モーダル定数の有限要素法解析と実験による翼軸連成振り振動評価*

岡部 明^{*1}, 塩幡 宏規^{*2}, 工藤 健^{*1}
依田 秀夫^{*3}, 桜井 茂雄^{*4}, 中島 大喜^{*5}Rotor-Blade Coupled Torsional Vibration Evaluation Using
Modal Parameters Based on FEM Analysis and ExperimentAkira OKABE^{*6}, Koki SHIOHATA, Takeshi KUDO,
Hideo YODA, Shigeo SAKURAI and Daiki NAKAJIMA^{*6} Graduate School of Science and Engineering, Ibaraki University,
4-12-1 Nakanarusawa, Hitachi-shi, Ibaraki, 316-8511 Japan

Quasi-Modal technique is used for rotor-blade coupled torsional vibration analysis, because of its unique characteristics to provide a visual reduced model. In this paper we propose the hybrid method to calculate rotor-blade coupled torsional vibration of the model rotor of two disks with continuously coupled blades using FEM based quasi-modal parameters of blade-disk system. The result of hybrid method is compared with the full FEM analysis of the model rotor. The hybrid method shows the good accord with the full FEM analysis. This hybrid method has the advantage for faster design calculation repetition. The rotation test of model rotor is executed and measured results are compared with the calculated results to show the good accordance. The calibration procedure of modal parameters based on the measured blade-disk frequencies is also presented in order to show that the quasi-modal modeling is practicable method to feed back test results to analytical model for better accuracy.

Key Words: Vibration of Rotating Body, Torsional Vibration, Coupled Vibration, Quasi-Modal Transformation, Finite Element Method

1. 結 言

最近の蒸気タービン低圧段長翼の大型化は振動数離調, 剛性強化やダンピング向上等を考慮して, 図 1(a)に示すように全周の翼がインテグラルカバー, タイポス等で連結される全周 1 リング構造を成してディスク外周に連結されることから, ディスクと翼で連成してより複雑な振動モードが発生する。

このようなディスク・翼系の固有振動モードは節直径数で整理できる。そのひとつとして, 翼が全周同相で振動するいわゆる節直径数=0 次のアンブレラモードがあり, この同相振動の周方向成分が図 1(b)に示すようにロータのねじり振動と連成する。一方で軸のねじり振動が翼の周方向慣性力となり, 翼の同相振動を励起することになる。

Fig.1 Rotor-blade coupled vibration

* 原稿受付 2010 年 4 月 20 日。

^{*1} 正員, 茨城大学大学院理工学研究科 (〒316-8511 日立市中成沢町 4-12-1)。^{*2} 正員, フェロー, 茨城大学大学院理工学研究科。^{*3} (株)日立製作所日立事業所 (〒317-8511 日立市幸町 3-1-1)。^{*4} 正員, フェロー, (株)日立製作所日立事業所。^{*5} 茨城大学大学院理工学研究科。

E-mail: akira.okabe.fn@hitachi-pt.com

アンブレラモードについては、大型タービン発電機で種々の解析方法や実機測定が行われてきた⁽¹⁻⁶⁾。筆者らは変形モードと拘束モードを用いた擬基準座標変換法にて座標変換し、翼をばね-質量1自由度等価縮小翼モデルに置換することで翼軸連成振動を解析する方法を提案してきた⁽⁷⁻⁹⁾。さらに擬基準座標変換法による等価縮小モデル化をベースとして、1本のタービン低圧ロータで翼軸連成ねじり振動数を工場実測して等価縮小定数(質量とばね)を決め、このデータセットを利用することで、タービン発電機全体系の実機ロータ系翼軸連成振動数を精度良く推定できることをフィールド試験で確認した⁽¹⁰⁾。

