マルチスケール解析による多孔質吸音材モデル*

山本崇史^{*1}, 丸山新一^{*1}, 泉井一浩^{*2}
西脇眞二^{*2}, 寺田賢二郎^{*3}A Model for Sound-Absorbing Poroelastic Material
Using Multiscale AnalysisTakashi YAMAMOTO^{*4}, Shinichi MARUYAMA, Kazuhiro IZUI,
Shinji NISHIWAKI and Kenjiro TERADA^{**} Nissan Motor Co., Ltd.,
560-2 Okatsukoku, Atsugi-shi, Kanagawa, 243-0192 Japan

In this paper we propose a model for sound-absorbing poroelastic materials using the homogenization method, based on the asymptotic approach. In contrast to the conventional Biot's model which is empirical and is not linked with the microstructure, the proposed model is consistent with microscopic structure and yields a macroscopic governing equation with properties predicted directly from microscopic geometry. In this model, four properties for the solid phase and two properties for the fluid phase are calculated by averaging characteristic functions of the periodic microscale model. These properties are then substituted into the macroscopic governing equations to evaluate performance such as the sound absorption coefficient for normal incidence. The proposed model is reduced to an equivalent monophasic model, i.e., an elastic solid model when the pore size is infinitely small, and a fluid model governed by the Helmholtz equation when the bulk modulus of the solid phase is sufficiently high compared to the bulk modulus of the fluid phase. Utilizing two-dimensional models with simple microscopic geometries where analytical solutions of sound absorption coefficients for normal incidence can be obtained, we show that the proposed method can provide accurate numerical solutions that converge to solutions obtained analytically as the discretization parameter of the microstructural model is made smaller. We also show how the actual size of the microscale affects the sound absorption coefficient, using a three-dimensional microstructure model.

Key Words: Sound and Acoustic, Simulation, Damping, Sound Absorption, Homogenization, Poroelastic Material

1. 緒 言

自動車走行中の室内における静粛性の向上は、乗車中の快適性を高める重要な要素である。その代表的な方策の一つとして、フロアカーペットなどの多孔質吸音材が多用されている。多孔質吸音材の性能を示す代表的な特性は吸音率であり、その予測は多孔質吸音材の設計に欠かすことができない。一般的に多孔質吸音材は、基材となる固体相と、数 μm から数百 μm の径の流路からなる流体相が混在した構造をしており、吸音率などの特性はこの微視的な構造に大きく依存する。

吸音率を予測するために、これまで使われてきたモデルの一つは、DelanyとBazley⁽¹⁾による経験則に基づいたモデルである。必要となるパラメータは流れ抵抗のみであるが、流体相しか考慮しておらず、さらに流体相の体積分率が大きい100%に近い繊維系の吸音材に適用は限定される。また、Biot⁽²⁾⁽³⁾, Allard⁽⁴⁾, Atallaら⁽⁵⁾による解析解に基づいたモデル(以降、Biotのモデルと呼ぶ)も近年広く適用されている。このモデルは、固体相と流体相の両方の特性を考慮しており、弾性定数や流れ抵抗など8つのパラメータで表現されている。しかし、パラメータはマクロなスケールで定義されており、多孔質吸音材の微視構造と直接関係付けることはできない。

一方、多孔質体の微視構造からマクロスケールにおける特性や支配方程式を導出することを目的とした研究について、これまでにいくつか報告されている。こ

* 原稿受付 2010年2月22日。

^{*1} 正員, 日産自動車(株) (〒243-0192 厚木市岡津古久 560-2)。^{*2} 正員, 京都大学大学院工学研究科機械理工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)。^{*3} 正員, 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)。

E-mail: tks-yamamoto@mail.nissan.co.jp

これらの事例では土壌や岩盤などの多孔質体を対象としたものが多く、いずれも均質化法を適用したものである。例えば、Aulialt ら⁽⁶⁾は多孔質体の固体相が剛壁で流体相の流れが定常である場合について Darcy 則を導出し、実験による検証を行っている。Terada ら⁽⁷⁾は多孔質体の固体相が弾性壁の場合について定式化を行い、各相の挙動について数値計算を行っている。Levy⁽⁸⁾や Burridge ら⁽⁹⁾は多孔質体の固体相が弾性壁で、流体相が断熱的に振動する場合についてマクロスケールにおける支配方程式を導出している。また、Boutin ら⁽¹⁰⁾は多孔質体の流体相における熱散逸のみを対象にし、均質化法を適用しマクロスケールにおける挙動を調べている。しかし、多孔質吸音材においては、固体相を構成する弾性体の挙動、流体相の媒質である空気の粘性流体としての挙動、および流体相で発生する熱の挙動が相互に連成するマルチフィジクスの問題となる。多孔質吸音材における物理現象からみると、いずれの事例も現象の一部を扱ったものになっている。

そこで本論文では、流体相における粘性および熱の散逸による減衰、そして弾性体で構成される固体相との連成の全ての現象を考慮し、ミクロスケールにおける支配方程式に漸近展開法に基づく均質化法を用いることで、マクロスケールにおける多孔質吸音材モデルを導出する。なお、筆者らは既報⁽¹¹⁾において、多孔質吸音材のミクロスケールにおけるモデルに均質化法を適用し、等価密度などの均質化特性を求める手法を提案しており、本論文においてもこの手法を取り込んでいる。

2章ではまず、本論文において提案するモデルとの比較のため、まず Biot のモデルについて概説する。次に3章で、本研究で適用するミクロスケールにおける支配方程式を示し、4章で漸近展開法に基づく均質化法を適用しマクロスケールにおける平衡式および構成式を導出する。また、それらを有限要素法により解く場合に必要となる弱形式を導き出す。最後に5章で、吸音材の代表的なマクロ特性である垂直入射吸音率について本論文で提案する手法による数値解と理論解を比較し有効性を検証する。

以下で用いる変位や圧力などの状態量は全て、角振動数 ω で微小振幅の調和振動をするものと仮定し、断りのない限り周波数領域で表すものとする。また、流体相の圧力、温度、質量密度に関しては平衡状態（圧力 P_0 、温度 T_0 、質量密度 ρ_0^f ）からの変動量を表す。なお、固体相は線形弾性体、流体相は圧縮性の粘性流体で構成され、流体相は全て連結しているものとする。

2. Biot のモデル

ここでは、本論文において提案するモデルとの比較のため、まず Biot のモデルの平衡式と構成式を簡単に説明する。詳細には文献⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾を参照されたい。

