨/⑧	150/152 (0.99)	128/131 (0.98)	301/303 (0.99)	278/280 (0.98)

6. 結 言

管群を有するダクト内音場の音速を評価するため

に、FEM による解析と実験を行い、理論式の有用性を検討した。その結果以下のことが明らかになった。

- (1) 今回の実験および FEM による解析に基づく検討の範囲では、Parker や Blevins が提唱した音速 c と充填率 σ の関係式の理論式

$$\frac{f_n}{f_{n0}} = \frac{1}{\sqrt{1+\sigma}} \frac{c}{c_0}$$

は、充填率の大きな領域では誤差が大きくなり、補正式を導入することで、よりよい一致が得られる。また、格子配列においては、充填率が同じであれば、流れ直角方向ピッチが大きい場合の方が比較的良好に一致することが確認された。

- (2) (1)の結言において補正が必要となる充填率 σ の値は 0.2 以上であり、その場合は

$$\frac{f_n}{f_{n0}} = \frac{1}{\sqrt{1+a\sigma}} \frac{c}{c_0}$$

の式において $a=(10/3)\sigma+1/3$ とすれば解析結果及び実験結果と予測値がよく合う。

- (3) 同充填率である格子配列においては、流れ直角方向ピッチ T/d が小さいものほど、音速がわずかに小さくなることが実験、解析で得られた。
- (4) 同充填率である千鳥配列においては、配列パターンの共鳴周波数の値に及ぼす影響はわずかである。

文 献

- (1) R. Parker, Acoustic Resonances in Passages Containing Banks of Heat Exchanger Tubes, *Journal of Sound and Vibration*, 57, (1979), pp.245-260
- (2) R.D.Blevins, The Effect of Sound on Vortex Shedding from Circular Cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, 161, (1985), pp.217-237
- (3) R.D.Blevins, Acoustic Modes of Heat Exchanger Tube Bundles, *Journal of Sound and Vibration*, 109(1), (1986), pp.19-31
- (4) K. Ishihara, Study on High SPL Sound of Gas Heater Composed of Two Parallel Located Ducts with Tube Bundles (1st Report, Understanding of Phenomenon), *Transaction of the JSME*, 70-689, B (2004.1), pp.126-132
- (5) H. Shiraki, Noise Protection Design and Simulation, *Ohyo Gizyutu Syuppan*, 198
- (6) M.C. QUINN and M.S. HOWE, The influence of mean flow on the acoustic properties of a tube bank, *Proceedings of the Royal Society of London*, A396, (1984), pp.383-40