一連の解析はディスク・翼系の非連成固有振動数と非連成モードの計算がまず必要になるが、従来は全周1リング構造の周期性を考慮した伝達マトリックス法を使用してきた⁽¹¹⁾。しかし、前述のごとく翼連結構造が複雑化するにつれて、伝達マトリックス法では詳細構造の影響を使い勝手よく反映することが困難になってきたため、詳細構造を3次元有限要素法でモデル化して評価するようになってきた。

一方、CAE技術の発達により、3次元モデリングにより流体解析から構造解析までを汎用有限要素法で一貫してシミュレーションすることが設計開発現場の主流となりつつあり、一般に複数の汎用有限要素法プログラムが利用されている。ここではそのひとつであるANSYS®を振動解析に使用している。

さらには、大型圧縮機とその駆動モータとの軸系は、インバータ制御の普及や電気系統の複雑化により振り加振周波数や機械・電気系振り連成振動系も複雑化するケースが増大しており、擬基準座標変換法による等価縮小モデル化手法を、汎用的に応用すべき対象も拡大すると考えられる。

本論文では、汎用有限要素法ANSYS®にて翼・ディスク系をばね-質量1自由度等価縮小モデルに置換して翼軸連成振動を解析するハイブリッドの方法と、翼・ディスク・軸モデル軸系の完全3次元有限要素法解析結果とを比較する。その結果、両手法が同等の解析結果を与えることを示し、前者が完全FEM手法より短時間で解析できる効果を確認する。さらには、軸系モデル実験での翼軸連成振り振動アンブレラモードの測定結果と比較して、等価縮小解析の手法の妥当性確認すると共に、実測データベースでの等価モーダル定数の補正方法を提案し、実験結果のフィードバックが容易に出来る本手法の実用上の有効性を示す。

おもな記号

a	: 連成係数
k_{ij}	: ばね定数
$[K_1], [K_3]$	: 回転軸と翼の剛性行列
k_{23}	: 回転軸と翼の連結剛性
$[M_1], [M_3]$	: 回転軸と翼の質量行列
$m_\delta = \delta' M_3 \delta$	: 翼系を剛体とした総質量 $\bar{M}_3$ または極慣性モーメント I_p
m^*	: 翼系のモーダル質量
m_c^*	: 翼系の連成モーダル質量
m_{eq}, k_{eq}	: 等価質量と等価ばね定数
η	: 翼系固有モードの重み値
x_2	: 翼ボス部の変位 (絶対座標)
X_3	: 翼系の変位ベクトル (絶対座標)
x_3^*	: 等価質量節点の変位 (絶対座標)
Δm	: 残留質量
ϕ, ω	: 翼系非連成固有モード, 振動数
ϕ_t	: 翼系非連成固有モード周方向成分
ϕ_a	: 翼系非連成固有モード軸方向成分
ϕ_r	: 翼系非連成固有モード半径方向成分

2 実験装置と方法

2.1 供試軸系諸元 タービンロータの振り振動系モデルとして、図2に示すような一様軸の両軸に翼車がついている軸系を考える。このような構成の軸系としては蒸気タービン低圧ロータによく見られる構成である。タービン発電機系では発電機につながる電力系統に含まれる倍周波数成分 $2f$ (f : 系統周波数) が、翼軸連成振動を励起することから、実機イメージを想定して固有振動数が $100\text{Hz}(=2 \times 50\text{Hz})$ 程度となるように軸系諸元を考慮した。実験回転数については、実際のタービン発電機系の回転数は 1500rpm – 3600rpm であるが、実験の安全性を考慮し本試験は 600rpm で実験することとした。

本実験の目的が翼の振動数と軸の振り振動の連成効果で発生する振動現象の把握であるので、翼系の振動数については、実機の振動数レベルも想定し、かつ軸系の固有振動数と近接して連成しやすいように約 80Hz オーダーになるように設計してある。