固体相および流体相の平衡式は、固体相の変位 u_i^s と、流体相の圧力 p^f により $p^f = -j\omega\psi^f$ と定義されるポテンシャル ψ^f を用いて、それぞれ以下のように表される。

$$\frac{\partial \hat{\sigma}_{ij}^s}{\partial x_j} + \bar{\rho}\omega^2 u_i^s - j\omega\tilde{\gamma}\frac{\partial \psi^f}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\phi^2}{\rho^{fc}} \frac{\partial^2 \psi^f}{\partial x_i^2} + \omega^2 \frac{\phi^2}{R} \psi^f - j\omega\tilde{\gamma}\frac{\partial u_i^s}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

なお、 $\bar{\rho} = \rho^{sc} - \frac{\rho^{cc2}}{\rho^{fc}}$ 、 $\tilde{\gamma} = \phi \left(\frac{\rho^{cc}}{\rho^{fc}} - \frac{Q}{R} \right)$ である。また、固体相および流体相の構成式はそれぞれ次の式で表される。

$$\sigma_{ij}^s = \lambda^s \varepsilon_{kk}^s \delta_{ij} + 2\mu^s \varepsilon_{ij}^s - \frac{Q}{R} \phi p^f \delta_{ij} \quad (3)$$

$$\sigma^f = -\phi p^f = Q \varepsilon_{kk}^s + R \varepsilon_{kk}^f \quad (4)$$

以上の式において、 σ_{ij}^s 、 σ^f 、 ε_{ij}^s 、 ε_{ij}^f 、 ρ^s 、 ρ_0^f はそれぞれ固体相および流体相の応力、ひずみ、質量密度、 λ^s 、 μ^s は固体相の Lamé の定数である。 $\hat{\sigma}_{ij}^s$ は流体相との連成を考慮しない固体相のみの応力で $\hat{\sigma}_{ij}^s = \lambda^s \varepsilon_{kk}^s \delta_{ij} + 2\mu^s \varepsilon_{ij}^s$ である。また、 ρ^{sc} 、 ρ^{cc} 、 ρ^{fc} は流体相の粘性力を考慮した等価的な密度で、空孔率 ϕ 、トーチュオシティ α_∞ 、空気流れ抵抗 σ 、粘性代表長さ Λ というパラメータを用いて以下で表される。

$$\rho^{sc} = (1 - \phi)\rho^s + (\alpha_\infty - 1)\phi\rho_0^f + \frac{\sigma\phi^2}{j\omega} G(\omega) \quad (5)$$

$$\rho^{cc} = -(\alpha_\infty - 1)\phi\rho_0^f - \frac{\sigma\phi^2}{j\omega} G(\omega) \quad (6)$$

$$\rho^{fc} = \phi\rho_0^f + (\alpha_\infty - 1)\phi\rho_0^f + \frac{\sigma\phi^2}{j\omega} G(\omega) \quad (7)$$

$$G(\omega) = \left(1 + \frac{4j\omega v \rho^{f2} \alpha_\infty^2}{\Lambda^2 \sigma^2 \phi^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

なお、 v は動粘性係数である。 Q 、 R は、固体相の材料そのものの体積弾性率 K^b を用いて

$$Q = \frac{\phi A_1 K^b}{A_1 + \phi A_2} \quad (9)$$

$$R = \frac{\phi^2 K^b}{A_1 + \phi A_2} \quad (10)$$

となる。ここで、 $A_1 = 1 - \phi - K^s/K^b$ 、 $A_2 = K^b/K^f$ で、 K^s は固体相の体積弾性率である。また、 K^f は熱散逸を考慮した流体相の体積弾性率で、温度代表長さ Λ'

というパラメータを用いて次式で与えられる.

$$K^f = \frac{\gamma P_0}{\gamma - (\gamma - 1) \left[1 + \frac{8v'}{j\omega\Lambda'^2} \left(1 + \frac{j\omega\Lambda'^2}{16v'} \right)^{1/2} \right]^{-1}} \quad (11)$$

ここで, v' は温度拡散率, γ は比熱比である.

以上に示したように, 固体相に関しては, Lamé の定数 λ^s , μ^s , 質量密度 ρ^s の3つ, 流体相に関しては, 空孔率 ϕ , トーチュオシティ α_∞ , 空気流れ抵抗 σ , 粘性代表長さ Λ , 温度代表長さ Λ' の5つのパラメータが用いられている. これらはいずれもマクロなスケールで定義されており, 多孔質吸音材の微視構造と直接関係付けることはできない.

3. 支配方程式

多孔質吸音材のミクロスケールにおける支配方程式について説明する. まず, 固体相の支配方程式は弾性テンソルを c_{ijkl}^s として, 次に示す式で表される.

$$-\rho^s \omega^2 u_i^s = \frac{\partial \sigma_{ij}^s}{\partial x_j} \quad (12)$$

$$\sigma_{ij}^s = c_{ijkl}^s \varepsilon_{kl}^s \quad (13)$$

$$\varepsilon_{kl}^s = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k^s}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l^s}{\partial x_k} \right) \quad (14)$$

次に, 流体相に関しては, 速度を v_i^f , 質量密度を δ^f とすると流体相に関する質量保存則および状態方程式は, それぞれ以下の式で表される.

$$\rho_0^f \frac{\partial v_i^f}{\partial x_i} + j\omega \delta^f = 0 \quad (15)$$

$$\frac{p^f}{P_0} = \frac{\delta^f}{\rho_0^f} + \frac{\tau^f}{T_0} \quad (16)$$

そして, 流体相の流れ場に関する支配方程式は, 以下の線形化された Navier-Stokes の方程式で表される.

$$\rho_0^f j\omega v_i^f = \frac{\partial \sigma_{ij}^f}{\partial x_j} \quad (17)$$

$$\sigma_{ij}^f = -p^f \delta_{ij} + 2\mu^f \dot{\varepsilon}_{ij}^f - \frac{2}{3}\mu^f \delta_{ij} \dot{\varepsilon}_{kk}^f \quad (18)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^f = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i^f}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j^f}{\partial x_i} \right) \quad (19)$$

ここで, μ^f は粘性係数である.

