エネルギーに基づく摩擦系の応答低減マップ*

渡 邊 鉄 也^{*1}, 柄 田 顕 章^{*1}
須 田 峻 一^{*2}, 田 中 基 八 郎^{*3}

Response Reduction Map of Friction System Based on Energy

Tetsuya WATANABE^{*4}, Akinori TOMODA,
Syunichi SUDA and Kihachiro TANAKA^{*4} Division of Mechanical Engineering and Science, Saitama University,
255 Shimo-Okubo, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan

For the past several years, seismic isolation systems have been focused in the seismic design of industrial facilities. This paper deals with the response reduction effect by friction. Friction is expected to decrease the relative displacement by dissipating the vibration energy. The relative displacement between structure and support becomes larger at long period in the case of linear system. Therefore, the response reduction effect by friction should be utilized positively in the seismic design. However, the response magnification of acceleration is used in the seismic design. The acceleration becomes larger by stick and slip motion. Therefore, the response reduction effect by friction is evaluated from the viewpoint of energy. The ratio between elastic energy and input energy is utilized. In this paper, "Response Reduction Map" based on energy for long period friction system is suggested. This map shows the range that energy response ratio is less than the ratio of the linear system. The response reduction map without complex non-linear time history calculation can easily obtain the proper parameters, such as natural period or friction force. At first in this study, the response reduction map by actual earthquake wave is shown. Next, the response reduction map by the artificial earthquake wave calculated from the design spectrum is shown.

Key Words: Friction System, Response Energy, Input Energy, Response Reduction Map, Seismic Design

1. 結 言

近年, 兵庫県南部地震(1995)や新潟県中越地震(2004)などをはじめとする大規模な地震が多発しており, 一般家屋もさることながら産業施設内建造物の被害も多く報告されている。産業施設内建造物は2次的な災害が懸念されるため, 一般家屋とは異なる耐震設計基準が定められている。

ここ数年, 産業施設内建造物の耐震設計において, 免震構造が注目されてきている。免震構造としては, 積層ゴム, 転がり支承, 摩擦支承, ベアリング機構を利用したものなどがあり, 系を長周期化することにより, 地震荷重の伝達を低減させている。系が長周期化すると変位応答が増大するため, ガイドにより変位応答を強制的に拘束するか, ダンパ等の減衰装置を設置しなくてはならない。ダンパを設置した場合, 減衰係

数を大きくすると, 共振振動数が変化することが懸念される。そこで, 摩擦によるエネルギー散逸効果を利用すれば, 共振振動数を変化させることなく応答を低減できると考えられる。筆者らは, これまでの研究⁽¹⁾⁻⁽⁹⁾において, 摩擦のエネルギー散逸効果に注目して応答低減効果を明らかにしてきた。ここでは, 加速度応答のみに注目していたが, 本研究では, エネルギーに注目して摩擦による応答低減効果を評価する。摩擦系の応答計算は, 1自由度非線形系であるため多大な時間を要する。そこで, 摩擦系における応答低減マップを提案する。これは, 線形系よりエネルギーが低減される範囲を示したものであり, 複雑な非線形応答計算をせずに応答低減効果の高いパラメータを推定することが可能である。

本研究では, まず, 正弦3波におけるエネルギー応答の特徴を示す。そして, 実地震波における応答低減マップを示す。最後に, 高圧ガス保安協会の耐震設計指針における応答倍率から逆算して求めた模擬地震波を用いて応答低減マップを示す。

* 原稿受付 2008年12月12日。

^{*1} 正員, 埼玉大学大学院理工学研究科(〒338-8570 さいたま市下大久保255)。^{*2} 埼玉大学大学院理工学研究科。^{*3} 正員, フェロー, 埼玉大学大学院理工学研究科。

E-mail: watanabe@mech.saitama-u.ac.jp

2. エネルギー方程式

2・1 α の定義 1 自由度摩擦系の運動方程式は式(1)で表される.

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{y}) + k(x - y) + f \operatorname{sign}(\dot{x} - \dot{y}) = 0 \quad (1)$$

ここで, m は質量, c は減衰係数, k はばね定数, f は摩擦力, x は質量の変位, y は基礎の変位である.

また, $\operatorname{sign}(x)$ は符号関数で, 以下となる.

$$\operatorname{sign}(x) = \begin{cases} -1 & (x < 0) \\ 0 & (x = 0) \\ 1 & (x > 0) \end{cases} \quad (2)$$

次に, 質量と基礎の相対変位を $z = x - y$ とすると, 式(1)は下記のように変形される.