Fig. 2 Test rotor system

翼車の構造を図3に、実験装置の外観図を図4に示す。翼は矩形単一断面の梁で模擬した。翼長は175mm、板厚は3.2mmとした。ダブルフロー型タービンを想定し、外径270mmで、厚み10mmのディスク外周に軸に対して60°で翼を取り付けた左側ディスクと-60°で取り付けた右側ディスク2枚で翼と軸を構成しアンブレラモードを発生し易くしている。各翼は板厚3mmのカバーで連結されているが、この翼32枚がディスク外周に全周1リング構造で連結されている。全周1リング構造は個々の翼の製作誤差による固有値のバラツキを少なくし翼車として一体の動きを円滑にしている。

翼車の翼、ディスク、カバーは一体削りだしで2枚製作した。供試モデルの回転時の安全強度を十分確保する為に、材質はジュラルミンとした。2枚のディスクを連結する軸は内径10mmで、外径は35mmとした。この軸はディスク中心間距離が628mmである。この軸系を回転させるために、軸の一方の端に駆動用のモータ(0.75kw)が取り付けられている。

Fig. 3 Test disk with continuous coupled blades

2・2 実験方法および使用機器 振動数の測定は600rpm回転時の連成振動数測定と、単独ディスクの製作精度を確認するために、静止時の固有振動数測定も実施した。静止時の固有振動数及びモードの測定は打

撃による応答をFFTで周波数分析して解析した。モード解析はFFTのモードアニメーション機能を使い、高次の節直径数モードまで確認した。

タービンロータモデルの回転試験時は、翼上に貼付したストレングージからの出力を、軸中心孔を通した配線によりスリッピングに接続し、これを介してストレインアンプに通した後、FFTアナライザーにて周波数分析をして求めた。

Fig. 4 Test rotor system view

3. 連成振動解析

3・1 翼・ディスク系のモーダル量計算方法

翼系の固有値問題を図5(a)に示す多質点系で説明する。左側の3個の丸印が軸系(主系)で、右側の3個の角印が翼系(従系)を模式化している。両者の境界である節点 x_2 が翼系を軸に固定する節点である。

非連成系では同図(b)のように、軸系としては剛体翼が先端 x_2 に付いたモデルを考える。翼系としては同図(c)のように $x_2 = 0$ なる条件での翼振動を対象とする。ここで、同図(c)の翼単独系にモード合成法を適用して縮小モデルを作成する。翼系等価1質点は、図5(d)のように翼軸全体としては節点 x_2 に連結されたモデルとなる。すなわち、翼系の1つの振動モードを代表する等価質点 x_3^* が右端に新設される。この節点の等価質量とばね定数は式(1)~(3)で決められ、翼系の物理的全質量が維持されるような仕組みになっている。この詳細については既発表の文献⁽¹⁰⁾に詳述されているので、これを参照されたい。

$$m_{eq} = a^2 m^* = \text{等価質量} \quad (1)$$

$$k_{eq} = \omega^2 m_{eq} = \text{等価ばね定数} \quad (2)$$

$$\Delta m = m_s - m_{eq} = \text{残留質量} \quad (3)$$

翼系の2つのモードを考慮する時は同様の手順で縮小モデル化を行い、2つの等価質点が図5 (e)のように新設される。

実際の翼系の固有モードは、周方向成分 ϕ_t および軸方向成分 ϕ_a ならびに半径方向成分 ϕ_r を持っている。3方向成分の総和をとったモーダル質量は次式で計算される。

$$m^* = \phi_t^T M_3 \phi_t + \phi_a^T M_3 \phi_a + \phi_r^T M_3 \phi_r \quad (4)$$

