多軸・多重連結車両の方向安定性解析*

青木 章^{*1}, 丸茂喜高^{*1}, 景山一郎^{*2}

Directional Stability of Multi-Articulated Vehicles with Multiple Axles

Akira AOKI^{*3}, Yoshitaka MARUMO and Ichiro KAGEYAMA^{*3} College of Industrial Technology, Nihon University,
1-2-1 Izumi-cho, Narashino-shi, Chiba, 275-8575 Japan

This paper presents a theoretical study on the directional stability of multi-articulated vehicles with multiple axles. The vehicle dynamics model is derived in the horizontal plane having degrees of freedom of vehicle side-slipping and yawing. For an equal vertical load of each axle as well as a similar cornering coefficient of each tire in each of the multiple axles, the equations of motion can be reduced to ones with a singular axle and additional terms that are functions of the numbers of axles and the distances between them. Two types of tractor and double-trailer combinations with multiple axles are examined with regard to straight running stability as well as steering sensitivity in steady-state turning. Non-oscillatory stability incorporating steering sensitivity is analyzed using the stability factor of multiple-axle vehicle combinations. A parameter study of oscillatory stability and steering sensitivity is conducted, and the following conclusions are drawn. (1) The terms on multiple axles are added in the tractor yawing moment and part of the trailer yawing moment. (2) Multiple-axle vehicles vary in non-oscillatory stability and steering sensitivity from single-axle vehicles. (3) A multiple-axle dolly improves oscillatory stability.

Key Words: Vibration of Moving Body, Critical Speed, Damping, Coupled Vibration, Multi-Articulated Vehicle, Multiple Axles, Trailer, Directional Stability

1. まえがき

大量輸送のために米国、オーストラリアなどで多用されている多重連結車両として、トラクタ・セミトレーラの後方にセミトレーラまたはフルトレーラを連結したトラクタ・ダブルストレーラがある。前報⁽¹⁾では、わが国で運用されていないトラクタ・ダブルストレーラを国内に導入する場合に、横方向運動からみてどのような型式がよいかを明らかにするために、その方向安定性と操縦性の基本特性について単純化した数学モデルにより検討している。その結果、I型のダブルストレーラ(トラクタ・セミトレーラ・セミトレーラ)はII型のダブルストレーラ(トラクタ・セミトレーラ・フルトレーラ)に比べて中高速度の振動安定性が優れ

ており、一方非振動安定性と操縦性は両型式で差が少ないことなどを明らかにしている。

連結車両の横方向運動の研究の歴史は長く、1930年代の後半から主としてトラクタ・セミトレーラを中心として研究が進められてきている⁽²⁾。また、トラック・フルトレーラについては欧州では多用されているが、米国での運用がほとんどないことからトラクタ・セミトレーラに比べて研究例が少ない⁽³⁾。一方、トラクタ・ダブルストレーラなどの多重連結車両については、トラック・フルトレーラに比べて更に研究例が少なく、近年研究が進捗しているが⁽⁴⁾、依然として多くの研究課題が残されていると考えられる。

ところで、連結車両の横方向運動の解析では、これまで各軸を1軸として取り扱ってきた。また、多軸を考慮した場合でも数値計算による検討のみで、多軸の運動方程式と1軸のそれとの相違点も明確ではなく、従って解析も進んでいない。

* 原稿受付 2010年5月28日。

^{*1} 正員, 日本大学生産工学部(〒275-8575 習志野市泉町1-2-1)。^{*2} 正員, フェロー, 日本大学生産工学部。
E-mail: aaoki@maple.ocn.ne.jp

本研究では、多軸・多重連結車両の方向安定性を、前記のトラクタ・ダブルストレーラについて、簡単化した数学モデルによる解析と数値計算により明らかにしている。

以下第2章では、多軸・多重連結車両に関する簡単化した運動方程式を導く。第3章では、第2章で導出した運動方程式に基づき非振動安定性と操舵の感度について解析する。第4章では、数値計算により、2種類のトラクタ・ダブルストレーラの操舵の感度および特性根を求め検討する。第5章では、本研究で得られた結論を述べる。

2. 運動モデル

2・1 仮定と省略 本研究で採用する多軸・多重連結車両の運動モデルは図1に示す車体固定右手下向き直交座標系に関する簡単化した線形モデルである。

ここで、運動の自由度をトラクタの横すべり、トラクタのヨーイング、およびトラクタに対する各トレーラの相対的なヨーイングとする。取り扱う角 ϕ は、いずれも微小であるため、 $\sin \phi = \phi$, $\cos \phi = 1$ とし、また各変数も微小であるためそれらの積を省略する。なお、本モデルでは各車軸の左右輪の各1輪当りのコーナリングパワを合計してその軸の車輪のコーナリングパワとして扱う。さらに、取り扱いを簡便化するために、トラクタ後軸および各トレーラ軸における複数軸の隣接軸間距離を各々同じとする。