また, 固体相の比熱は流体相の比熱に比して十分大きく, 平衡状態での温度 T_0 を保持すると仮定すると, 流体相の温度場に関する支配方程式は, 熱力学の第一

法則より次式のように表すことができる.

$$-\frac{\partial q_i^f}{\partial x_i} = j\omega \rho_0^f C_v^f \tau^f + (j\omega \rho_0^f R \tau^f - j\omega p^f) \quad (20)$$

$$q_i^f = -\kappa_{ij}^f \frac{\partial \tau^f}{\partial x_j} \quad (21)$$

ここで, τ^f , C_v^f , q_i^f , κ_{ij}^f はそれぞれ流体相の温度, 定積比熱, 熱流速, 熱伝導率で, R は気体定数である. なお, 式 (20) の右辺第一項は単位体積あたりの内部エネルギー変化, 第二, 第三項は状態方程式より外部仕事を表している.

最後に, 固体相と流体相の境界 Γ^{sf} における境界条件は, 速度, 垂直応力および温度の連続性から, 次のように書くことができる.

$$j\omega u_i^s = v_i^f \quad (22)$$

$$\sigma_{ij}^s n_j^s + \sigma_{ij}^f n_j^f = 0 \quad (23)$$

$$\tau^s = 0 \quad (24)$$

ここで, n_i^s , n_i^f はそれぞれ, Γ^{sf} に立てた固体相, 流体相の領域外向きの単位法線ベクトルである.

4. マルチスケール解析による多孔質体のモデル

ここでは, 漸近展開に基づく均質化法の一般的な手順⁽¹²⁾にしたがい, ミクロスケールのモデルからマクロスケールにおける多孔質体モデルを導出する. すなわち, 状態量 u_i^s , v_i^f , p^f , τ^f , δ^f に対してそれぞれ漸近展開形の解

$$u_i^s = u_i^{s(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon u_i^{s(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon^2 u_i^{s(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots$$

$$v_i^f = v_i^{f(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon v_i^{f(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon^2 v_i^{f(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots$$

$$p^f = p^{f(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon p^{f(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon^2 p^{f(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots$$

$$\tau^f = \tau^{f(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon \tau^{f(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon^2 \tau^{f(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots$$

$$\delta^f = \delta^{f(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon \delta^{f(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon^2 \delta^{f(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots$$

を仮定し, ミクロスケールにおける一連の支配方程式 (12)~(24) に代入する. そして, ε のオーダーごとにについて関係式を立て, そこからマクロスケールにおける支配方程式を導出する. なお, $\mathbf{x}$ はマクロスケールにおける空間変数, $\mathbf{y}$ はミクロスケールにおける空間変数で $\mathbf{y} = \mathbf{x}/\varepsilon$ ($\varepsilon \ll 1$) である. また, 上式右辺の全ての項は $\mathbf{y}$ について周期的 (Y -periodic) である.

4.1 スケーリング ミクロスケール, マクロスケールの代表長さをそれぞれ l , L とし, その比を $\varepsilon = l/L$ とする. また, 微視構造は周期的であると仮定し, その単位領域 (ユニットセル) を Y とする. ここでは, l はユニットセルの大きさ, L は多孔質体における波長の長さにとる. 一般的な吸音材料では, 空

孔の大きさは数 μm から数百 μm であり、ユニットセルの大きさはその数倍程度でほぼ同じオーダーと考えられる。また、対象周波数の上限を 6.4 kHz とすると、その上限周波数において音の波長は空気中で約 50 mm, 吸音材料内部では一般にそれより波長は若干短くなるもののオーダーは同じである⁽¹³⁾。したがって、 ε としては 1.0×10^{-2} あるいはそれ以下のオーダーとなり、スケール分離ができることが分かる。

多孔質体による吸音は主として流体相において、固体相との境界付近で生じる粘性減衰と熱散逸に起因する。これらの効果が卓越する領域の大きさをそれぞれ粘性境界層厚さ δ_v , 温度境界層厚さ δ_t といい、以下のように表される。

$$\delta_v = \left(\frac{\mu^f}{\rho_0^f \omega} \right)^{1/2}, \quad \delta_t = \left(\frac{\kappa_0^f}{\rho_0^f \omega C_p^f} \right)^{1/2} \quad (25)$$

ここで、 κ_0^f は流体の媒質の特性としての熱伝導率、 C_p^f は定圧比熱を表す。これらの大きさは、多孔質体に吸音効果がある場合、多孔質体の空孔の大きさのスケールにほぼ等しい。このことを考慮すると、式 (25) から以下の関係式を得ることができる。

$$O\left(\frac{\mu^f/L^2}{\rho_0^f \omega}\right) = O\left(\frac{\kappa_0^f/L^2}{\rho_0^f \omega C_p^f}\right) = O(\varepsilon^2) \quad (26)$$

これより、式 (18) と (21) はそれぞれ次のように書き直すことができる。

$$\sigma_{ij}^f = -p^f \delta_{ij} + 2\varepsilon^2 \mu^f \varepsilon_{ij}^f - \frac{2}{3} \varepsilon^2 \mu^f \delta_{ij} \varepsilon_{kk}^f \quad (27)$$

$$q_i^f = -\varepsilon^2 \kappa_0^f \frac{\partial \tau^f}{\partial x_i} \quad (28)$$

これは、粘性による減衰や熱の拡散はミクロレベルで生じるためマクロな視点では見えないことを意味している。

4.2 各オーダーごとの関係式 まず、式 (12) の ε^{-2} のオーダーから

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^{(-1)}}{\partial y_j} = 0 \quad (29)$$

を得ることができる。また、(17) の ε^{-1} のオーダーから

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^{f(0)}}{\partial y_j} = 0 \quad (30)$$