Fig. 5 Principle of reduced modeling procedure

一方、翼系にとってボス部が境界点で、軸ねじり変位 θ が強制変位入力だから、翼各点の変位は半径 r をかけた値である。翼を半径方向に5分割し、翼先端から翼根元に向かって各半径方向位置を r_i ($i=1,2,3,4,5$)とすれば、変形モード $\delta = [r_1 \ r_2 \ r_3 \ r_4 \ r_5]^T$ と定義される。従って、

$$m_\delta = \delta^T M_3 \delta \equiv I_p = \text{極慣性モーメント} \quad (5)$$

さらに、連成モーダル質量 m_c^* は次式で計算される。

$$m_c^* = \delta^T M_3 \phi_t \quad (6)$$

連成係数は次式となる。

$$a = \frac{m_c^*}{m^*} = \frac{\delta^T M_3 \phi_t}{\phi_t^T M_3 \phi_t + \phi_a^T M_3 \phi_a + \phi_r^T M_3 \phi_r} \quad (7)$$

3.2 有限要素法によるモーダル量計算

前節で説明した手法を FEM で解析した固有振動モードに適用する。対象とするモデルは図4に示した様に全周1リング構造であるので、翼1本分に相当するディスク・翼・カバー分のモデルをソリッド要素（各節点での3方向変位のみを考慮し、傾きは無視。）で作成し、周期境界条件を適用した。図6に計算に使用したメッシュ図を示す。

有限要素法での計算結果を格納したデータファイルから必要なデータを読み込みモーダル量を計算した。以下、この処理フローを具体的に示す。

ステップ1：計算基本情報の読込

(要素データ、節点座標データ、境界条件データ、材料データ、周期境界データ)

ステップ2：周期境界固有値解析の実行

注：ANSYS®の場合は節点番号1からNE（節点数）は固有振動モードの実部（Re），節点番号NE+1から2xNEは固有振動数モードの虚部（Im）になっている。円周方向角度 θ の位置にある翼の固有振動モードは

$$Re(x)\cos(\theta) + Im(x)\sin(\theta) \text{で表せる。}$$

ステップ3：変位の正規化

最大半径位置の円周方向角変位（円周方向変位/半径）が1となるように正規化しておく。（変位は円筒座標系で計算されている。）

ステップ4：各節点の分担質量の計算

各要素の体積と節点番号を取得し、要素の質量を各節点に等分配する。

ステップ5：モーダルパラメータの計算

モーダルパラメータの定義式に従って有限要素モデルの全要素について計算する。

ソリッド要素に対し、各節点の質量を Δm_i 、節点の座標を x_i, y_i, z_i 、円筒座標系での翼先端の周方向変位で正規化された半径方向変位を u_i 、周方向変位を v_i 、軸方向変位を w_i とすると、固有振動数を ω rad/sとして、下記式で等価定数を計算できる。

$$\text{Mass} (m_\delta \text{ kg}) = \sum_{i=1}^N \Delta m_i \quad (8)$$

$$\text{Moment of Inertia } (I_p \text{ kg m}^2) \quad \sum \Delta m_i (x_i^2 + y_i^2) \quad (9)$$

$$\text{Modal Mass } (m^* \text{ kg}) \quad \sum \Delta m_i (u_i^2 + v_i^2 + w_i^2) \quad (10)$$

$$\text{Coupled modal mass } (m_c^* \text{ kg m}) \quad \sum \Delta m_i v_i \sqrt{(x_i^2 + y_i^2)} \quad (11)$$

$$\text{Coupled factor (a)} \quad m_c^* / m^* \quad (12)$$

$$\text{Equivalent mass } (I_{peq} \text{ kg m}^2) \quad a^2 m^* \quad (13)$$

$$\text{Equivalent spring } (k_{eq} \text{ Nm/rad}) \quad \omega^2 I_{peq} \quad (14)$$

$$\text{Residual mass } (\Delta I_p \text{ kg m}^2) \quad I_p - I_{peq} \quad (15)$$

Fig. 6 Blade-disk mesh model

ANSYS®により上記モデルでの周方向アンブレラモードの等価定数を回転数 600 rpm で計算した結果を表 1 に示す。

Table 1 Modal parameters (600 rpm)