Fig. 1 Axis systems, angular displacements and velocity of model

2・2 記号と運動方程式 運動モデルの記号と運動方程式を以下に示す。

- a : トラクタ前軸・同重心間距離
- b : トラクタ重心・同仮想後軸間距離
- c_k : 第 k トレーラ前部連結点・同重心間距離

- d : トラクタ重心・同連結点間距離
- $2e$: トラクタ後軸隣接軸間距離
- $2e_k$: 第 k トレーラ軸隣接軸間距離
- f_k : 第 k トレーラ前後部連結点間距離
- l : トラクタ前軸・同仮想後軸間距離
- l_{0m} : トラクタ前軸・同第 m 後軸間距離
- l_k : 第 k トレーラ前部連結点・同仮想軸間距離
- l_{km} : 第 k トレーラ前部連結点・同第 m 軸間距離
- M : トラクタ質量
- M_k : 第 k トレーラ質量
- I : トラクタヨー慣性モーメント
- I_k : 第 k トレーラヨー慣性モーメント
- C_f : トラクタ前輪コーナリングパワ
- C_r : トラクタ仮想後輪コーナリングパワ
- C_{rm} : トラクタ第 m 後輪コーナリングパワ
- C_k : 第 k トレーラ仮想輪コーナリングパワ
- C_{km} : 第 k トレーラ第 m 輪コーナリングパワ
- P_f : トラクタ前軸荷重
- P_r : トラクタ仮想後軸荷重
- P_{rm} : トラクタ第 m 後軸荷重
- P_{ck} : 第 k トレーラ前部連結点荷重
- P_k : 第 k トレーラ仮想軸荷重
- P_{km} : 第 k トレーラ第 m 軸荷重
- β : トラクタ重心横すべり角
- β_f : トラクタ前輪横すべり角
- β_r : トラクタ仮想後輪横すべり角
- β_m : トラクタ第 m 後輪横すべり角
- β_k : 第 k トレーラ仮想輪横すべり角
- β_{km} : 第 k トレーラ第 m 輪横すべり角
- γ_k : トラクタ・第 k トレーラ相対ヨー角
- δ : トラクタ前輪角
- r : トラクタヨー角速度
- V : 車両速度
- g : 重力加速度
- n : トラクタに連結するトレーラの数
($n=1$:トラクタ・セミトレーラ, $n=2$:トラック・フルトレーラまたはI型のトラクタ・ダブルストレーラ, $n=3$:II型のトラクタ・ダブルストレーラ, $n=0$:トラクタまたはトラックのみ)
- p : トラクタ後軸の数
- q_k : 第 k トレーラ軸の数
- oxy : 車体固定座標系 (移動座標系)
- OXY : 路面固定座標系

まず、等速走行する各車両の x と y 方向の力のつり合い式およびヨー方向のモーメントのつり合い式から連結点に作用する力を消去し、次に車輪に発生する力をコーナリングパワと横すべり角の積として代入すると、多軸・多重連結車両の運動方程式が式(1)~(3)のように求まる。