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz + f \operatorname{sign}(\dot{z}) = -m\ddot{y} \quad (3)$$

ここで, $\frac{c}{m} = 2\zeta\omega$, $\frac{k}{m} = \omega^2$ とすると,

$$\ddot{z} + 2\zeta\omega\dot{z} + \omega^2 z + \frac{f}{m} \operatorname{sign}(\dot{z}) = -\ddot{y} \quad (4)$$

となる.

実機の摩擦系では, 摩擦係数を変化させる, あるいは調整することは困難である. しかし, 摩擦力は垂直抗力を変化させることで調整が可能であることから, 本研究では摩擦力をパラメータとして用いることとする. 入力加速度の最大値を $\ddot{y}_{\max} = A$ と表し, 摩擦力と慣性力の比を式(5)のように α と定義する.

$$\alpha = \frac{f}{Am} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \alpha = 0 & \text{: 線形系} \\ 0 < \alpha < 1 & \text{: 摩擦系} \\ \alpha \geq 1 & \text{: 非しゅう動} \end{cases}$$

α の値によって3種類の系に分類することができる. $\alpha = 0$ の場合は摩擦力がゼロであるので, 線形系である. $0 < \alpha < 1$ では摩擦部でのしゅう動が生じる系である. $\alpha \geq 1$ ではしゅう動は生じない. 式(5)を式(4)に代入すると次のような式となる.

$$\ddot{z} + 2\zeta\omega\dot{z} + \omega^2 z + A\alpha \operatorname{sign}(\dot{z}) = -\ddot{y} \quad (6)$$

数値計算では, α を変化させて式(6)を積分して応答倍率を求める.

2・2 ストップングゾーン 相対速度がゼロになった時の運動方程式を考える.

$$\ddot{z} + \omega^2 z + A\alpha \operatorname{sign}(\dot{z}) = -\ddot{y} \quad (7)$$

変形すると,

$$\ddot{z} = -\omega^2 z - A\alpha \operatorname{sign}(\dot{z}) - \ddot{y} \quad (8)$$

となる. 相対速度が正の状態からストップしたときに相対加速度が負になっていると, そのまま正の方向に運動することができなくなると考える. したがって, 相対速度がゼロになった後, そのまま停止状態を継続する条件は以下ようになる.

$$\ddot{z} = -\omega^2 z - A\alpha - \ddot{y} < 0 \quad (9)$$

変形すると,

$$-\omega^2 z - \ddot{y} < A\alpha \quad (10)$$

また, 相対速度が負の状態からストップしたときに相対加速度が正になっていると, そのまま負の方向に運動することができなくなると考える.

$$\ddot{z} = -\omega^2 z + A\alpha - \ddot{y} > 0 \quad (11)$$

となり,

$$\omega^2 z + \ddot{y} < A\alpha \quad (12)$$

となる. したがって

$$|\omega^2 z + \ddot{y}| < A\alpha \quad (13)$$

がストップする条件となる.

式(12), (13)より, 次式が得られ, 2つの曲線の間でストップすると, その状態を維持し, 曲線で囲まれる範囲の外に出るときに再びしゅう動する. この範囲をストップングゾーンという⁽¹⁰⁾.

$$\begin{aligned} z &> \frac{1}{\omega^2}(-A\alpha - \ddot{y}) \\ z &< \frac{1}{\omega^2}(A\alpha - \ddot{y}) \end{aligned} \quad (14)$$

図1に系の固有周期が0.3秒, 正弦波入力加速度の振動数が1Hz, α が0.6の場合の相対変位とストップングゾーンを示す. ストップングゾーンの中で停止すると, その状態を維持し, ゾーンの外に出るときに再びしゅう動している. したがって, 本研究で用いる応答解析では, スティックスリップを考慮した適切な計算結果が得られることがわかる.