Blade Frequency (ω)	77.2 Hz
Moment of Inertia (I_p)	$82.8 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$
Equivalent mass (I_{peq})	$9.80 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$
Equivalent spring (k_{eq})	$23.1 \times 10^2 \text{ N m}$
Residual mass (ΔI_p)	$73.0 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$

計算結果から、この翼モデルでは翼質量の 11.9% (I_{peq}/I_p) が振り連成に寄与する部分に、残りの 88.1% ($\Delta I_p/I_p$) が連成に寄与しない部分へ分けられたことが分かる。

3・3 等価縮小モデルによる翼軸連成振り振動解析

前節で計算したモーダル量を利用してモデルロータの等価縮小モデルによる翼軸連成振り振動解析を行う。解析は通常の振り振動解析であり、ANSYS®の場合は軸に 1 次元梁要素を使い、回転慣性と回転バネに質量要素(MASS21)とばね要素(COMBIN14)を使用する。図 7 にメッシュ図(要素数 93)を、計算結果のモード図を図 8 に示す。

Fig. 7 Rotor-blade coupled torsional vibration model

Fig. 8 Stationary frequency response

図 8 の結果から(1)奇対称同相モード (Point Symmetric In-phase mode, PSI モード)は、72.2Hz (2) 偶対称逆相モード (Axisymmetric Out-of-phase mode, ASO モード) は、81.9Hz, (3) 奇対称逆相モード (Point Symmetric Out-of-phase mode, PSO モード) は、114.5Hz に現れていることがわかる。これはダブルフロタイプの実機タービンロータで現れる典型的なモードである⁽¹⁰⁾。

図 9 は、翼・ディスク円盤系の非連成の固有振動数と翼・ディスク円盤系を剛とした時のシャフトの非連成振り振動数が連成してスプリットした関係を示す。翼を剛とした時の軸単独振れ振動数は 104.9Hz であり、翼単独の固有振動数 77.2Hz より高く、比較的近接しているケースである。このモデルの場合は高い方の連

成振動数は軸単独振動数よりさらに高くなり、低い方の連成振動数は翼単独振動数よりさらに低くなることからわかる。

Fig. 9 Eigenvalue split at 600rpm

3・4 有限要素法モデルによる翼軸連成振り振動解析

図 10 に、ロータ系全体を有限要素法で解析し、等価縮小モデルによる解析結果と比較するための有限要素法 ANSYS®によるメッシュ図を示す。

Fig. 10 Rotor mesh model

Fig. 11 Umbrella mode

このモデルで計算した場合は高次モードまで計算されるので、モード変形図により、アンブレラモードの振動数を確認した。図 11 にアンブレラモード図の 1 例を示す。表 2 に全有限要素モデルによる計算結果と等価縮小モデルによる計算結果との比較を示す。この結果からわかるように、両方の解析結果はよく一致しており、ANSYS®による翼・ディスクのモーダル定数計算を利用した等価縮小モデル化手法が翼軸連成振り振動解析に有効な解析方法であることが確認された。

等価縮小モデルでの計算は 1 次元での計算であり、解析設計時間も完全 FEM に比較して、経験値として約 1/10 から約 1/20 で済む。完全 FEM と同等の精度で翼軸連成振動数をチューニングする為のシャフト形状パラメーターサバイが短時間で繰り返し計算出来ることは、実用上のメリットが大きい。

Table 2 Coupled umbrella frequency at 600rpm

	Equivalent reduced modeling	Full FEM analysis
PSI mode	72.2 Hz	73.8 Hz
ASO mode	81.9 Hz	82.0 Hz
PSO mode	114.5 Hz	115.8 Hz

4. 試験結果

4・1 単独翼・ディスク静止時測定結果 製作した 2 枚のディスク (TP1 と TP2) の全周 1 リング構造としての製作精度を確認するために、打撃試験により単独ディスクの静止時周波数特性を測定し、モード分析も行った。検討の対象とした節直径数 0 次のアンブレラモード以外の高次モードも含めて、固有振動数試験結果と節直径数の関係を図 12 に示す。解析値と実測値は高次モードまでほぼあっており、設計意図通りに製作されたことがわかる。