$$\begin{aligned} & \left(M + \sum_{i=1}^n M_i \right) V \dot{\beta} + \left(C_f + \sum_{m=1}^p C_{rm} + \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{q_i} C_{im} \right) \beta \\ & - \sum_{j=1}^n M_j \left(d + \sum_{i=1}^{j-1} f_i + c_j \right) \dot{\gamma}_j \\ & + \left[a C_f - \sum_{m=1}^p (l_{0m} - a) C_{rm} \right. \\ & \left. - \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^{q_j} \left(d + \sum_{i=1}^{j-1} f_i + l_{jm} \right) C_{jm} + \left(M + \sum_{i=1}^n M_i \right) V^2 \right] r / V \\ & - \sum_{j=1}^n \left(M_j c_j + \sum_{i=j+1}^n M_i f_j \right) \ddot{\gamma}_j \\ & - \sum_{j=1}^n \left(\sum_{m=1}^{q_j} l_{jm} C_{jm} + f_j \sum_{i=j+1}^n \sum_{m=1}^{q_i} C_{im} \right) \dot{\gamma}_j / V - \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{q_i} C_{im} \gamma_i = C_f \delta \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & M d V \dot{\beta} + \left[(a+d) C_f + \sum_{m=1}^p (a+d-l_{0m}) C_{rm} \right] \beta \\ & + I \ddot{r} + \left[- \sum_{m=1}^p (l_{0m} - a) (a+d-l_{0m}) C_{rm} + M d V^2 \right] r / V \\ & = (a+d) C_f \delta \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & - \left(M_k c_k + \sum_{i=k+1}^n M_i f_k \right) V \dot{\beta} - \left(\sum_{m=1}^{q_k} l_{km} C_{km} + f_k \sum_{i=k+1}^n \sum_{m=1}^{q_i} C_{im} \right) \beta \\ & + \left[I_k + M_k c_k \left(d + \sum_{i=1}^{k-1} f_i + c_k \right) + \sum_{j=k+1}^n M_j \left(d + \sum_{i=1}^{j-1} f_i + c_j \right) f_k \right] \dot{\gamma}_k \\ & + \left[\sum_{m=1}^{q_k} l_{km} \left(d + \sum_{i=1}^{k-1} f_i + l_{km} \right) C_{km} \right. \\ & \left. + f_k \sum_{j=k+1}^n \sum_{m=1}^{q_j} \left(d + \sum_{i=1}^{j-1} f_i + l_{jm} \right) C_{jm} - \left(M_k c_k + \sum_{i=k+1}^n M_i f_k \right) V^2 \right] r / V \\ & + \sum_{j=1}^{k-1} \left(M_k c_k + \sum_{i=k+1}^n M_i f_k \right) f_j \ddot{\gamma}_j \\ & + \left(I_k + M_k c_k^2 + \sum_{i=k+1}^n M_i f_k^2 \right) \ddot{\gamma}_k + \sum_{j=k+1}^n \left(M_j c_j + \sum_{i=j+1}^n M_i f_j \right) f_k \ddot{\gamma}_j \\ & + \sum_{j=1}^{k-1} \left(\sum_{m=1}^{q_k} l_{km} C_{km} + f_k \sum_{i=k+1}^n \sum_{m=1}^{q_i} C_{im} \right) f_j \dot{\gamma}_j / V \\ & + \left(\sum_{m=1}^{q_k} l_{km}^2 C_{km} + f_k^2 \sum_{i=k+1}^n \sum_{m=1}^{q_i} C_{im} \right) \dot{\gamma}_k / V \\ & + f_k \sum_{j=k+1}^n \left(\sum_{m=1}^{q_j} l_{jm} C_{jm} + f_j \sum_{i=j+1}^n \sum_{m=1}^{q_i} C_{im} \right) \dot{\gamma}_j / V \\ & + \sum_{m=1}^{q_k} l_{km} C_{km} \gamma_k + f_k \sum_{i=k+1}^n \sum_{m=1}^{q_i} C_{im} \gamma_i = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、トラクタ重心横すべり角および各車輪に発生する横すべり角は式(4)のようになる。

$$\begin{aligned} \beta_f &= \delta - \beta - a r / V \\ \beta_{rm} &= -\beta + (l_{0m} - a) r / V \\ \beta_{km} &= -\beta + \left(d + \sum_{i=1}^{k-1} f_i + l_{km} \right) r / V + \sum_{i=1}^{k-1} f_i \dot{\gamma}_i / V + l_{km} \dot{\gamma}_k / V + \gamma_k \end{aligned} \quad (4)$$

次に、多軸・多重連結車両の運動方程式において、各複数軸を1軸の仮想軸に変換する。ここで、トラクタ仮想後軸および各トレーラ仮想軸とは各複数軸を力学的に1軸に変換した軸であり、複数軸の各荷重が同じ場合と異なる場合でその取り扱いが異なる。

2・3 複数軸の各荷重が同じ場合

ピッチングモーメントのつり合いから、各仮想軸は各複数軸の幾何学的中心に位置するとして扱うことができる。この場合、各複数軸の荷重およびコーナリングパワは仮想軸のそれを用いて下記のように表わされる。なお、図1に示す各車両の仮想軸は、複数軸の各荷重が異なる場合である。

$$\begin{aligned} P_{rm} &= P_r / p \\ C_{rm} &= C_r / p \\ P_{km} &= P_k / q_k \\ C_{km} &= C_k / q_k \end{aligned} \quad (5)$$

