弾塑性系応答スペクトルに関する研究*

渡 邊 鉄 也^{*1}, 中 山 仁 志^{*2}
納 田 顕 章^{*1}, 田 中 基 八 郎^{*3}

Study on Response Spectrum of Elast-Plastic System

Tetsuya WATANABE^{*4}, Hitoshi NAKAYAMA,
Akinori TOMODA and Kihachiro TANAKA^{*4} Division of Mechanical Engineering and Science, Saitama University,
255 Shimo-Okubo, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan

For the past several years, large scale earthquakes happened. A lot of industrial facilities were damaged. For example, a nuclear power plant was stopped in The Niigataken Chuetsu-oki Earthquake (2007). These earthquakes have larger acceleration level than the seismic design level. Therefore, the earthquake proof measures are required. There are many dampers as the energy dissipating device. For example, oil damper, visco-elastic damper, magnetic damper, friction damper, elast-plastic damper, and so on. The friction damper and elast-plastic damper are utilized for the large scale earthquake. This paper deals with the response reduction effect by elast-plastic behavior. Elast-plastic behavior is expected to absorb the seismic energy. In this paper, bi-linear model and R-O model are focused as the elast-plastic model. At first, the comparison of the characteristics of these models is taken place. Next, the response spectrum for seismic design is proposed.

Key Words: Elast-Plastic, Bi-Liner Model, R-O Model, Response Spectrum, Seismic Design

1. 結 言

新潟県中越沖地震(2007)において, 産業施設内構造物に被害が生じ, 原子力発電所を停止するという大規模な損害にまで及んだ. 近年, 多発している地震は, 日本がこれまで経験したことがないような振動であり, 耐震設計基準で定められている地震の加速度レベルをはるかに超えている. したがって, 耐震対策が急務であるとされている.

地震動のエネルギーを吸収する装置としてダンパがある. ダンパには, オイルダンパ, 粘弾性ダンパ, 磁気ダンパ, 摩擦ダンパ, 弾塑性ダンパなどがある. この中で, 摩擦ダンパや弾塑性ダンパは大規模地震用として用いられている. 筆者らは, これまでの研究⁽¹⁾⁻⁽⁸⁾において, 摩擦のエネルギー散逸効果に注目して応答低

減効果を明らかにしてきた. また, エネルギーに注目して衝突現象による応答低減効果を評価してきた⁽⁹⁾.

本研究では弾塑性系に注目し, その効果を解析的に明らかにすることを目的とする. 弾塑性系の履歴特性をモデル化する場合, 簡易モデルとして区分線形モデル, R-O モデルなどがある. 本研究では, これらのモデルの特性を比較するとともに, 応答低減効果を明らかにする. 最終的には設計用の応答スペクトルを提案する.

2. 弾塑性系モデル

2・1 運動方程式 1 自由度弾塑性系の力学モデルを図1に示す. m , C , F はそれぞれ構造物の質量, 減衰係数, 弾塑性モデルの力を示し, X および u は構造物および基礎の絶対変位を示す. 運動方程式は

$$m\ddot{X} + C(\dot{X} - \dot{u}) + F = 0 \quad (1)$$

となり, 相対変位を $X - u = x$ とすると

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + F = -m\ddot{u} \quad (2)$$

* 原稿受付 2009年3月31日.

^{*1} 正員, 埼玉大学大学院理工学研究科(〒338-8570 さいたま市下大久保255).^{*2} 埼玉大学大学院理工学研究科.^{*3} 正員, フェロー, 埼玉大学大学院理工学研究科.

E-mail: watanabe@mech.saitama-u.ac.jp

となる。

次に両辺を m で除すと

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \frac{F}{m} = -\ddot{u} \quad (3)$$

となる。ここで、 ω は塑性変形が生じない場合の角固有振動数、 ζ は減衰比である。

Fig.1 Model of elast-plastic system

2・2 区分線形モデル 区分線形モデルは、荷重-変位曲線（履歴曲線）の弾性部分と塑性部分をそれぞれ直線で近似したものである。図2に区分線形モデルの履歴曲線を示す。ここでは、パラメータとして下記を用いる。

$$K = \frac{k_2}{k_1} \quad (4)$$

$$\beta = \frac{F_Y}{m\ddot{x}_{Lin-max}} \quad (5)$$

K は剛性比であり、塑性部分の剛性を弾性部分の剛性で除した値である。 β は降伏荷重 F_Y を、塑性変形しないと仮定した場合の最大絶対加速度 $\ddot{x}_{Lin-max}$ と質量 m で除した値である。最大絶対加速度が生じるとき、慣性力が降伏荷重を超えなければ塑性変形は生じない。したがって、 β が1以上では塑性変形は起こらない。よって、塑性変形生じるのは $0 < \beta < 1$ の場合となる。