4・2 翼・ディスク・軸系モデル回転試験結果 回転時 (600rpm) の各ディスクの翼根元に取り付けたストレングージからの出力を周波数分析した結果を図 13 に示す。今回の測定では、奇対称逆相モード (PSO モード) は明確に測定出来なかった。筆者らの経験では、実機においてもこのモードは検出することが困難である。表 3 に 600rpm での振り連成振動数を等価縮小モデルによる計算結果と比較して示す。表 3 の結果から実測値は解析値とほぼ合っていることが確認された。

Fig. 12 Stationary nodal frequency

Fig. 13 Frequency response at 600rpm

Table 3 Coupled umbrella frequency at 600rpm

Mode	Calculated (Equivalent reduced modeling)	Measured
PSI	72.2 Hz	71.3 Hz
ASO	81.9 Hz	83.8 Hz
PSO	114.5 Hz	N/A

4・3 試験結果による等価定数の補正 等価縮小

モデルの大きなメリットのひとつは、物理的イメージが明確であり、実験結果による定数の補正が可能な点にある。今回の実験モデルはダブルフロー低圧蒸気タービンを想定した実験モデルであるが、このモデルの場合の奇対称同相モード (PSI モード) と、偶対称逆相モード (ASO モード) について補正する計算手法を以下に説明する。

ステップ1：等価ばね定数補正

ASO モードが翼主体のモードであることに着目し、等価ばね定数のみを補正して、ASO モードを実測値に合わせる。表4に補正結果を示す。

Table 4 Calibration results

	Calculated	Step1 Calibration
Blade frequency	77.2 Hz	78.9Hz
Equivalent spring	$23.1 \times 10^2 \text{ N m}$	$24.1 \times 10^2 \text{ N m}$
Equivalent mass	$9.80 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$	$9.80 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$
Equivalent mass ratio	11.9 %	11.9%
PSI mode	72.2 Hz	73.6 HZ
ASO mode	81.8 Hz	83.7 Hz

ステップ2：等価質量補正

等価マスを補正することで、2つの振動数の差であるスプリット量に変化することに着目し、ステップ1の翼単独振動数を固定して、等価質量を補正してスプリット量を広げる。

ステップ3：等価ばね定数補正

ステップ2でASOモードの振動数が変化するので、再度ステップ1と同じく、ステップ2の等価質量を固定して、等価ばね定数を補正してASOモードとPSIモードの振動数を補正する。表5に補正結果を示す。この結果、ステップ3の補正で実測値と解析値は1%以下の精度で合わせ込むことが出来たことがわかる。

Table 5 Calibration results

	Step2 Calibration	Step3 Calibration
Blade frequency	78.9 Hz	74.7Hz
Equivalent spring	$50.6 \times 10^2 \text{ N m}$	$45.3 \times 10^2 \text{ N m}$
Equivalent mass	$20.6 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$	$20.6 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$
Equivalent mass ratio	24.9 %	24.9%
PSI mode	74.2 Hz	71.4 HZ
ASO mode	88.0 Hz	83.1 Hz

5. 結 言

ロータに相当する主系と翼・ディスク系を模擬した従系からなる翼軸連成振動問題に関し、翼・ディスク系を汎用有限要素法プログラムである ANSYS®により固有値モード解析をおこない、擬モデル変換法による 1 自由度系の等価縮小モデルに変換するハイブリッド方法により、ロータ系の翼軸連成振動解析を行った。

等価縮小モデル解析と合わせて、ロータ系全体を有限要素法で解析し、等価縮小モデルによる解析結果と比較し、両者がほとんど同じ結果を与えることを確認した。等価縮小モデル化手法を適用すれば、解析設計時間も完全 FEM に比較して、経験値として約 1/10 から約 1/20 で済むので完全 FEM と同等の精度で翼軸連成振動数を計算でき、実用上有効である。