従って、式(5)を用いて式(1)~(3)を整理すると式(6)~(8)のようになる。

$$\begin{aligned} & \left(M + \sum_{i=1}^n M_i \right) V \dot{\beta} + \left(C_f + C_r + \sum_{i=1}^n C_i \right) \beta \\ & - \sum_{j=1}^n M_j \left(d + \sum_{i=1}^{j-1} f_i + c_j \right) \dot{\gamma}_j \\ & + \left[a C_f - b C_r \right. \\ & \left. - \sum_{j=1}^n \left(d + \sum_{i=1}^{j-1} f_i + l_j \right) C_j + \left(M + \sum_{i=1}^n M_i \right) V^2 \right] r / V \\ & - \sum_{j=1}^n \left(M_j c_j + \sum_{i=j+1}^n M_i f_j \right) \ddot{\gamma}_j \\ & - \sum_{j=1}^n \left(l_j C_j + f_j \sum_{i=j+1}^n C_i \right) \dot{\gamma}_j / V - \sum_{i=1}^n C_i \gamma_i = C_f \delta \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & M d V \dot{\beta} + \left[(a+d) C_f + (d-b) C_r \right] \beta \\ & + I \ddot{r} + \left[-b(d-b) C_r + \left[\sum_{m=1}^p (l_{0m}^2 - l^2) / p \right] C_r + M d V^2 \right] r / V \\ & = (a+d) C_f \delta \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 & - \left(M_k c_k + \sum_{i=k+1}^n M_i f_i \right) V \dot{\beta} - \left(l_k C_k + f_k \sum_{i=k+1}^n C_i \right) \beta \\
 & + \left[l_k + M_k c_k \left(d + \sum_{i=1}^{k-1} f_i + c_k \right) + \sum_{j=k+1}^n M_j \left(d + \sum_{i=1}^{j-1} f_i + c_j \right) \right] \dot{r} \\
 & + \left\{ l_k \left(d + \sum_{i=1}^{k-1} f_i + l_k \right) C_k + \left[\sum_{m=1}^{q_k} (l_{km}^2 - l_k^2) / q_k \right] C_k \right. \\
 & \left. + f_k \sum_{j=k+1}^n \left(d + \sum_{i=1}^{j-1} f_i + l_j \right) C_j - \left(M_k c_k + \sum_{i=k+1}^n M_i f_i \right) V^2 \right\} r / V \\
 & + \sum_{j=1}^{k-1} \left(M_k c_k + \sum_{i=k+1}^n M_i f_i \right) f_j \ddot{y}_j \\
 & + \left(l_k + M_k c_k^2 + \sum_{i=k+1}^n M_i f_i^2 \right) \ddot{y}_k + \sum_{j=k+1}^n \left(M_j c_j + \sum_{i=j+1}^n M_i f_i \right) f_k \ddot{y}_j \\
 & + \sum_{j=1}^{k-1} \left(l_k C_k + f_k \sum_{i=k+1}^n C_i \right) f_j \ddot{y}_j / V \\
 & + \left\{ l_k^2 C_k + \left[\sum_{m=1}^{q_k} (l_{km}^2 - l_k^2) / q_k \right] C_k + f_k^2 \sum_{i=k+1}^n C_i \right\} \dot{y}_k / V \\
 & + f_k \sum_{j=k+1}^n \left(l_j C_j + f_j \sum_{i=j+1}^n C_i \right) \dot{y}_j / V \\
 & + l_k C_k \dot{y}_k + f_k \sum_{i=k+1}^n C_i \dot{y}_i = 0
 \end{aligned} \tag{8}$$

ここで、式(7)および式(8)において下記のようにおく。

$$\begin{aligned}
 & \sum_{m=1}^p (l_{0m}^2 - l^2) / p = A \\
 & \sum_{m=1}^{q_k} (l_{km}^2 - l_k^2) / q_k = B_k
 \end{aligned} \tag{9}$$

上記の多軸・多重連結車両の運動方程式(6)~(8)と各車軸を1軸として導出した多重連結車両の運動方程式⁽¹⁾とを比較すると、前者の式(7)のトラクタヨー角速度の係数に AC_r/V が、また式(8)のトラクタヨー角速度の係数およびトラクタ・第 k トレーラ相対ヨー角速度の係数に $B_k C_k/V$ が付加されていることが分かる。

ここで、式(9)を隣接軸間距離により表わすと以下ようになる。

奇数軸、 $m=1, 3, 5, \dots, p(q_k)$:

$$\begin{aligned}
 A &= [2(2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots) / p] e^2 = \left[2 \sum_{m=1}^p (m-1)^2 / p \right] e^2 \\
 B_k &= [2(2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots) / q_k] e_k^2 = \left[2 \sum_{m=1}^{q_k} (m-1)^2 / q_k \right] e_k^2
 \end{aligned} \tag{10}$$

偶数軸、 $m=2, 4, 6, \dots, p(q_k)$:

$$\begin{aligned}
 A &= [2(1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots) / p] e^2 = \left[2 \sum_{m=2}^p (m-1)^2 / p \right] e^2 \\
 B_k &= [2(1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots) / q_k] e_k^2 = \left[2 \sum_{m=2}^{q_k} (m-1)^2 / q_k \right] e_k^2
 \end{aligned} \tag{11}$$

従って、式(10)においてトラクタおよびトレーラがいずれも1軸の場合は、 $p=q_k=1$ であるから A および B_k は零となり式(6)~(8)はトラクタおよび各トレーラの各軸を1軸として取り扱った多重連結車両の運動方程式と一致する。

2・4 複数軸の各荷重が異なる場合 ピッチングモーメントのつり合いから、式(12)のように、 l および l_k が求まり、従って仮想軸の位置は複数軸の幾何学的中心とは異なることが分かる。

$$\begin{aligned}
 l &= \sum_{m=1}^p l_{0m} P_{rm} / P_r \\
 l_k &= \sum_{m=1}^{q_k} l_{km} P_{km} / P_k
 \end{aligned} \tag{12}$$