が成り立つ。式 (12), (17), (20), (13), (18), (15), (16) の ε^0 のオーダーからは以下に示す式を得ることがで

きる。

$$-\rho^s \omega^2 u_i^{s(0)} = \frac{\partial \sigma_{ij}^{s(0)}}{\partial x_j} + \frac{\partial \sigma_{ij}^{s(1)}}{\partial y_j} \quad (31)$$

$$\rho_0^f j \omega v_i^{f(0)} = \frac{\partial \sigma_{ij}^{f(0)}}{\partial x_j} + \frac{\partial \sigma_{ij}^{f(1)}}{\partial y_j} \quad (32)$$

$$-\frac{\partial q_i^{f(1)}}{\partial y_i} = j \omega \rho_0^f C_p^f \tau^{f(0)} - j \omega p^{f(0)} \quad (33)$$

$$\sigma_{ij}^{s(0)} = \frac{1}{2} c_{ijkl}^s \left(\frac{\partial u_k^{s(0)}}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l^{s(0)}}{\partial x_k} \right) + \frac{1}{2} c_{ijkl}^s \left(\frac{\partial u_k^{s(1)}}{\partial y_l} + \frac{\partial u_l^{s(1)}}{\partial y_k} \right) \quad (34)$$

$$\sigma_{ij}^{f(0)} = -p^{f(0)} \delta_{ij} \quad (35)$$

$$\rho_0^f \left[\frac{\partial v_i^{f(0)}}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i^{f(1)}}{\partial y_i} \right] + j \omega \delta^{(0)} = 0 \quad (36)$$

$$\frac{p^{f(0)}}{P_0} = \frac{\delta^{(0)}}{\rho_0^f} + \frac{\tau^{f(0)}}{T_0} \quad (37)$$

さらに、式 (23) の ε^1 のオーダーから次の関係式が成り立つ。

$$\sigma_{ij}^{s(1)} n_j^s + \sigma_{ij}^{f(1)} n_j^f = 0 \quad (38)$$

4.3 固体相の支配方程式

4.3.1 平衡式 まず、 ε^{-2} のオーダーの固体相の平衡式 (29) より $u^{s(0)}$ が $\mathbf{x}$ のみの関数であることが分かる。また、 ε^{-1} のオーダーの流体相の平衡式 (30) と ε^0 のオーダーの流体相の構成式 (35) より $p^{f(0)}$ が $\mathbf{x}$ のみの関数であることが分かる。

ε^0 のオーダーの固体相および流体相の平衡式 (31), (32) から、 $\sigma_{ij}^{s(1)}$ と $\sigma_{ij}^{f(1)}$ が周期解を持つための条件として、構成式 (35) および ε^1 のオーダーにおける境界 Γ^{sf} での応力のつりあい条件式 (38) を考慮すると、次の式を得ることができる。

$$-\rho^s \omega^2 u_i^{s(0)}(\mathbf{x}) + \rho_0^f j \omega \langle v_i^{f(0)} \rangle = \frac{\partial \langle \sigma_{ij}^{s(0)} \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial (-\phi p^{f(0)}(\mathbf{x}))}{\partial x_i} \quad (39)$$

なお、 $\langle \rangle$ は Y における体積平均を表す。ここで、 ε^0 のオーダーにおける流体相の固体相に対する相対速度 $w_i^{f(0)} = v_i^{f(0)} - j \omega u_i^{s(0)}$ を導入し、その体積平均を上式に代入すると、以下のマクロスケールにおける平衡式

を得ることができる。

$$-\bar{\rho}\omega^2 u_i^{s(0)}(\mathbf{x}) + \rho_0^f j\omega \langle w_i^{f(0)} \rangle = \frac{\partial \langle \sigma_{ij}^{s(0)} \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial (-\phi p^{f(0)}(\mathbf{x}))}{\partial x_i} \quad (40)$$

なお、 $\bar{\rho}$ は多孔質体の平均質量密度で $(1-\phi)\rho^s + \phi\rho_0^f$ である。

4.3.2 構成式 ε^1 のオーダーにおける固体相の変位 $u_i^{s(1)}$ は、線形性を考慮すると $\chi_i^{pq}(\mathbf{y})$, $\eta_i(\mathbf{y})$ を Y -periodic な特性関数として以下のように書くことができる。

$$u_i^{s(1)} = -\chi_i^{pq}(\mathbf{y}) \varepsilon_{pq}^{s(0)}(\mathbf{x}) - \eta_i(\mathbf{y}) p^{f(0)}(\mathbf{x}) \quad (41)$$

ここで、 $\varepsilon_{kl}^{s(0)}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k^{s(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l^{s(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_k} \right)$ である。

これを ε^0 のオーダーの固体相の構成式 (34) に代入し体積平均をとると、次式で表わされるようにマクロスケールにおける固体相の構成式を得ることができる。

$$\langle \sigma_{ij}^{s(0)} \rangle = c_{ijkl}^H \varepsilon_{kl}^{s(0)}(\mathbf{x}) - k_{ij}^H p^{f(0)}(\mathbf{x}) \quad (42)$$

ここで、 c_{ijkl}^H , k_{ij}^H はそれぞれ均質化弾性係数、均質化連成係数で、それぞれ以下の式で求めることができる。

$$c_{ijkl}^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y \left[c_{ijkl}^s - c_{ijpq}^s \frac{\partial \chi_p^{kl}(\mathbf{y})}{\partial y_q} \right] dY \quad (43)$$

$$k_{ij}^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y c_{ijkl}^s \frac{\partial \eta_k(\mathbf{y})}{\partial y_l} dY \quad (44)$$

ただし、 $|Y|$ はユニットセル Y の体積である。

4.4 流体相の支配方程式

4.4.1 平衡式 ε^0 のオーダーの流体相の速度場の平衡式 (32) に相対速度 $w_i^{f(0)} = v_i^{f(0)} - j\omega u_i^{s(0)}(\mathbf{x})$ を代入すると以下のように書ける。

$$\rho_0^f j\omega w_i^{f(0)} - \frac{\partial \sigma_{ij}^{f(1)}}{\partial y_j} = \rho_0^f \omega^2 u_i^{s(0)}(\mathbf{x}) - \frac{\partial p^{f(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_i} \quad (45)$$

右辺の $\mathbf{y}$ には依存しない項に対する線形性を考慮すると、 Y -periodic な特性関数 $\xi_i^k(\mathbf{y})$ を用いて、 $w_i^{f(0)}$ は次式のように書くことができる。

$$w_i^{f(0)} = \xi_i^k(\mathbf{y}) \left[\rho_0^f \omega^2 u_k^{s(0)}(\mathbf{x}) - \frac{\partial p^{f(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_k} \right] \quad (46)$$

この式の領域 Y における体積平均をとると、 $u^{s(0)}$ と $p^{f(0)}$ は $\mathbf{x}$ のみの関数であるから次のように書ける。

$$\langle w_i^{f(0)} \rangle = \langle \xi_i^k(\mathbf{y}) \rangle \left[\rho_0^f \omega^2 u_k^{s(0)}(\mathbf{x}) - \frac{\partial p^{f(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_k} \right] \quad (47)$$

