複数の波動が存在する振動場における 振動インテンシティに関する研究*

西島基史^{*1}, 竹浩史^{*2}
三上真人^{*3}, 小嶋直哉^{*4}

A Study on Vibration Intensity in Vibration Field with Multiple Waves

Motofumi NISHIJIMA, Hirofumi TAKE,
Masato MIKAMI^{*5} and Naoya KOJIMA

^{*5} Graduate School of Science and Engineering, Yamaguchi University,
2-16-1 Tokiwadai, Ube-shi, Yamaguchi, 755-8611 Japan

In order to utilize the vibration intensity (VI or structure intensity), it is necessary to clarify characteristics and usability of VI under conditions close to practical situations. The superposition of standing wave and traveling wave often occurs in actual structures. In the vibration field with a standing wave and a traveling wave, it has been reported that a curved energy flow is detected by VI unlike the case without the standing wave. It has not been validated whether the energy flow detected by VI in the case with standing wave is equal to the real energy flow. VI detects the transmission component of vibration energy. However, the standing wave is non transmission component. The influence of the standing wave on VI is still unclear. In this study, a thin plate model with a standing wave and a traveling wave was employed, and we investigated the influence of superposition of these waves on VI using finite element method (FEM) analysis. The usability of VI under this condition was evaluated. Main findings are as follows: The extra terms appear in the VI formula when the superposition of multiple waves occurs. The difference between VI with standing wave and that without it is generated by these terms. VI approximately detects real energy flows when amplitude ratio of traveling wave to standing wave is greater than five.

Key Words: Method of Vibration Analysis, Vibration Intensity, Structure Intensity, Wave, Standing Wave, Traveling Wave, Curved Energy Flow, Finite Element Method

1. 結 言

現在、低振動や低騒音が製品に付加価値を与え、品質の良否を決定する大きな因子となっており、振動低減を考慮した設計開発の重要性が高まっている。振動対策を施す場合においては、効率的かつ効果的に対策を施すことが求められており、予め振動場の情報を把握するために、振動源や振動伝搬経路の可視化が有効な手段となる。この具体的な手法の1つとして、振動インテンシティ(Vibration Intensity, Structure Intensity, 以下VI)法⁽¹⁾⁽²⁾が試みられている。

VI法は振動エネルギーの流れをベクトルによって表現する手法であり、これにより機械構造物表面の振動伝搬現象を可視化することが可能となる。しかし、多くの

実構造物においては、端部や段差などの境界における反射波の発生や、複数の振動源や振動流入経路の存在によって、振動エネルギー流れが複雑化している。このため、VIを実機へ適用した研究^{(3)~(6)}も存在するが、明確な振動対策の指針を得られない場合もある。また、VI法は振動対策を施す上で指標となるため、実構造物に適用する前に、上記のような振動が複雑に伝搬する振動場においても、振動エネルギー流れを正確に検出可能な検証が必要がある。したがって、VI法を効果的に活用するためには、実機の振動を想定した条件下において、本来の振動エネルギー流れを検出可能な条件を抽出するなど、VIの特性や有用性を明確にすることが必要であるといえる。

実機での振動において頻繁に見られる現象として、振動の非伝搬成分である定在波成分と伝搬成分である進行波成分の重ね合わせが挙げられる。加振源より生じる進行波と境界において生じる反射波の振幅が等しい場合には完全な定在波が形成される。しかし、多くの場合には、進行波と反射波の振幅は異なるため、定在波に加えて、その差が進行波として現れる。定在波成分の存在する振

* 原稿受付 2010年6月24日。

^{*1} 山口大学大学院理工学研究科(〒755-8611 宇部市常盤台2-16-1)。

^{*2} 学生員, 山口大学大学院理工学研究科。

^{*3} 正員, 山口大学大学院理工学研究科。

^{*4} 正員, フェロー, 山口大学大学院理工学研究科。

E-mail: mmikami@yamaguchi-u.ac.jp

動場においては、渦巻き状の流れなど、特徴的な流れが VI により検出されることが示されている⁽⁷⁾⁽⁸⁾。また、定在波成分に進行波成分が別途付加された場合には、VI により定在波成分を伴わない場合の流れとは異なる湾曲した流れが検出されることが報告されている⁽⁹⁾。しかし、振動の非伝搬成分である定在波成分が、振動の伝搬成分を捉える VI に影響を及ぼす要因は、明らかになっておらず、定在波成分を伴う場合に検出される流れが本来のエネルギー流れを捉えたものであるかも明確になっていない。

そこで、本研究では、定在波成分である振動モードに進行波成分が別途付加された薄肉平板を対象として、それらの波動の重ね合わせが VI に及ぼす影響を FEM による数値解析から調査した。加えて、同条件における VI の有用性について評価を行った。