また複数軸の各コーナリングパワの合計は仮想軸のそれとして下記のように表わすことができる。

$$\begin{aligned}
 \sum_{m=1}^p C_{rm} &= C_r \\
 \sum_{m=1}^{q_k} C_{km} &= C_k
 \end{aligned} \tag{13}$$

さらに、コーナリングパワを車輪荷重で除したコーナリング係数が各複数軸において同じと仮定できる場合は、式(12)より式(14)の関係が得られるから、式(1)~(3)は複数軸の各荷重が同じ場合と同様になる。

$$\begin{aligned}
 \sum_{m=1}^p l_{0m} C_{rm} &= l C_r \\
 \sum_{m=1}^{q_k} l_{km} C_{km} &= l_k C_k
 \end{aligned} \tag{14}$$

従って、式(7)および式(8)における AC_r/V および $B_k C_k/V$ に相当する付加項は式(15)を用いて $A^* C_r/V$ および $B_k^* C_k/V$ のように表わされる。

$$\begin{aligned}
 \sum_{m=1}^p (l_{0m}^2 - l^2) C_{rm} / C_r &= A^* \\
 \sum_{m=1}^{q_k} (l_{km}^2 - l_k^2) C_{km} / C_k &= B_k^*
 \end{aligned} \tag{15}$$

なお、複数軸の各荷重が同じ場合はそれに対応するコーナリングパワは同じであるから、式(15)は式(9)と一致する。

3. 非振動安定性と操舵の感度

3・1 安定性の判別 舵固定直進状態での連結車両の方向安定性は、運動方程式より求まる特

性方程式から検討できる。ここでは、多軸・多重連結車両の運動方程式を仮定に基づき1軸・多重連結車両のそれに変換した式により多軸の影響を検討する。式(6)~(8)から特性方程式を求めると式(16)のようになる。ここで、 s はラプラス演算子、 k_i は係数である

$$\det[F(s)] = \sum_{i=0}^{2n+2} k_i s^i = 0 \quad (16)$$

高次の代数方程式となる特性方程式に基づく安定判別は、Routh-Hurwitzなどの安定判別法によることができるが、ここでは非振動安定性についてのみ式(16)の係数に関して解析し、振動安定性については速度を変数とした特性根を数値計算し検討する。

I型およびII型のトラクタ・ダブルストレラの式(16)の最高次の係数は速度に依存せず正であるから⁽¹⁾、 $k_0 < 0$ であれば、 $\det[F(0)] = k_0 < 0$ 、 $\det[F(+\infty)] = +\infty$ となり、 $\det[F(s)] = 0$ の根は0と $+\infty$ の間に必ず正根を有する。従って、少なくとも一つの正の実根を持つ条件は $k_0 < 0$ であり、 $k_0 = 0$ が非振動安定性の限界である。

$n=2, 3$ の多軸・多重連結車両について k_0 を求めると次のようになる。

$$k_0 = \left[1 + (A/l^2)(1 + C_r/C_f) + \sum_{i=1}^n (B_i/l_i) \left[D_i(C_i/C_f) - E_i(C_i/C_r) \right] + KV^2 \right] l^2 \prod_{i=1}^n l_i C_f C_r \prod_{i=1}^n C_i / V \quad (17)$$

ここで、

$$\begin{aligned} D_i &= [(b-d)/l] \prod_{j=1}^{i-1} (1 - f_j/l_j) \\ E_i &= [(a+d)/l] \prod_{j=1}^{i-1} (1 - f_j/l_j) \\ K &= (P_f/C_f - P_r/C_r)/gl \\ P_f &= (b/l)mg + [(b-d)/l] \sum_{j=1}^n \left[\prod_{i=1}^{j-1} (1 - f_i/l_i) \right] (1 - c_j/l_j) m_j g \\ P_r &= (a/l)mg + [(a+d)/l] \sum_{j=1}^n \left[\prod_{i=1}^{j-1} (1 - f_i/l_i) \right] (1 - c_j/l_j) m_j g \end{aligned} \quad (18)$$

同様に $n=1$ の多軸トラクタ・多軸セミトレーラおよび $n=0$ の多軸トラックについても式(17)が適用できる。

3・2 定常円旋回時の操舵の感度 式(6)~(8)において定常円旋回時の条件である以下の式(19)を考慮すると、各軸が1軸の多重連結車両と同様に⁽¹⁾、多軸・多重連結車両($n=2-3$)のトラクタ前輪角の応答を式(20)のように求めることができる。ここで、 R を定常円

旋回時のトラクタ重心の旋回半径とすると、 $r = R/V$ となる。なお、式(20)は、 $n=0, 1$ にも適用できる。

$$\dot{\beta} = \dot{r} = \ddot{\gamma}_k = \dot{\gamma}_k = 0 \quad (19)$$

$$\delta = \left\{ 1 + (A/l^2)(1 + C_r/C_f) + \sum_{i=1}^n (B_i/l_i) [D_i(C_i/C_f) - E_i(C_i/C_r)] + KV^2 \right\} l/R \quad (20)$$