これは応力勾配と速度の関係を表したものであり、平衡式として解釈できる。

4.4.2 構成式 ε^0 のオーダーの流体相の質量保存則 (36) に関して Y における体積平均をとると次の式を得ることができる。

$$\frac{\partial \langle v_i^{f(0)} \rangle}{\partial x_i} + \frac{1}{|Y|} \int_Y \frac{\partial v_i^{f(1)}}{\partial y_i} dY = -j\omega \frac{\langle \delta^{(0)} \rangle}{\rho_0^f} \quad (48)$$

以下、この式を $\mathbf{x}$ にのみ依存するマクロスケールの変数と係数を用いて表すことを考える。

まず、左辺の第一項に相対速度の体積平均 $\langle w_i^{f(0)} \rangle = \langle v_i^{f(0)} \rangle - j\omega \phi u_i^{s(0)}(\mathbf{x})$ を代入すると以下のように書き直せる。

$$\frac{\partial \langle w_i^{f(0)} \rangle}{\partial x_i} + j\omega \phi \frac{\partial u_i^{s(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_i} + \frac{1}{|Y|} \int_Y \frac{\partial v_i^{f(1)}}{\partial y_i} dY = -j\omega \frac{\langle \delta^{(0)} \rangle}{\rho_0^f} \quad (49)$$

次に、上式右辺の密度項について考える。 ε^0 のオーダーにおける流体相の温度 $\tau^{f(0)}$ は、式 (33) から $p^{f(0)}(\mathbf{x})$ に対して線形性があることが分かる。このことを考慮すると、 $\tau^{f(0)}$ は $\zeta(\mathbf{y})$ を Y -periodic な特性関数として以下のように表すことができる。

$$\tau^{f(0)} = \frac{1}{\rho_0^f C_p^f} \zeta(\mathbf{y}) p^{f(0)}(\mathbf{x}) \quad (50)$$

この式の領域 Y における体積平均をとり、 ε^0 のオーダーにおける状態方程式 (37) の体積平均に代入して $\tau^{f(0)}$ を消去すると以下に示すように密度の体積平均 $\langle \delta^{(0)} \rangle$ を圧力 $p^{f(0)}(\mathbf{x})$ を用いて表すことができる。

$$-j\omega \frac{\langle \delta^{(0)} \rangle}{\rho_0^f} = -j\omega \frac{\phi}{K^f} p^{f(0)}(\mathbf{x}) \quad (51)$$

$$K^f = \frac{\gamma P_0}{\gamma - (\gamma - 1) \frac{1}{\phi} \langle \zeta(\mathbf{y}) \rangle} \quad (52)$$

ここで、 K^f は流体相の等価的な体積弾性率である。これを式 (49) に代入すると次式のように変形できる。

$$\frac{\partial \langle w_i^{f(0)} \rangle}{\partial x_i} + j\omega \phi \frac{\partial u_i^{s(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_i} + \frac{1}{|Y|} \int_Y \frac{\partial v_i^{f(1)}}{\partial y_i} dY = -j\omega \frac{\phi}{K^f} p^{f(0)}(\mathbf{x}) \quad (53)$$

最後に、上式の左辺第三項について考える。 ε^1 のオーダーにおける Γ^f での境界条件式 (38) の弱形式に Gauss の発散定理を用いると、次式が成り立つ。

$$\frac{1}{|Y|} \int_Y j\omega \frac{\partial u_i^{s(1)}}{\partial y_i} dY + \frac{1}{|Y|} \int_Y \frac{\partial v_i^{f(1)}}{\partial y_i} dY = 0 \quad (54)$$

これを式 (53) に代入すると、以下のように書き直すこ

とができる.

$$\frac{\partial \langle w_i^{f(0)} \rangle}{\partial x_i} + j\omega\phi \frac{\partial u_i^{s(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_i} - \frac{1}{|Y|} \int_Y j\omega \frac{\partial u_i^{s(1)}}{\partial y_i} dY = -j\omega \frac{\phi}{K^f} p^{f(0)}(\mathbf{x}) \quad (55)$$

そして, 式 (41) を代入し $u_i^{s(1)}$ を消去すると, 次式に示すマクロスケールにおける流体相の構成式を導出することができる.

$$\frac{\partial \langle w_i^{f(0)} \rangle}{\partial x_i} + j\omega\phi \frac{\partial u_i^{s(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_i} + j\omega\theta^{s,pq} \varepsilon_{pq}^{s(0)} + j\omega \left(\theta^f + \frac{\phi}{K^f} \right) p^{f(0)}(\mathbf{x}) = 0 \quad (56)$$

ここで, $\theta^{s,pq}$, θ^f はそれぞれ以下のように定義している.

$$\theta^{s,pq} = \frac{1}{|Y|} \int_Y \frac{\partial \chi_k^{pq}(\mathbf{y})}{\partial y_k} dY \quad (57)$$

$$\theta^f = \frac{1}{|Y|} \int_Y \frac{\partial \eta_k(\mathbf{y})}{\partial y_k} dY \quad (58)$$

上式からも分かるように, $\theta^{s,pq}$, θ^f はそれぞれ特性変位 $\chi_k^{pq}(\mathbf{y})$ および $\eta_k(\mathbf{y})$ の平均体積ひずみであり, 固体相と流体相の連成の度合いを表している.

以上に示したように, 質量保存則に, ミクロスケールにおける温度場の影響と状態方程式を考慮することで, 流体相の圧力と体積ひずみの関係を表すマクロな構成式 (56) が得られる.

4.5 支配方程式の弱形式 前節までで各相のマクロスケールにおける平衡式と構成式, すなわち固体相については式 (40) と (42), 流体相については式 (47) と (56) が得られており, ここでは, それらを用いて各相の支配方程式の弱形式を導く. なお, 固体相は変位 $u_i^{s(0)}(\mathbf{x})$ が求めるべき未知の状態量であり, 流体相については, 離散化したときの解析自由度を小さくするため, 式 (47) を用いて $\langle w_i^{f(0)} \rangle$ を消去し, 圧力 $p^{f(0)}(\mathbf{x})$ を未知の状態量とする.