2. 解析方法

2・1 屈曲波による VI の算出方法 騒音へ直接的に変換されるのは面外方向の振動であるため、VI は一般に、薄板において屈曲波により伝搬される振動エネルギー流れを対象とする。本研究においても、以降、屈曲波による VI を対象とした議論を行う。

屈曲波による VI の定義式は、薄板の微小断面に作用する単位幅当たりのせん断力、曲げモーメント、ねじりモーメントにより、単位時間当たりになされる仕事の和として定義される。VI の単位は W/m である。平面応力状態の仮定に基づき平板の曲げ理論を適用すると、周波数領域における VI 算出式の x 方向成分は、次式で表される。

$$VI_x(f) = B \left\{ F \left[\frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 w) \right] \cdot F^* \left[\frac{\partial w}{\partial t} \right] - F \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \cdot F^* \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right] - (1-\nu) F \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \cdot F^* \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial t} \right] \right\} \quad (1)$$

ここで、 w は面外方向振動変位、 B は板の曲げ剛性、 ∇^2 は 2 次元ラプラシアン、 ν はポアソン比、 f は周波数、 $F[\ ]$ はフーリエ変換値、 $*$ は共役複素数を示す。式(1)の実数部を VI のアクティブ成分と呼び、アクティブ成分の周波数領域における積分値は、エネルギー伝搬の時間平均値を表している。式(1)を任意の周波数帯域について積分することにより、周波数帯域ごとの振動エネルギー流れを検出することができる。また、 y 方向成分の屈曲波 VI の算出式に関して、式(1)における x と y を置き換えることにより、同

様に表される。なお、式(1)により VI を算出するために、12 箇所の差分点を配置する 12 点法⁽¹⁰⁾を用いた。

2・2 解析モデル 本研究では、図 1 に示す正方形薄肉平板の $3\text{m} \times 3\text{m}$ モデルを用いて FEM 解析により検討を行った。FEM 解析には有限要素法構造解析プログラム MSC.visual Nastran for Windows を用いた。解析モデルの寸法は x, y 方向ともに 3000mm 、板厚を 1.6mm とし、周辺 4 辺の境界条件は単純支持とした。正方形の中心を座標の原点とし、原点を加振点とした。なお、VI を算出する解析領域は平板中央の 1 辺 1000mm の正方形内部とした。また、表 1 には解析モデルの物性値を示す。

2・3 加振条件 まず、固有周波数 69.739Hz の正弦波加振を入力し、定常状態の(9,9)モードを形成させ、完全な定在波成分のみによる振動応答を得た。(9,9)モードを形成するために入力した固有周波数 69.739Hz の加振の振幅を F_{sw} とし、 $F_{sw}=1 \times 10^{-7} \sim 1 \times 10^{-2}\text{N}$ の範囲で変化させた。

また、静止状態の平板に振幅 1N の 69.739Hz の正弦波加振を入力し、加振入力開始から 0.05 秒間分の 69.739Hz の進行波成分のみによる振動応答を得た。なお、この 0.05 秒間においては、板端部で生じる反射波が平板中央の 1 辺 1m の正方形解析領域内に到達しないため、この進行波成分については、反射波の影響が除外されている。

さらに、(9,9)モード形成時の定在波成分のみによる応答と進行波成分のみによる応答を線形結合することで、同周波数の定在波成分に進行波成分が別途付加された振動場を想定した。なお、定在波成分生成用の加振に対し進行波成分付加用の加振は $\pi/2$ の位相遅れを有している。VI を算出する解析周波数は 69.739Hz とした。図 2 に進行波成分の変位の振幅 A_{nw} と定在波成分の変位の振幅 A_{sw} の加振点における比 $(A_{nw}/A_{sw})_0$ を定在波成分生成用の加振振幅 F_{sw} に対して示す。上述のとおり、進行波成分生成用の加振振幅が 1N であるのに対し、定在波成分生成用の加振振幅は $F_{sw}=1 \times 10^{-7} \sim 1 \times 10^{-2}\text{N}$ の範囲で変化させている。 $F_{sw}=1 \times 10^{-5}$ の場合には $(A_{nw}/A_{sw})_0=1.35$ であり、それぞれの加振による応答は同程度である。なお、 $F_{sw}=1 \times 10^{-7}$ の場合には $(A_{nw}/A_{sw})_0=135$ 、 $F_{sw}=1 \times 10^{-2}$ の場合には $(A_{nw}/A_{sw})_0=0.00135$ である。

Fig. 1 FEM analysis model (3m×3m thin plate)

Fig. 2 Dependence of amplitude ratio at excitation point on amplitude of excitation force to form standing wave

Table 1 Material constants of the analysis model

Young's modulus, E [GPa]	206
Poisson's ratio, ν	0.3
Mass density, ρ [kg/m ³]	7.86×10^3