また、極低速時のトラクタ前輪角は、式(20)において $V=0$ とおくことにより式(21)のように得られる。

$$\bar{\delta} = \left\{ 1 + (A/l^2)(1 + C_r/C_f) + \sum_{i=1}^n (B_i/l_i) [D_i(C_i/C_f) - E_i(C_i/C_r)] \right\} l/R \quad (21)$$

ここで、式(17)、式(20)および式(21)を、各軸が1軸の多重連結車両のそれ⁽¹⁾と対比すると、各軸が1軸の多重連結車両のスタビリティ・ファクタに相当する K は変化せず、極低速の前輪角に関する項のみに、多軸を考慮したことによる項が追加されていることが分かる。なお、追加項の合計は正の値である。

次に、操舵の感度を、式(21)を式(20)で除した式として次のように定義する。

$$\bar{\delta}/\delta = 1/[1 + (K/F)V^2] = 1/(1 + K^*V^2) \quad (22)$$

ここで、

$$\begin{aligned} K^* &= K/F \\ F &= 1 + (A/l^2)(1 + C_r/C_f) + \sum_{i=1}^n (B_i/l_i) [D_i(C_i/C_f) - E_i(C_i/C_r)] \end{aligned} \quad (23)$$

式(22)は K^* の関数であり、操舵の感度が、 $K^*=0$ のときニュートラルステアで1であり、 $K^*>0$ のときはアンダステアで1より小さく、 $K^*<0$ のときはオーバステアで1より大きい。また式(22)は、1軸の多重連結車両と同様に⁽¹⁾、非振動安定性に関連づけることができる。すなわち $K^* \geq 0$ のとき、式(17)で表現される k_0 は速度に依存することなく正であるから非振動安定となる。逆に $K^*<0$ のとき k_0 は下記の式(24)の限界速度 V_{cr} 以上では負になるから非振動不安定となる。従って、各軸を1軸として取り扱った場合とは V_{cr} が異なることが分かる。なお、本研究では K^* を多軸・多重連結車両のスタビリティ・ファクタと定義する。

$$V_{cr} = \sqrt{-1/K^*}$$

(24)

4. 数値計算

4・1 車両諸元 各複数軸の隣接軸間距離以外の付録1に示す車両諸元は前報⁽¹⁾と同じである。

4・2 操舵の感度 図2にトラクタ後軸および各トレーラ軸を2軸としたI型およびII型のトラクタ・ダブルストレーラの定常円旋回時の操舵の感度の計算結果を1軸のそれと共に示す。また、図中には比較のために国産のトラクタ・セミトレーラおよびトラック・フルトレーラのそれらも示してある。

Fig. 2 Steering Sensitivity of Vehicle Combinations in Steady-state Turn

これをみると、弱いアンダステアを示すI型およびII型のトラクタ・ダブルストレーラと国産のトラクタ・セミトレーラは多軸にすることで、操舵の感度が大きくなっている。一方弱いオーバステアを示すトラック・フルトレーラは多軸化により操舵の感度が小さくなっている。これは式(23)に示す F が多軸化によって1より大きくなり、従って K^* の絶対値が K のそれよりも小さくなっているためである。

次に、多軸に関する車両諸元が操舵の感度に及ぼす影響について検討する。図3はトラクタまたはトラックの後軸のみを2軸および3軸にした場合、図4はトレーラ各軸のみを2軸および3軸にした場合の速度100km/hにおける計算結果である。これらをみると、まず、図3に示すようにトラクタまたはトラックの後軸の軸数が増加するに従って、操舵の感度が1より小さい車両では大きくなり、1より大きい車両では小さくなっている。これに対して、図4に示すようにトレーラ軸が多軸化することにより、操舵の感度が1より

小さい車両では小さくなり、大きい車両では大きくなっている。

Fig. 3 Steering Sensitivity of vehicle Combinations in Steady-state Turn (Parameter: p)

Fig. 4 Steering Sensitivity of vehicle Combinations in Steady-state Turn (Parameter: q_k , $k=1\sim3$)

図5はトラクタまたはトラックの後軸および各トレーラ軸を2軸にしてその軸間距離を変化させた場合の速度100km/hの計算結果である。これをみると、軸間距離が増加するに従って、操舵の感度が1より小さい車両では大きくなり、1より大きい車両では小さくなる傾向を示している。なお、この計算結果に示されるように、トラクタまたはトラックの後軸および各トレーラ軸の軸間距離の影響は小さいことが分かる。

Fig. 5 Steering Sensitivity of vehicle Combinations in Steady-state Turn (Parameter: e , e_k , $k=1\sim3$)