式 (40) は, 式 (47) を代入すると以下のように書き直すことができる.

$$\frac{\partial \hat{\sigma}_{ij}^{s(0)}}{\partial x_j} + \bar{\rho} \omega^2 u_i^{s(0)} - \rho_0^f \omega^2 d_i^k u_k^{s(0)} - j\omega d_i^k \frac{\partial \psi^{f(0)}}{\partial x_k} + j\omega\phi \frac{\partial \psi^{f(0)}}{\partial x_i} + j\omega k_{ij}^H \frac{\partial \psi^{f(0)}}{\partial x_j} = 0 \quad (59)$$

ただし, $\psi^{f(0)}$ は $p^{f(0)}(\mathbf{x}) = -j\omega\psi^{f(0)}$ と定義されるポテンシャル関数, $\hat{\sigma}_{ij}^{s(0)}$ は流体相との連成を考慮しない場合の固体相の応力で $\hat{\sigma}_{ij}^{s(0)} = c_{ijkl}^H \varepsilon_{kl}^{s(0)}$ である. また, d_i^k は

$$d_i^k = \rho_0^f j\omega \langle \xi_i^k(\mathbf{y}) \rangle \quad (60)$$

で定義している.

同様に式 (56) は, 式 (47) を代入すると次式のように書くことができる.

$$\frac{d_i^k}{\rho_0^f} \frac{\partial^2 \psi^{f(0)}}{\partial x_k \partial x_i} + \omega^2 \left(\theta^f + \frac{\phi}{K^f} \right) \psi^{f(0)} - j\omega d_i^k \frac{\partial u_k^{s(0)}}{\partial x_i} + j\omega\phi \frac{\partial u_i^{s(0)}}{\partial x_i} + j\omega\theta^{s,pq} \varepsilon_{pq}^{s(0)} = 0 \quad (61)$$

式 (59) と式 (61) はそれぞれ, Biot のモデルの式 (1) と式 (2) に対応するものとなっていることが分かる. そして, 式 (59), (61) に Galerkin 法を適用すると固体相および流体相の支配方程式の弱形式は, それぞれ以下のように表すことができる.

$$\int_{\Omega^p} \left[\hat{\sigma}_{ij}^{s(0)} \delta \varepsilon_{ij}^s - \bar{\rho} \omega^2 u_i^{s(0)} \delta u_i^s + \rho_0^f \omega^2 d_i^k u_k^{s(0)} \delta u_i^s + j\omega d_i^k \frac{\partial \psi^{f(0)}}{\partial x_k} \delta u_i^s + j\omega\phi \psi^{f(0)} \delta \varepsilon_{kk}^s + j\omega k_{ij}^H \psi^{f(0)} \delta \varepsilon_{ij}^s \right] d\Omega = \int_{\Gamma^p} \sigma_{ij}^p n_j^p \delta u_i^s d\Gamma \quad (62)$$

$$\int_{\Omega^p} \left[-\frac{d_i^k}{\rho_0^f} \frac{\partial \psi^{f(0)}}{\partial x_k} \frac{\partial \delta \psi^f}{\partial x_i} + \omega^2 \left(\theta^f + \frac{\phi}{K^f} \right) \psi^{f(0)} \delta \psi^f + j\omega d_i^k u_k^{s(0)} \frac{\partial \delta \psi^f}{\partial x_i} + j\omega\phi \varepsilon_{kk}^{s(0)} \delta \psi^f + j\omega\theta^{s,ij} \varepsilon_{ij}^{s(0)} \delta \psi^f \right] d\Omega = - \int_{\Gamma^p} \langle w_i^{f(0)} \rangle n_i^f \delta \psi^f d\Gamma \quad (63)$$

ただし, Ω^p は多孔質体の占める領域, Γ^p はその境界, n_i^p は Γ^p にたてた単位法線ベクトルである. また, σ_{ij}^p は固体相と流体相の合応力で $\sigma_{ij}^p = \langle \sigma_{ij}^{s(0)} \rangle + \langle \sigma_{ij}^{f(0)} \rangle$ である.

なお, 式 (62), (63) では, 質量密度からなる係数の他に, ミクロスケールのユニットセル Y における体積平均から求められる c_{ijkl}^H , k_{ij}^H , $\theta^{s,pq}$, θ^f , K^f , d_i^k が含まれる. これらの算出に必要な Y -periodic な特性関数 $\chi_k^{pq}(\mathbf{y})$, $\eta_k(\mathbf{y})$, $\xi_i^k(\mathbf{y})$, $\zeta(\mathbf{y})$ を計算する方法は著者らの文献⁽¹¹⁾を参照されたい.

4.6 $K^f/K^s \rightarrow 0$ の場合の支配方程式 流体相の体積弾性率 K^f に比して固体相の体積弾性率 K^s が十分大きく, 固体相の変位 u_i^s を 0 とみなせる場合には, 流体相の挙動のみを考えればよい. このとき流体相の平衡式と構成式はそれぞれ, 式 (47) と (56) より以下の式で表される.

$$\langle w_i^{f(0)} \rangle = -\langle \xi_i^k(\mathbf{y}) \rangle \frac{\partial p^{f(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_k} \quad (64)$$

$$\frac{1}{j\omega} \frac{\partial \langle w_i^{f(0)} \rangle}{\partial x_i} = -\frac{\phi}{K^f} p^{f(0)}(\mathbf{x}) \quad (65)$$

平衡式を構成式に代入し, $p^{f(0)} = -j\omega\psi^{f(0)}$ で定義されるポテンシャル $\psi^{f(0)}$ を用いると, 次の Helmholtz の方程式を得ることができる.

$$\frac{d_i^k}{\rho_0^f} \frac{\partial^2 \psi^{f(0)}}{\partial x_k \partial x_i} + \frac{\phi}{K^f} \omega^2 \psi^{f(0)} = 0 \quad (66)$$

すなわち, 多孔質体の挙動は等価的な質量密度および体積弾性率を有する流体として表現できることが分かる.