Fig.1 Stopping zone

2・3 エネルギー応答倍率 エネルギーのつりあいの方程式は

$$\int_0^T \ddot{z} dt + \int_0^T 2\zeta \omega \dot{z}^2 dt + \int_0^T \omega^2 z \dot{z} dt + \int_0^T A \alpha \text{sign}(\dot{z}) \dot{z} dt = - \int_0^T \ddot{y} z dt \quad (15)$$

であり、左辺第1項は運動エネルギー、第2項は減衰により散逸されるエネルギー、第3項は弾性歪エネルギー、第4項は摩擦により散逸されるエネルギーであり、右辺は入力エネルギーである。左辺第1項と第3項の和は弾性振動エネルギーである⁽¹¹⁾。ここで、最大弾性振動エネルギーを最大入力エネルギーで除した値を「エネルギー応答倍率 R_E 」とする。

$$R_E = \frac{\left(\int_0^T \ddot{z} z dt + \int_0^T \omega^2 z \dot{z} dt \right)_{\max}}{\left(- \int_0^T \ddot{y} z dt \right)_{\max}} \quad (16)$$

また、振動後（時間を T とする）に系に入力された全エネルギーを入力レベルの2乗で除した値を「入力エネルギー率 I_E 」とする。これにより、線形系では入力レベルによる入力エネルギー率は一定値となる。

$$I_E = \frac{\int_0^T \ddot{y} z dt}{A^2} \quad (17)$$

3. 正弦3波応答

3・1 時刻歴応答 正弦3波とは固有周期の等しい3周期の正弦波であり、実地震波や設計用地震波の代わりに用いられることがある。図2は正弦3波と実地震波の加速度応答倍率を比較したものである。横軸は固有周期、縦軸は加速度応答倍率であり、絶対加速度応答を入力波の絶対加速度で除したものである。下記により算出する。

$$R_A = \frac{|\ddot{x}|_{\max}}{|\ddot{y}|_{\max}} \quad (18)$$

系の減衰比は0.05、 $\alpha=0$ の線形系での応答倍率である。実地震波は、1964年新潟地震におけるNS方向地震波、1968年十勝地震におけるNS方向地震波、1995年兵庫県南部地震におけるJR鷹取駅NS方向地震波、1940年Imperial Valley地震El CentroにおけるNS方向地震波、2004年新潟県中越地震小千谷におけるNS方向地震波（気象庁）、1952年Kern County地震のTaftにおけるN21E方向地震波である。正弦3波は固有周期によらず応答倍率が一定値となる。また、応答倍率は図2のように正弦3波のほうが実地震波より高いので、安全側になる。

図3は正弦3波応答の例として固有周期が2秒、減衰比が0.05、 α が0.3の場合の時刻歴応答である。(a)は絶対加速度、(b)は相対変位、(c)は摩擦部において散

逸されるエネルギーである。(a)、(b)に注目すると、入力波が3周期であるため、3周期以降の応答が減衰していることがわかる。また、スティックスリップの影響で絶対加速度の各周期における最大加速度付近において急激な変化が生じている。相対変位は最終的にゼロにはならず、残留変位があることがわかる。

(c)のエネルギーに注目すると、弾性振動エネルギーは時刻歴応答と同様に3周期後から減衰している。また、摩擦によるエネルギーのほうが減衰によるエネルギーより高い値を示しているが、これは減衰比や α により変動する。今回の減衰比0.05、 $\alpha=0.3$ では摩擦によるエネルギーのほうが大きくなっている。入力エネルギーは摩擦エネルギー、減衰エネルギー、弾性振動エネルギーの和となっている。また、入力加速度が3波であるため、3周期以降は一定値となっている。

Fig.2 Response acceleration spectrum

(a) Time history of absolute acceleration

(b) Time history of relative displacement

(c) Time history of energy

Fig.3 Time history response

3・2 α および固有周期による特性

図4に、 α および固有周期によるエネルギーの最大値を示す。系の減衰比は 0.05 である。(a)は入力エネルギー、(b)は弾性振動エネルギー、(c)は減衰エネルギー、(d)は摩擦エネルギーである。各エネルギーは系の質量で除した値となっている。

入力エネルギーは、固有周期が大きく、 α が小さいほど大きな値を示している。また、各固有周期において、 α がゼロの線形系の場合が最も大きな値となっている。したがって、摩擦が介在すると、正弦3波の場合には入力エネルギーを小さくできる。 $\alpha=1$ の場合にはしゅう動が生じないため相対速度がゼロとなるため、入力エネルギーもゼロとなる。固有周期がゼロの場合には系が剛体となるため相対速度がゼロとなり、入力エネルギーもゼロとなる。弾性振動エネルギーと減衰エネルギーは、入力エネルギーと同様の傾向を示している。