2・3 R-Oモデル R-Oモデル⁽¹⁰⁾は、図3に示すような履歴曲線となっている。 F_Y , F_0 , x_Y , x_0 はそれぞれ、降伏荷重、切り替え点での荷重、降伏変位、切り替え点での変位である。このモデルでは、 α および γ によって、履歴曲線の形状を変化させることができる。パラメータとしては、 α , γ の他に式(5)の β を用いる。図4に α , γ による履歴曲線の違いを示す。

この図から α が大きくなると塑性部分の荷重が小さ

くなり、 γ が大きくなると、ループの面積が広くなる傾向にある。

Fig.2 Bi-linear model

Fig.3 R-O model

Fig.4 Hysteresis loop by α and γ

3. 時刻歴応答

3・1 区分線形モデル

図5に時刻歴挙動の一例として、塑性変形が生じない場合の振動数（以降、固有振動数とする）が $f_n=1\text{Hz}$ 、剛性比 $K=0.04$ 、 $\beta=0.5$ 、 $\zeta=0.05$ の場合の時刻歴応答波形を示す。入力波は、1940年 Imperial Valley 地震 El Centro における NS 方向地震波である（以降、El Centro 波とする）。(a)は入力波、(b)は絶対加速度応答、(c)は弾塑性部位におけるエネルギー散逸量である。また、図6は履歴曲線である。縦軸は荷重を質量で除した値とした。これらの図から、エネルギーは入力波の振幅が増加するときに散逸されていることがわかる。また、履歴曲線のループも区分線形になっている。

3・2 R-Oモデル

図7に一例として、 $\alpha=3$ 、 $\gamma=9$ 、 $\beta=0.5$ 、 $\zeta=0.05$ で、固有振動数が $f_n=1\text{Hz}$ の場

合の時刻歴応答波形を示す。降伏荷重は式(5)を用いて算出した。また、降伏変位は

$$x_Y = \frac{\beta \ddot{X}_{\text{Lin-max}}}{(2\pi f_n)^2} \quad (6)$$

のように算出した。R-Oモデルと区分線形モデルの β を同一にしたので、降伏荷重は等しくなっている。また、減衰比、固有振動数も同一にした。入力波は、区分線形モデルと同様に El Centro 波である。(a)は絶対加速度応答、(b)は弾塑性部位におけるエネルギー散逸量である。また、図8は履歴曲線である。R-Oモデルでは、降伏荷重に達していないが、繰り返し運動の1周期で必ずループが生じるため、エネルギーは散逸している。絶対加速度に注目すると、R-Oモデルの最大値は区分線形モデルに比べて小さな値となっている。これは、R-Oモデルでは、荷重-変位が曲線になっているのに対し、区分線形モデルでは降伏点まで直線であり、その後、直線の傾きを変化させているため、線形部分での荷重がR-Oモデルに比べて大きく、最大加速度も大きくなっている。

以上の結果より、区分線形モデルおよびR-Oモデルの時刻歴挙動および履歴挙動を把握できる。

(a) Time history of input wave

(b) Time history of absolute acceleration

(c) Time history of energy

Fig. 5 Time history response (bi-linear model)

Fig. 6 Hysteresis loop (bi-linear model)

(a) Time history of absolute acceleration

(b) Time history of energy

Fig. 7 Time history response (R-O model)

Fig. 8 Hysteresis loop (R-O model)