4.7 $\varepsilon \rightarrow 0$ の場合の支配方程式 ユニットセルが波長に比して非常に小さい $\varepsilon \rightarrow 0$ の場合, すなわち流体相の流路断面が非常に小さい場合, 流体の粘性のため流体相の固体相に対する相対速度 $\langle w^{f(0)} \rangle$ は 0 となり, 式 (40) より固体相の平衡式は次式となる.

$$-\bar{\rho}\omega^2 u_i^{s(0)}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \langle \sigma_{ij}^{s(0)} \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial (-\phi p^{f(0)})}{\partial x_i} \quad (67)$$

また, 固体相および流体相の構成式は, 式 (42), (56) より, それぞれ以下のように書くことができる.

$$\langle \sigma_{ij}^{s(0)} \rangle = c_{ijkl}^H \varepsilon_{kl}^{s(0)}(\mathbf{x}) - k_{ij}^H p^{f(0)}(\mathbf{x}) \quad (68)$$

$$-\left(\theta^f + \frac{\phi}{K^f}\right) p^{f(0)}(\mathbf{x}) = \phi \varepsilon_{kk}^{s(0)} + \theta^{s,pq} \varepsilon_{pq}^{s(0)} \quad (69)$$

以上より支配方程式は, 固体相と流体相の合応力 σ_{ij}^p を用いると以下の式で表される.

$$-\bar{\rho}\omega^2 u_i^{s(0)}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \sigma_{ij}^p}{\partial x_j} \quad (70)$$

$$\sigma_{ij}^p = c_{ijkl}^H \varepsilon_{kl}^{s(0)} + \alpha_{ij}(\phi \varepsilon_{kk}^{s(0)} + \theta^{s,pq} \varepsilon_{pq}^{s(0)}) \quad (71)$$

$$\alpha_{ij} = \frac{k_{ij}^H + \phi \delta_{ij}}{\theta^f + \phi/K^f} \quad (72)$$

すなわち, この場合, 多孔質体の挙動は弾性体として表現できることが分かる.

5. 数 値 例

式 (62), (63) に示すマルチスケール解析により導出した多孔質体モデルを用いて, 多孔質吸音材の代表的なマクロ特性である垂直入射吸音率を計算し, 解析解と比較することにより数値解の精度を検証する. また, 本モデルを簡単なミクロ構造を有する多孔質吸音材に適用し, ミクロ構造の特性や実際の大きさの違いが, マクロ特性にどのように影響するかを調べる.

5.1 解析解との比較 ここでは解析解を求めることができる, 二次元的で均一な流路断面を有する多孔質吸音材を用いる. なお, 材料の厚さは 0.020m とする. 垂直入射吸音率の解析解は, 式 (1), (2) に示した Biot のモデルを用いて求めることができる. 詳細

Fig. 1 Poroelastic material with fluid phase in rectangular section.

Fig. 2 Model of acoustic tube for calculating sound absorption coefficient for normal incidence.

には Allard ⁽⁴⁾ や Stinson ⁽¹⁴⁾ を参照されたい.

図 1 に示すように, 一辺が w の正方形のユニットセル中に, 縦横ともに $2a$ の大きさの矩形状の流路を有する多孔質体を考える. ここでは, 解析解と比較するため, 各相の運動は z 軸方向のみを考えるものとする. したがって, x および y 軸方向には流路が連結していないが問題はない. ユニットセルおよび流路の大きさはそれぞれ, $w = 120 \mu\text{m}$, $2a = 100 \mu\text{m}$ とし, 数値解はユニットセル各辺を四辺形要素で 12, 24, 48, 96 分割する 4 パターンについて求める. なお, 図 1 には分割数が 12 の場合のユニットセルモデルを示している. 固体相を構成する材料のヤング率は $1.0 \times 10^7 \text{ Pa}$, 損失係数は 0.100, 流体相は空気特性を有するものとする. 計算の手順としては, 最初にユニットセルによるミクロスケールの計算を行い均質化特性を求める. すなわち, 特性関数 $\chi_i^{pq}(\mathbf{y})$, $\eta_i(\mathbf{y})$, $\xi_i^k(\mathbf{y})$, $\zeta(\mathbf{y})$ を求め, 式 (43), (44), (57), (58) を用いて c_{ijkl}^H , k_{ij}^H ,

$\theta^{s,pq}$, θ^f , 式 (52), (60) を用いて K^f , d_i^k を算出する。そしてこれらの値と式 (62), (63) および図 2 に示すような音響管モデルを用いてマクロスケールの計算を行うことで、垂直入射吸音率を求めることができる。

図 3 には垂直入射吸音率の数値解と解析解の相対誤差を示している。要素分割が粗い場合でも、1.5% 以内の誤差であり、良い精度の解が得られていることが分かる。また、数値解は要素分割数が増加するにつれ解析解へ収束することが確認できる。

Fig. 3 Relative error of sound absorption coefficient for poroelastic material with fluid phase in rectangular section. Number of elements per unit cell side is 12 ($\diamond$), 24 ($\blacktriangle$), 48 ($\square$), 96 ($\bullet$).

5.2 三次元モデルへの応用例 三次元的なマイクロ構造を有する多孔質吸音材について、マイクロ構造の特性や実際の大きさが、マクロ特性である垂直入射吸音率に及ぼす影響を数値的に調べる。ここでは、一辺が w の立方体のユニットセル中に、 $2a = 5/6w$ の大きさの矩形状の流路が直交している多孔質体を考え、図 4 に示すように 24^3 個の六面体要素でモデル化する。

まず、固体相を構成する材料のヤング率 E^s を変えたとき、垂直入射吸音率がどのように変化するかを見る。図 5 には 1.0×10^6 Pa, 1.0×10^8 Pa, 4.0×10^8 Pa, 6.0×10^8 Pa と変化させたときの垂直入射吸音率を示している。また、 E^s が限りなく大きい場合として、多孔質吸音材を等価的な流体、すなわち式 (66) で表した場合の垂直入射吸音率も示している。なお、固体相を構成する材料の損失係数は 0.100、密度は 1000 kg/m^3 、流体相の特性は空気の特性とする。 E^s が小さい場合は、固体相の共振による吸音効果が大きく、 $E^s = 6.0 \times 10^8$ Pa の場合は固体相の共振は 5 kHz 以上で、それ以下の周波数では流体相の挙動で性能が決まっていることが分かる。

Fig. 4 Poroelastic material with fluid phase in rectangular section in three-dimensional unit cell.

Fig. 5 Sound absorption coefficient for normal incidence for a variety of material stiffness; Young's modulus of material E^s is 1.0×10^6 Pa ($\diamond$), 1.0×10^8 Pa ($\blacktriangle$), 4.0×10^8 Pa ($\square$), 6.0×10^8 Pa ($\bullet$). Gray line corresponds to the case when E^s is infinitely large.