摩擦エネルギーは、固有周期がゼロや $\alpha=1$ の場合にはしゅう動が生じないためゼロとなる。 $\alpha=0$ の場合には線形系であるためエネルギーはゼロとなる。しかし、周期が1秒以上では、 $\alpha=0.31$ が最もエネルギーが大きくなっている。また、減衰比を変化させて計算した結果、減衰比が0.1の場合には $\alpha=0.35$ 、減衰比が0.01の場合には $\alpha=0.2$ となった。したがって、正弦3波の場合には減衰比が0.01~0.1では $\alpha=0.2\sim0.35$ が摩擦によるエネルギー散逸効果が期待できる。

次に、図5に固有周期が5秒の場合の、しゅう動量と摩擦力、摩擦エネルギー、減衰エネルギーの関係を示す。しゅう動量は $\alpha=0$ の場合の最大変位で除して無次元化し、摩擦エネルギー、減衰エネルギーは $\alpha=0$ の場合の入力エネルギーで除して無次元化した。摩擦力は質量で除した値とした。正弦3波の入力は 1m/s^2 としたため、摩擦力は α と等しくなる。各パラメータは次式を用いて算出した。

$$\text{しゅう動量} \quad Sd = \frac{|z|_{\max}}{|z|_{\max}(\alpha=0)} \quad (19)$$

$$\text{摩擦エネルギー} \quad Fe = \frac{\left(\int_0^t A \alpha \text{sign}(\dot{z}) \dot{z} dt \right)_{\max}}{\left(- \int_0^t \ddot{y} z dt \right)_{\max}(\alpha=0)} \quad (20)$$

$$\text{減衰エネルギー} \quad De = \frac{\left(\int_0^t 2\zeta \omega \dot{z}^2 dt \right)_{\max}}{\left(- \int_0^t \ddot{y} z dt \right)_{\max}(\alpha=0)} \quad (21)$$

$$\text{摩擦力} \quad F_f = \frac{f}{m} \quad (22)$$

(a) Input energy

(b) Elastic vibration energy

(c) Damping energy

(d) Friction energy

Fig. 4 Maximum energy respected to α and natural period

減衰エネルギーは、 $\alpha=0$ の場合には入力エネルギーと等しくなるため1から始まり、 α の増加につれて減少し、 $\alpha=1$ ではゼロとなる。しゅう動量は $\alpha=0$ の時に最大となり、 α の増加につれて減少し、 $\alpha=1$ ではゼロとなる。摩擦力は α の増加とともに直線的に増加している。摩擦エネルギーは摩擦力としゅう動量の積となるため、 $\alpha=0.31$ で最大となっている。また、 α がある値を超えると減衰エネルギーより摩擦エネルギーが大きくなることから、摩擦が有効に作用していることがわかる。

3・3 エネルギー応答倍率，入力エネルギー率

図6，図7，図8にそれぞれ，エネルギー応答倍率，入力エネルギー率，加速度応答倍率を示す。加速度応答倍率は最大絶対加速度応答と入力波の絶対加速度で除した値であり，式(18)により算出する。エネルギー応答倍率は固有周期によらず，図6の曲線となり， α の増加につれて減少している。入力エネルギー率は，固有周期が長く， α が小さいほど大きな値となっている。加速度応答倍率は固有周期によらず図8のような曲線となり， α の増加につれて減少している。

3・4 エネルギー応答倍率の比，入力エネルギー率の比

図9，図10にエネルギー応答倍率の比，および入力エネルギー率の比を示す。これらの図は線形系のエネルギー応答倍率および入力エネルギー率で無次元化したものであり， $\alpha=0$ の線形系が1となる。次式により算出した。

$$\text{エネルギー応答倍率の比} \quad RR_E = \frac{R_E}{R_E(\alpha=0)} \quad (23)$$

$$\text{入力エネルギー率の比} \quad RI_E = \frac{I_E}{I_E(\alpha=0)} \quad (24)$$

図9，図10は固有周期を0.05～5秒，系の減衰比を0.01，0.05，0.1に変化させたときの値をプロットしたものである。固有周期，減衰比によらず同様の曲線となり，