4・3 振動安定性 連結車両の振動安定性に及ぼす多軸化の影響を特性根における減衰比により検討す

る。図6および図7にトラクタ後軸および各トレーラ軸を2軸としたI型およびII型のトラクタ・ダブルストレーラの減衰比の計算結果を1軸のそれと共に示す。また、比較のために国産のトラクタ・セミトレーラおよびトラック・フルトレーラのそれを図8および図9に示す。ここで、各図中の①～④は各連結車両の振動モードを示し、前報⁽¹⁾のそれらと対応している。

Fig. 6 Damping Ratio of Oscillatory Modes of Tractor and Type I Double-trailer Combination

Fig. 7 Damping Ratio of Oscillatory Modes of Tractor and Type II Double-trailer Combination

Fig. 8 Damping Ratio of Oscillatory Modes of Tractor and Semitrailer Combination

Fig. 9 Damping Ratio of Oscillatory Modes of Truck and Full-trailer Combination

まず、図6のI型のトラクタ・ダブルストレーラの振動モードについてみる。図6の①と③は図8のトラクタに関する振動モード①とセミトレーラの振り子運動を支配する振動モード②に対応している。この二つの振動モードは多軸化により減衰比が大きくなっている。一方、図6の②はI型のトラクタ・ダブルストレーラに特有の振動モードとなっており、多軸化により中高速度において減衰比が僅かに大きくなっている。

次に、図7のII型のトラクタ・ダブルストレーラの振動モードについてみる。図7の①と②が図8の①と②に対応しており、これらは多軸化により減衰比が大きくなっている。また、図7の③と④は図9におけるフルトレーラの振動モードである②と③に対応している。なお、図9では図示されていない①はトラックに関する非振動モードとなっている。図7の③と図9の②は多軸化による影響を大きく受け、減衰比が大きくなっている。一方、図7の④と図9の③は多軸化により減衰比が小さくなっている。

操舵の感度の場合と同様に、多軸に関する車両諸元が振動安定性に及ぼす影響について、速度100km/hにおける計算結果から検討する。図10はトラクタまたはトラックの後軸のみを2軸および3軸にした場合、図11は各トレーラ軸のみを2軸および3軸にした場合である。

まず、図10に示すように、トラクタまたはトラックの後軸の多軸化により、トラック・フルトレーラを除く各連結車両の①、およびトラクタ・セミトレーラとII型のトラクタ・ダブルストレーラの②の減衰比が大きくなっている。その他の振動モードについては顕著な傾向は見られない。

次に、図11に示すように、各トレーラ軸の多軸化により、その影響の大きい振動モードはII型のトラクタ・ダブルストレーラの③とトラック・フルトレーラの②であり、減衰比が大幅に大きくなっている。一方、

II型のトラクタ・ダブルストレーラの④とトラック・フルトレーラの③は減衰比が小さくなっている。

Fig. 10 Damping Ratio of Oscillatory Modes of Vehicle Combinations (Parameter: p)

Fig. 11 Damping Ratio of Oscillatory Modes of Vehicle Combinations (Parameter: q_k , $k=1\sim3$)

なお、図 12 に示すように II 型のトラクタ・ダブルストレーラの③において第 2 トレーラに相当するドーリーのみを 2 軸にした場合に上記と同じ減衰比の変化が顕著に見られる。従って、上記多重連結車両においてドーリーの多軸化により振動安定性を向上させることができる。

Fig. 12 Damping Ratio of Oscillatory Modes of Tractor and Double-trailer Combinations (Parameter: q_k , $k=1\sim3$, $e_k=0.65\text{m}$, $V=100\text{km/h}$)

図 13 はトラクタまたはトラックの後軸および各トレーラ軸を 2 軸にしてその軸間距離を変化させた場合の計算結果である。これを見ると、軸間距離が増加するに従って、減衰比が小さくなる傾向を示す振動モードは II 型のトラクタ・ダブルストレーラの④とトラック・フルトレーラの③であり、それ以外は大きくなる傾向を示す。

Fig. 13 Damping Ratio of Oscillatory Modes of Vehicle Combinations (Parameter: e_k , $k=1\sim3$)

ここで、振動安定性に影響を及ぼす複数軸の軸数および隣接軸間距離について、式(10)と式(11)から検討する。隣接軸間距離を同じにして軸数を 2 軸から 3 軸にした場合、および各軸数を同じにして隣接軸間距離を 1.3m から 1.7m にした場合について、 A および B_k の比率をみると、前者が約 2.7 倍、後者が約 1.7 倍である。従って、 AC/V および $B_k C/V$ は、トラクタおよびトレーラのヨー角速度の係数にかかわる項の一部であるから、減衰比への影響は前者が大きいことがわかる。