4. 加速度応答倍率

4・1 区分線形モデル ここでは、パラメータの β と K を変化させたときの加速度応答倍率について把握する。図 9 は固有振動数が 1Hz, 減衰比が 0.05 の場合の加速度応答倍率と弾塑性で散逸されるエネルギーである。高圧ガス設備等耐震設計指針⁽¹²⁾において、基準となる減衰比が 0.05 であることから、0.05 を採用した。加速度応答倍率は、絶対加速度応答を入力波の最大加速度で除した次式で定義される。

$$R_A = \frac{|\ddot{X}|_{\max}}{|\ddot{u}|_{\max}} \quad (7)$$

入力波は正弦 3 波である。 β および K の刻みは 0.05 とした。図 10 は El Centro 波を入力した場合である。加速度応答倍率に注目すると、 β , K が 1 の場合は塑性変形が生じない線形系であり、 β , K が小さいほど加速度応答倍率は小さくなっている。すなわち、降伏荷重が小さく、剛性比が小さいほど加速度応答倍率は低くなる。次に、エネルギーに注目すると、 β , K が 1 の場合は線形系であるため、エネルギー散逸量は 0 である。正弦 3 波の場合は、 $\beta=0.4$, $K=0.05$ が最大であり、El Centro 波の場合は、 $\beta=0.05$, $K=0.05$ が最大であった。正弦 3 波の場合は、塑性域になるまでは共振状態であるが、塑性域になると系の卓越振動数が低下し、入力波の振動数と離れるため、加速度応答は小さくなる。したがって、(a) のような傾向を示す。また、(b) から、降伏荷重が低すぎると振動入力開始後すぐに塑性域になるため、卓越振動数が低下し、エネルギー散逸量も低下している。

4・2 R-O モデル ここでは、パラメータの α と γ を変化させたときの応答倍率について把握する。図 11 は、 $\beta=0.5$, 固有振動数が 1Hz, 減衰比が 0.05 の場合の加速度応答倍率と弾塑性で散逸されるエネルギーである。入力波は正弦 3 波である。図 12 は El Centro 波を入力した場合である。加速度応答倍率に注目すると、 α , γ による顕著な違いは生じていないが、 γ が小さいと応答倍率が小さい傾向にあり、 α が小さいと応答倍率は大きくなる傾向にある。散逸エネルギーに注目すると加速度と同様に、 α , γ による顕著な違いは生じていない。区分線形モデルでは、線形状態（ばね定数が k_1 ）で繰り返し振動すると、系が卓越する。しかし、R-O モデルでは、荷重-変位の関係が線形ではないため、系の卓越が抑制されており、パラメータによる顕著な差が生じないと考えられる。ここでは、 $\beta=0.5$ の一定値としているが、 β を変化させても、傾向

は等しい結果が得られた。

以上のことから、区分線形モデルでは、パラメータにより加速度応答倍率やエネルギー散逸量に顕著な差が生じており、 β , K が小さいほど応答倍率は低下している。R-O モデルではパラメータによる差は、区分線形モデルに比べると少なく、 γ が小さく、 α が大きいほど応答倍率が小さくなる傾向にあることがわかった。

(a) Acceleration response magnification (Bi-linear)

(b) Dissipated energy at hysteresis (Bi-linear)

Fig.9 Response with respect to β, K (Sinusoidal wave)

(a) Acceleration response magnification (Bi-linear)

(b) Dissipated energy at hysteresis (Bi-linear)

Fig.10 Response with respect to β, K (Seismic wave)

(a) Acceleration response magnification (R-O)

(b) Dissipated energy at hysteresis (R-O)

Fig.11 Response with respect to α, γ (Sinusoidal wave)

(a) Acceleration response magnification (R-O)

(b) Dissipated energy at hysteresis (R-O)

Fig.12 Response with respect to α, γ (Seismic wave)

5. 設計用応答スペクトル

5・1 模擬地震波 実地震波を用いた加速度応答倍率には一般性がないため、ここでは、高压ガス設備等耐震設計指針の加速度応答スペクトルに適合させた模擬地震波を用いる。模擬地震波作成のフローチャートを図13に示す⁽¹¹⁾。また、図14に耐震設計指針の応答スペクトルを示す⁽¹²⁾。耐震設計指針では、地盤の種類により4種類の地盤に分類されている。第1種地盤は短周期が卓越し、第4種地盤は長周期が卓越する地盤である。図中の No.1~No.4 は第1種地盤~第4種地盤である。減衰比は0.05である。耐震設計指針の応答スペクトルは2秒以上の長周期において加速度が一定となっているが、実際の地震波の加速度応答スペクトルを考慮し、本研究では速度一定として模擬地震波を作成した。長周期における加速度応答スペクトルの扱いは現在検討されているが、まだ指針とはなっていない。図15に模擬地震波の一例を示す。最大加速度は 6m/s^2 とした。また、図16に目標スペクトルと模擬地震波のスペクトルの比較を示す。適合させる周期は0.05~20秒とした。