Fig.5 Relation of slip distance, friction force and energy

また，図9，図10も同様の曲線となっている。したがって，固有周期，減衰比などのパラメータによらず線形系に対する比を1つの図から推定することが可能となる。

Fig.6 Response energy magnification

Fig.7 Input energy rate

Fig.8 Response magnification

Fig.9 Ratio of response energy magnification

Fig.10 Ratio of input energy rate

Fig.11 Map of RR_E

4. 実地震波における応答低減マップ

応答低減マップとは、横軸を固有周期、縦軸を α にしてプロットしたものである。本研究では、固有周期を 0.05 秒から 5 秒とした。 $\alpha=0$ の線形系よりエネルギーが低減している場合を白色、低減していない場合を黒色とした。入力波は 1940 年 ImperialValley 地震 ElCentro における NS 方向地震波で、減衰比は 0.05 とした。

図 11 に線形系のエネルギー応答倍率に対する摩擦系のエネルギー応答倍率の比 RR_E を用いた場合の応答低減マップの一例を示す。これは、「エネルギー応答低減効果」を示している。この図からエネルギー応答倍率が低減している範囲がわかる。

エネルギー応答倍率は最大入力エネルギーで無次元化しているため、線形系に入力されるエネルギーと、摩擦系に入力されるエネルギーが異なる。そこで、図 12 に入力エネルギー率の線形系に対する比 RI_E を用いた場合のマップを示す。これは、「入力エネルギー低減効果」を示している。すなわち入力エネルギーが線形系より少ない範囲を示している。

次に、図 13 は加速度応答倍率の線形系に対する比であり、次式により算出する。

$$RR_A = \frac{R_A}{R_{A(\alpha=0)}} \quad (25)$$

この図は、加速度応答を基にした従来の応答低減効果である。

図 11 はエネルギー応答倍率の低減範囲、図 12 は入力エネルギーの低減範囲、図 13 は加速度応答倍率の低減範囲を示している。そこで、図 11 と図 12、図 13 全てを満たす場合に、応答低減効果が高いことになる。図 14 に応答低減マップを示す。この図から、エネルギーを考慮した応答低減効果の高いパラメータが推定できる。

Fig.12 Map of RI_E Fig.13 Map of RR_A

Fig.14 Response reduction map

5. 模擬地震波による応答低減マップ

5・1 模擬地震波作成方法 実地震波を用いた応答低減マップには一般性がないため、ここでは、高圧ガス施設等耐震設計指針の応答スペクトルに適合させた模擬地震波を用いる。模擬地震波作成のフローチャートを図 15 に示す⁽¹²⁾。また、図 16 に耐震設計指針の加速度応答スペクトルを示す⁽¹³⁾。図の縦軸は式(18)により求められる。図中の No.1～No.4 は第 1 種地盤～第 4 種地盤である。減衰比は 0.05 である。耐震設計指針の応答スペクトルは 2 秒以上の長周期において加速度が一定となっているが、実際の地震波の応答スペクトルを考慮し、本研究では速度一定として模擬地震波を作成した。長周期における応答スペクトルの扱いは現在検討されているが、まだ指針とはなっていない。図 17 に模擬地震波の一例を示す。

Fig.15 Flow chart of artificial earthquake generation

Fig.16 Design response spectrum

Fig.17 Artificial earthquake

最大加速度は 6m/s^2 とした。また、図 18 に目標スペクトルと模擬地震波のスペクトルの比較を示す。適合させる周期は 0.05～20 秒とした。

5・2 応答低減マップ 前節で作成した模擬地震波を用いて応答低減マップを作成する。図 19～図 22 にそれぞれ第 1 種地盤から第 4 種地盤における模擬地震波を入力した場合の応答低減マップを示す。模擬地震波は各地盤に対して 5 波作成し、応答低減マップは 5 波すべてに対して「エネルギー応答倍率」、「入力エネルギー率」および「加速度応答倍率」が線形系より低減している場合を白色としている。黒色部分は線形系より大きな値となる場合である。横軸は系の固有周期、縦軸は α である。

図 19～図 22 を比較すると、第 1 種地盤では入力波の卓越周期が短いため、励起される周期も短く、短周期での応答低減効果が高くなっている。第 2 種から第 4 種になるにつれて入力波の卓越周期が長くなるため、応答低減効果の高い範囲が長周期になっている。これは、系が励起されることにより、摩擦部におけるしゅう動量が増加し、エネルギー散逸効果が顕著になるためである。