5. むすび

本研究では、まず、複数軸を考慮した多軸・多重連結車両の運動方程式に基づき、複数軸の各荷重が同じ場合、および同荷重が異なる場合でもタイヤのコーナリング係数が同じと仮定できる場合は、1 軸・多重連結車両の運動方程式に幾つかの項を付加することにより簡略化できることを明らかにしている。

次に、複数軸を 1 軸に変換した運動方程式を用いて、非振動安定性と定常円旋回時の操舵の感度を解析し、さらに操舵の感度および振動安定性に及ぼす複数軸の軸数および隣接軸間距離の影響を数値計算により明らかにしている。

本研究で得られた主な結果をまとめると以下のようになる。

(1) 多軸・多重連結車両のヨーモーメントに関する運動方程式のトラクタヨー角速度の係数およびトラク

タ・第 k トレーラ相対ヨー角速度の係数のみに多軸を考慮した項が付加される。

(2) 多軸・多重連結車両の定常円旋回時の前輪角の応答は、極低速度の前輪角のみに、多軸を考慮したことによる項が追加される。

(3) 多軸・多重連結車両のスタビリティ・ファクタの絶対値は 1 軸・多重連結車両のそれより小さくなる。従って、多軸・多重連結車両の非振動安定性の限界速度および操舵の感度は 1 軸・多重連結車両のそれとは異なる。

(4) 多軸のパラメータの中で複数軸の軸数が隣接軸間距離より操舵の感度および振動安定性に及ぼす影響が大きい。

(5) 多軸化により多くの振動モードを安定化させる。特に、II 型のトラクタ・ダブルストレーラのドーリーの多軸化が振動安定性を向上させる。

以上より多重連結車両の方向安定性に及ぼす多軸化の影響が明らかになっているが、今後、操舵時や制動時の横方向応答などについても同様の検討をした上で、多軸化した場合の同上車両の横方向運動に関する総合的な性能向上のための指針を提示する必要がある。

謝 辞

本研究の数値計算にご支援頂いた日本大学大学の野見山龍介氏に謝意を表します。

付録 1 計算に使用した車両諸元 (最大積載状態)

(1) I 型のトラクタ・ダブルストレーラ

$a=1.167m, b=2.333m, c_1=2.853m, c_2=3.669m, d=1.983m, f_1=6.000m,$
 $l=3.500m, l_1=5.300m, l_2=5.300m, m=6000kg, m_1=13000kg, m_2=13000kg,$
 $I=19600kgm^2, I_1=68600kgm^2, I_2=58800kgm^2, C_f=186kN/rad,$
 $C_r=332kN/rad, C_1=405kN/rad, C_2=370kN/rad$

(2) II 型のトラクタ・ダブルストレーラ

$a=1.122m, b=2.078m, c_1=2.866m, c_2=1.800m, c_3=2.866m, d=1.778m,$
 $f_1=6.200m, f_2=2.000m, l=3.200m, l_1=5.400m, l_2=2.000m, l_3=5.400m,$
 $m=5700kg, m_1=13000kg, m_2=1000kg, m_3=13000kg, l=14700kgm^2,$
 $I_1=67200kgm^2, I_2=686kgm^2, I_3=67200kgm^2, C_f=181kN/rad,$
 $C_r=344kN/rad, C_1=333kN/rad, C_2=333kN/rad, C_3=331kN/rad$

(3) トラクタ・セミトレーラ

$a=2.133m, b=1.867m, c=4.556m, d=1.667m, l=4.000m, l_1=8.200m,$
 $m=7500kg, m_1=27000kg, l=29400kgm^2, I_1=254800kgm^2,$
 $C_f=178kN/rad, C_r=695kN/rad, C_1=687kN/rad$

(4) トラック・フルトレーラ

$a=3.310m, b=1.490m, c_1=2.500m, c_2=2.059m, d=3.290m, f_1=2.500m,$
 $l=4.800m, l_1=2.500m, l_2=3.500m, m=14500kg, m_1=1000kg, m_2=8500kg,$
 $l=78400kgm^2, I_1=588kgm^2, I_2=24500kgm^2, C_f=185kN/rad,$
 $C_r=385kN/rad, C_1=185kN/rad, C_2=193kN/rad$

文 献

- (1) Aoki, A., Marumo, Y. and Kageyama, I., Directional Stability and Controllability of Multi-Articulated Vehicles, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 75, No.760 (2009), pp. 3152-3159.
- (2) Dugoff, H. and Murphy, R. W., The Dynamic Performance of Articulated Highway Vehicles – A Review of the State-of-the-Art, *SAE Transactions*, Vol. 80, (1971), pp.897-906.
- (3) Vlk, F., Lateral Dynamics of Commercial Vehicle Combinations – A Literature Survey, *Vehicle System Dynamics*, 11 (1980), pp. 305-324.
- (4) Fancher, P. and Winkler, C., Directional Performance Issues in Evaluation and Design of Articulated Heavy Vehicles, *Vehicle System Dynamics*, 45 (2007), pp. 607-647.