Fig.13 Flow chart of artificial earthquake generation

Fig.14 Design response spectrum

Fig.15 Artificial earthquake wave

Fig.16 Comparison of spectrum

5・2 実材料の履歴曲線 ここでは、実在する材料の応力-歪線図から、パラメータ K , α , γ を求める。図 17 に実材料⁽¹³⁾の応力-歪線図と区分線形で近似した直線を示す。(a)の材料は鋳造アルミニウム合金(JIS-AC4CH-T7)であり、(b)は熱処理をしたものである。(a)を材料 A, (b)を材料 B と呼ぶ。直線近似した結果から、材料 A では、 $K=0.0093$, 材料 B では、 $K=0.046$ となった。

次に、図 18 は材料 A と材料 B を R-O モデルで近似したものである。太線が近似線である。材料 A では、 $\alpha=0.02$, $\gamma=23$ であり、材料 B では、 $\alpha=3$, $\gamma=9$ である。以降では、これらのパラメータを用いて設計用応答スペクトルを求めていく。

5・3 区分線形モデル 図 19, 図 20 にそれぞれ第 1 種地盤および第 4 種地盤の応答スペクトルに適合するように作成した模擬地震波を、区分線形モデルに入力した場合の応答スペクトルを示す。系の減衰比は 0.05 である。横軸は系の固有周期で、縦軸は応答倍率である。入力波は各地盤あたり 5 波作成し、応答スペクトルは 5 波の平均とした。(a)は材料 A の場合、(b)は材料 B の場合である。 β は 0.5, 0.3, 0.1 の場合を示した。図中の①は塑性変形をしない線形系での応答スペクトルで、②, ③, ④はそれぞれ、 $\beta=0.5$, $\beta=0.3$,

$\beta=0.1$ の場合である。図 19 では、0.1 秒以下の周期では線形系と区分線形はほぼ等しく、0.5 秒以上になると β による顕著な差が生じており、 β が小さいほど応答倍率は低くなる。これは、 β が小さいほど、塑性変形しやすく、塑性域での復元力が小さいため、免震のような効果が生じたと考えられる。(a)と(b)を比較すると、0.5 秒まではほぼ同じであるが、長周期においては、材料 A の方が若干応答倍率は低くなる。これは、材料 A の方が剛性比が小さいためであり、図 9, 図 10 の傾向と等しい。しかし、両者には顕著な差は生じていないことがわかる。次に、図 20 の第 4 種地盤では、0.1 秒以下でも区分線形の方が応答倍率が低く、0.5 秒を超えると β による顕著な差が生じており、第 1 種地盤と同様に β が小さくなると応答倍率は低くなる。また、材料 A と材料 B を比較すると材料 A の方が応答倍率は低い傾向にある。

(a) Material A

(b) Material B

Fig.17 Hysteresis loop (Bi-linear model)

(a) Material A ($\alpha=0.02$ $\gamma=23$)

(b) Material B ($\alpha=3$ $\gamma=9$)

Fig.18 Hysteresis loop (R-O model)

(a) Material A (Bi-linear)

(b) Material B (Bi-linear)

Fig.19 Response spectrum (Artificial earthquake NO.1)

(a) Material A (Bi-linear)

(b) Material B (Bi-linear)

Fig.20 Response spectrum (Artificial earthquake NO.4)

5・4 R-Oモデル

図 21, 図 22 にそれぞれ第 1 種地盤および第 4 種地盤における応答スペクトルを示す。入力波は区分線形モデルの場合と同様に、各地盤の応答スペクトルに適合するように作成した模擬地震波である。系の減衰比は 0.05 である。図 21 の第 1 種地盤は、区分線形と異なり、0.1 秒以下でも応答が低減されている。β による傾向は区分線形と同様に β が小さくなるほど応答倍率が低くなっている。材料による顕著な違いは見られない。次に、図 22 の第 4 種地盤に注目すると、β が小さくなるにつれ応答倍率は低下しており、材料 A, 材料 B による顕著な差は見られない。以上の結果から、区分線形では、0.1 秒以下では線形系と同程度であり、0.1 秒から 0.5 秒までは β による顕著な差が見られない。0.5 秒以上では、β による差が見られ、β が小さいほど応答倍率は低くなる。R-O モデルでは、0.05 秒から 10 秒までの周期において β が小さいほど応答倍率は低いことがわかる。これらの傾向は地盤種別や材料の違いに対しては、大きく変化しないことがわかる。