α に注目すると、 α が 0.35 から 0.4 付近において応答低減効果の高い範囲が広いことがわかる。特に第 4 種地盤では固有周期が 0.05 から 5 秒において応答が低減していることがわかる。これは、第 3 章でも示したように、摩擦により散逸されるエネルギーが高くなる α の値が存在するためである。正弦 3 波の場合には $\alpha=0.3$ 付近であったが、模擬地震波の場合には 0.35～0.4 付近であることがわかる。

以上のことから、摩擦系では入力波の卓越周期において系が励起されるため、摩擦によるエネルギー散逸効果が高く、応答は低減されている。また、広範囲の固有周期において応答低減効果が高い α の値が存在することがわかった。入力波によらず、 α を 0.35～0.4 にすれば、入力波の卓越周期では応答低減が期待できる。

Fig.18 Comparison of spectrum

Fig.19 Response reduction map (No.1)

Fig.20 Response reduction map (No.2)

Fig.21 Response reduction map (No.3)

Fig.22 Response reduction map (No.4)

6. 結 言

本研究では、最大弾性振動エネルギーを最大入力エネルギーで除した「エネルギー応答倍率」を用いて、「エネルギー応答低減効果」を評価した。また、系に入力された全エネルギーを入力レベルの2乗で除した「入力エネルギー率」を用いて「入力エネルギー低減効果」を評価した。さらに、エネルギー応答倍率、入力エネルギー率および加速度応答倍率が線形系より低減する範囲を示す、「応答低減マップ」を提案した。まず、正弦3波により、エネルギー応答の基本的な特性を把握した。次に、実地震波における応答低減マップを示した。最後に、高圧ガス保安協会の耐震設計指針における応答倍率から逆算して求めた模擬地震波を用いて、応答低減マップを示した。これにより、複雑な非線形応答計算をせずに応答低減効果の高いパラメータを推定することが可能となり、特に α が 0.35~0.4 が有効であることがわかった。

以上のことから、エネルギーを考慮した摩擦系の耐震設計を行なう上での指針を示すことができた。

参 考 文 献

- (1)Watanabe,T., Mitsumori,T., Suzuki,K., Shimizu,N., Ogawa,N., Minowa,C., Vibration Test of Plant Piping System Having Friction Support, *Trans. of JSME, Series C*, Vol.58, No.552(1992),pp.17-23.
- (2)Watanabe,T., Suzuki,K., Mitsumori,T., Shimizu,N., Seismic Responses of Plant Piping System Having Friction and Vibro-impact Characteristics, *Trans. of JSME, Series C*, Vol.62, No.595(1996),pp.63-68.
- (3)Watanabe,T., Suzuki,K., Seismic Responses of Piping System with Friction Sliding on a Plane, *Trans. of JSME, Series C*, Vol.64, No.617(1998),pp.64-69.
- (4)Watanabe,T., Suzuki,K., Seismic Response Analysis of Piping System with Friction Support (Maximum Response Estimation Using Frictional Response Spectrum), *Trans. of JSME, Series C*, Vol.64, No.619(1998),pp.87-92.
- (5)Watanabe,T., Suzuki,K., Estimation of Equivalent Damping Ratio using Friction Response Spectrum, *Trans. of JSME, Series C*, Vol.66, No.642(2000),pp.87-92.
- (6)Watanabe,T., Tomoda,A., Tanaka,K., Response reduction map under long period friction system, *Trans. of JSME, Series C*, Vol.72, No.722 (2006), pp.151-156.
- (7)Tomoda,A., Watanabe,T., Tanaka,K., Study on Friction Response Spectrum under Long Period System, *Trans. of JSME, Series C*, Vol.73, No.730 (2007), pp.93-98.
- (8)Watanabe,T., Takeda,T., Tanaka,K., Response Reduction Map of Gap System Based on Energy, *Trans. of JSME, Series C*, Vol.74, No.738 (2008), pp.84-89.
- (9)Watanabe,T., Tomoda,A., Tanaka,K., Estimation of the damping ratio of the coupled system based on the damping ratios of two 1-dof systems, *JSME, Journal of System Design and Dynamics*, Vol.2, No.4, (2008)
- (10)Marui,E. and Kato,S., Forced vibration with solid friction, *Trans. of JSME, Series C*, Vol.49, No.443(1983),pp.1146-1152.
- (11)Akiyama,H., Earthquake-resistant Design Method for Buildings Based on Energy Balance, Gihodo-Shuppan, (1999).
- (12)JSME, Computer analysis on dynamics,(1990), pp.223-240.
- (13)KHK, Seismic design of high pressure gas facility, (1997).