次に、流体相の流路断面の大きさを変えたとき、垂直入射吸音率がどのように変化するかを見る。ただし、空孔率を一定に保つものとする。この場合、流路断面の大きさの変化は、ユニットセル一辺の大きさ w を変えることで表現できる。図 6 には w が $12 \mu\text{m}$, 30

Fig. 6 Sound absorption coefficient for normal incidence for different unit cell size; w is $12\ \mu\text{m}$ ($\diamond$), $30\ \mu\text{m}$ ($\blacktriangle$), $60\ \mu\text{m}$ ($\square$), $120\ \mu\text{m}$ ($\bullet$). Gray line corresponds to the case w is infinitely small.

Fig. 7 Sound absorption coefficient for normal incidence for different unit cell size; w is $1200\ \mu\text{m}$ ($\diamond$), $480\ \mu\text{m}$ ($\blacktriangle$), $240\ \mu\text{m}$ ($\square$), $120\ \mu\text{m}$ ($\bullet$).

μm , $60\ \mu\text{m}$, $120\ \mu\text{m}$, 図 7 には w が $120\ \mu\text{m}$, $240\ \mu\text{m}$, $480\ \mu\text{m}$, $1200\ \mu\text{m}$ の場合の垂直入射吸音率を示す。また、図 6 には、流路断面の大きさが限りなく小さい場合として、多孔質吸音材を等価的な弾性体、すなわち式 (70)~(72) で表した場合の垂直入射吸音率も示している。なお、固体相を構成する材料のヤング率は $1.0 \times 10^7\ \text{Pa}$ 、損失係数は 0.100、密度は $1000\ \text{kg/m}^3$ 、流体相の特性は空気の特徴とする。 $w = 120\ \mu\text{m}$ の場合、すなわち $2a = 100\ \mu\text{m}$ の場合に $2\ \text{kHz}$ から $6\ \text{kHz}$ の間で最も高い吸音率を示しており、流路断面の大きさが大きくなるにつれて吸音効果は小さくなる。これは、吸音材の空孔サイズが大きすぎると吸音材として

のはたらしがなくなることを示している。逆に流路断面の大きさが小さくなるにつれて固体相の共振による吸音が主となり、 $w = 12\ \mu\text{m}$ の場合は等価的な弾性体としての挙動に近づいている。

以上、図 5~7 で示した吸音率の変化は物理的な見地からも妥当な結果である。また、図 6, 7 の結果から、マイクロ構造の寸法効果も考慮できることが分かる。これは、式 (22) に示すように固体相と流体相の境界 Γ^{sf} に固着条件を設定しているためであると考えられる。

このように、本提案手法により、マイクロ構造からマクロ特性である吸音率を予測したり、多孔質吸音材の具体的なマイクロ構造を設計することが可能になると考えられる。

6. 結 言

本論文では、多孔質吸音材に対して現在適用されている Biot のモデルは、用いられているパラメータとマイクロ構造の関係性を欠いていることに対し、漸近展開法に基づく均質化法を用いて、マイクロ構造と整合のとれた多孔質吸音材の新しいモデルを提案した。得られた結果を以下にまとめる。

(1) 多孔質吸音材を対象に漸近展開法に基づく均質化法を用いて、ミクロスケールにおける支配方程式からマクロスケールにおける支配方程式を導出した。すなわち、ミクロスケールにおけるユニットセルから算出した均質化係数 c_{ijkl}^H , k_{ij}^H , $\theta^{s,pq}$, θ^f , K^f , d_i^k を用いて、マクロスケールにおける多孔質吸音材の支配方程式 (62) および (63) を導出した。

(2) 導出したマクロスケールにおける支配方程式は、固体相の剛性が大きく、固体相の変位が 0 とできる場合は流体の支配方程式に等価となり、また多孔質吸音材の空孔の大きさが無限に小さい場合は弾性体の支配方程式に等価となることを示した。

(3) 解析解を得ることのできる二次元的な流路断面を有する多孔質吸音材を用いて提案手法による数値解と解析解を比較検証した結果、良い精度で数値解を求めることができること、および数値解が理論解に収束することを確認した。

(4) 三次元の簡単なマイクロ構造を有する多孔質吸音材を用いて、マイクロ構造の特性や実際の大きさの違いがマクロな特性である垂直入射吸音率に与える影響について調べた結果、物理的にも妥当な結果が得られ、本提案手法の有効性を実証することができた。

文 献

- (1) Delany, M. E. and Bazley, E. N., Acoustical properties of fibrous absorbent materials, *Applied Acoustics*, Vol. 3 (1970), pp. 105 – 116.
- (2) Biot, M. A., Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 28 (1956), pp. 168 – 178.
- (3) Biot, M. A., Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 28 (1956), pp. 179 – 191.
- (4) Allard, J. F., *Propagation of Sound in Porous Media*, (1993), Elsevier Applied Science.
- (5) Atalla, N., Panneton, R. and Debergue, P., A mixed displacement-pressure formulation for poroelastic materials, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 104 (1998), pp. 1444 – 1452.
- (6) Auriault, J. L., Borne, L. and Chambon, R., Dynamics of porous saturated media, checking of the generalized law of darcy, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 77 (1985), pp. 1641 – 1650.
- (7) Terada, K., Ito, T. and Kikuchi, N., Characterization of the mechanical behaviours of solid-fluid mixture by the homogenization method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 153 (1998), pp. 223 – 257.
- (8) Levy, T., Propagation of waves in a fluid-saturated porous elastic solid, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 17 (1979), pp. 1005 – 1014.
- (9) Burridge, R. and Keller, J. B., Poroelasticity equations derived from microstructure, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 70 (1981), pp. 1140 – 1146.
- (10) Boutin, C., Royer, P. and Auriault, J. L., Acoustic absorption of porous surfacing with dual porosity, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 35 (1998), pp. 4709 – 4737.
- (11) Yamamoto, T., Maruyama, S., Izui, K., Nishiwaki, S. and Terada, K., Equivalent properties of sound absorbing poroelastic material using the homogenization method, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Submitted.
- (12) Terada, K. and Kikuchi, N., *Introduction to the method of homogenization* (in Japanese), (2003), Maruzen.
- (13) Castagnède, B., Moussatov, A., Lafarge, D. and Saeid, M., Low frequency in situ metrology of absorption and dispersion of sound absorbing porous materials based on high power ultrasonic non-linearly demodulated waves, *Applied Acoustics*, Vol. 69 (2008), pp. 634 – 648.
- (14) Stinson, M. R., The propagation of plane sound wave in narrow and wide circular tubes, and generalization to uniform tubes of arbitrary cross-sectional shape, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 89 (1991), pp. 550 – 558.