実材料の履歴曲線の近似としては、R-O モデルの方が良好に近似できていることから、R-O モデルを用いるのが良いと考えられる。しかし、1 秒以上の長周期では、区分線形と R-O モデルの傾向は似ており、長周期系において区分線形モデルを使用して応答倍率を推定することが可能であると考えられる。

(a) Material A (R-O)

(b) Material B (R-O)

Fig.21 Response spectrum (Artificial earthquake NO.1)

(a) Material A (R-O)

(b) Material B (R-O)

Fig.22 Response spectrum (Artificial earthquake NO.4)

6. 結 言

本研究では、弾塑性モデルとして、区分線形モデルと R-O モデルに注目して、時刻歴応答の特徴を調査した。次に、パラメータを変化させたときの加速度応答倍率を把握した。さらに、実材料の履歴曲線を各モデルで近似し、模擬地震波を入力したときの応答スペクトルを示した。その結果、地盤種別や材料によって、スペクトルが大きく変化することはないことがわかった。また、 β が大きいほど応答倍率が低下することがわかった。さらに、区分線形モデルでは、短周期系において応答倍率が低下せず、R-O モデルでは低下していることから、区分線形系は長周期系に対して適用できることがわかった。

参 考 文 献

- (1) Watanabe, T., Mitsumori, T., Suzuki, K., Shimizu, N., Ogawa, N., Minowa, C., Vibration Test of Plant Piping System Having Friction Support, *Trans. of JSME, Series C*, Vol.58, No.552(1992), pp.17-23.
- (2) Watanabe, T., Suzuki, K., Mitsumori, T., Shimizu, N., Seismic Responses of Plant Piping System Having Friction and Vibro-impact Characteristics, *Trans. of JSME, Series C*, Vol.62, No.595(1996), pp.63-68.
- (3) Watanabe, T., Suzuki, K., Seismic Responses of Piping System with Friction Sliding on a Plane, *Trans. of JSME, Series C*, Vol.64, No.617(1998), pp.64-69.
- (4) Watanabe, T., Suzuki, K., Seismic Response Analysis of Piping System with Friction Support (Maximum Response Estimation Using Frictional Response Spectrum), *Trans. of JSME, Series C*, Vol.64, No.619(1998), pp.87-92.
- (5) Watanabe, T., Suzuki, K., Estimation of Equivalent Damping Ratio using Friction Response Spectrum, *Trans. of JSME, Series C*, Vol.66, No.642(2000), pp.87-92.
- (6) Watanabe, T., Tomoda, A., Tanaka, K., Response reduction map under long period friction system, *Trans. of JSME, Series C*, Vol.72, No.722 (2006), pp.151-156.
- (7) Tomoda, A., Watanabe, T., Tanaka, K., Study on Friction Response Spectrum under Long Period System, *Trans. of JSME, Series C*, Vol.73, No.730 (2007), pp.93-98.
- (8) Watanabe, T., Tomoda, A., Tanaka, K., Estimation of the damping ratio of the coupled system based on the damping ratios of two 1-dof systems, *JSME, Journal of System Design and Dynamics*, Vol.2, No.4, (2008)
- (9) Watanabe, T., Takeda, T., Tanaka, K., Response Reduction Map of Gap System Based on Energy, *Trans. of JSME, Series C*, Vol.74, No.738 (2008), pp.84-89.
- (10) Jennings, C., Paul, Periodic response of a general yielding structure, *Journal of the engineering mechanical division proceedings of the American Society of Civil Engineers*, (1964)
- (11) JSME, Computer analysis on dynamics, (1990), pp.223-240.
- (12) KHK, Seismic design of high pressure gas facility, (1997).
- (13) Chen, An-long, Arai, Y., Tsuchida, E., An experimental study on effect of thermal cycling on monotonic and cyclic response of cast aluminium alloy-SiC particulate composites, *Composites Part B* 36 (2005) pp.319-330.