解析したロータ系についてモデルロータを製作し、600rpm で回転させて翼軸連成振り振動数を実測した。この結果、解析値とよく合っていることを確認した。

さらに、実験結果のアンブレラ振動数実測値を利用して、等価定数を補正する手法を提案し、補正された等価定数を利用することで、ロータ系翼軸連成振り振動数と実測振動数を 1%以下の精度で合わせ込むことが可能なことを示した⁽¹²⁾。

本モデル化は物理的理解が容易であるのみならず、汎用の有限要素法振動解析プログラムにより、翼振動のアンブレラモードの等価質量と等価ばねを翼の詳細構造を反映して定義できる。これにより、1 自由度系等価縮小モデルへの展開が精度よく可能となり、完全有限要素法モデルによる解析結果と同等の翼軸連成振り振動数評価を短時間で容易に計算可能となった。

また、実測結果によって補正された等価質量・ばねを利用することで、例えば、同一コンポーネントや駆動系、被駆動系の軸径が連結された最終軸系での翼軸連成振り連成振動数を、より精度良く推定することにも資すると考えられる。

なお、記載の社名および製品名は各社の商標または登録商標である。

文 献

- (1) Kosinov, Y. P. and Filippov, A. P., Vibration of rotors in turbine units with short circuit of the generator, *Teploenergetika*, Vol. 21, No.6 (1974), pp. 97-101.
- (2) La Rosa, J. A., Kung, D. G. C., and Rosard, D. D., Analysis of turbine blade vibration induced by electrical-mechanical interactions, *Joint Conference on Power Generation*, (1980).

- (3) Hammons, T. J., Stressing of large turbine-generators at shaft couplings and LP turbine final-stage blade roots following clearance of grid system faults and faulty synchronisation, *Joint Conference on Power Generation*, (1986), pp. 1-12.
- (4) Manabe, K., Torsional vibration measurements by generator L-L short-circuit at Ikata No.1 power station (in Japanese), *Sikoku Electric Power Company report*, No. 40 (1982), pp. 1-6.
- (5) Higuchi, M. and Tsuda, T., Telemetry test of blade shaft coupled torsional vibration at the Tsuruga No.2 Power Plant, *American Power Conference*, Vol. 51 (1989), pp. 1-6.
- (6) Ziebarth, H. and Termuehlen, H., Evaluation method for the coupled system of shaft torsion and LP turbine blade deflection, *American Power Conference*, Vol. 51 (1989), pp. 1-7.
- (7) Matsushita, O., Sugaya, T., Namura, K., Okabe, A., Kaneko, R., Michimura, S., and Ida, M., An equivalent reduced system for coupled vibration analysis (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 54, No.499 (1988), pp. 587-595.
- (8) Matsushita, O., Namura, K., Yoshida, T., Kaneko, R., and Okabe, A., Torsional vibration analysis of turbine-generator-blade coupled system, *American Power Conference*, Vol. 51 (1989), pp. 81-86.
- (9) Okabe, A., Kaneko, R., Matsushita, O., Namura, K., and Yoshida, T., Coupled vibration analysis: torsional vibration of turbine-generator coupled system, *12th ASME Conference on Mechanical vibration and noise*, Vol. 18 (1989), pp. 135-140.
- (10) Okabe, A., Kudo, T., Yoda, H., Sakurai, S., Matsushita, O., and Shiohata, K., Rotor-Blade Coupled Vibration Analysis by Measuring Modal Parameters of Actual Rotor (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 75, No.751 (2009), pp. 566-573.
- (11) Namura, K., The vibration characteristics of steam turbine blades (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 51, No.466 (1985), pp. 1245-1254.
- (12) ISO 22266-1:2009(E), Mechanical vibration-Torsional vibration of rotating machinery-, Part 1: Land-based steam and gas turbine generator sets in excess of 50MW, (2009).