3. 結果および考察

3・1 定在波成分と進行波成分を伴う場合の VI 分布

まず、進行波成分のみによる VI を図 3 に示す。この進行波成分のみによる VI は、解析領域全域において加振源から放射状かつ直線的に分布している。

また、定在波成分を形成するための加振の振幅が $F_{sw}=1 \times 10^{-2}$ N の場合の (9,9) モードのみによる VI を図 4 に示す。定在波成分は振動エネルギーを伝搬しないため、いずれの F_{sw} においてもエネルギー伝搬を捉える VI は解析領域全域で 0 となっている。

次に、 $F_{sw}=1 \times 10^{-7}$, 1×10^{-5} , 1×10^{-2} N の場合において、定在波成分と進行波成分を伴う場合の VI を図 5 に示す。定在波成分は非伝搬成分であるため、定在波成分と進行波成分を伴う場合の VI は、進行波成分のみによる VI と同じ流れとなることが予測される。しかし、 F_{sw} が増大すると、定在波成分と進行波成分を伴う場合の VI は、図 3 の進行波成分のみによる VI と比べ、大きさが大きくなり、さらに、湾曲した流れを示すようになる。

ここで、定在波成分と進行波成分を伴う場合の VI と進行波成分のみによる VI のベクトルの角度差として定義される方向角度誤差 θ_{DAE} の分布を、図 6 に示す。この図より、 F_{sw} が大きくなるほど、定在波成分の有無による VI の流れの方向の違いが増大していることがわかる。

Fig. 3 VI distribution with traveling-wave component alone with the frequency of 69.739 Hz

Fig. 4 VI distribution with standing-wave component alone with the frequency of 69.739 Hz ($F_{sw}=1 \times 10^{-2}$ N)

Fig. 5 VI distributions with both standing-wave and traveling-wave components

Fig. 6 Distributions of direction angle error θ_{DAE} between
VI with both standing-wave and traveling-wave components
and VI with traveling-wave component alone

3・2 クロス項の影響 2つの波動 w_a および w_b が同時に存在する振動場に VI を適用した場合、VI 算出式の第1項 $VI_{x,1st}$ は次式のようにになる。

$$VI_{x,1st} = B \left\{ F \left[\frac{\partial^3 w_a}{\partial x^3} \right] \cdot F^* \left[\frac{\partial w_a}{\partial t} \right] + F \left[\frac{\partial^3 w_b}{\partial x^3} \right] \cdot F^* \left[\frac{\partial w_b}{\partial t} \right] \right. \\ \left. + F \left[\frac{\partial^3 w_a}{\partial x^3} \right] \cdot F^* \left[\frac{\partial w_b}{\partial t} \right] + F \left[\frac{\partial^3 w_b}{\partial x^3} \right] \cdot F^* \left[\frac{\partial w_a}{\partial t} \right] \right\} \quad (2)$$

2つの波動 w_a および w_b が同時に存在する場合には、算出式中に、 w_a か w_b の一方のみを含む式(2)の第1, 2項のような非クロス項と、1つの項中に複数の波動が存在する式(2)の第3, 4項のようなクロス項が存在する。これは、VI 算出式の他の項についても同様である。

各非クロス項は、各波動が単一で存在する場合での VI によるエネルギー流れを表している。複数の波動が存在する振動場を伝搬する振動エネルギーは、1つ1つの波動によって伝搬される振動エネルギーの総和であると考えられる。これより、非クロス項の和が本来のエネルギー流れを表していると考えられる。しかし、実際に算出される VI には、エネルギー流れの評価に介在しないクロス項が存在している。

図7～9に $F_{sw} = 1 \times 10^{-7}$, 1×10^{-5} , $1 \times 10^{-2} \text{ N}$ の条件について、定在波成分と進行波成分を伴う場合の非クロス項、クロス項およびそれらの和である全項による VI 分布を示す。

Fig. 7 VI distributions by each terms with both standing-wave and traveling-wave components ($F_{sw}=1 \times 10^{-7} \text{ N}$) Fig. 8 VI distributions by each terms with both standing-wave and traveling-wave components ($F_{sw}=1 \times 10^{-5} \text{ N}$) Fig. 9 VI distributions by each terms with both standing-wave and traveling-wave components ($F_{sw}=1 \times 10^{-2} \text{ N}$)

図7～9のいずれにおいても、定在波成分のみによるVIは0であるので、非クロス項によるVIは図3の進行波成分のみによるVIと完全に同一の流れとなっており、ここからも非クロス項が本来のエネルギー伝搬を表していることがわかる。また、図7においては、クロス項は0ではないが、非クロス項に比べて無視できるほど小さく、全項によるVIは非クロス項によるVIとほぼ等しい流れを示している。図8においては、非クロス項とクロス項が同程度の大きさを有しており、全項によるVIが非クロス項によるVIから変化している。さらに、図9においては、非クロス項が無視できるほどクロス項が大きくなっており、クロス項が全項によるVIの流れを決定づける支配因子となっている。なお、図9でのベクトルのスケールは図7,8と異なることに注意されたい。

3・3 進行波成分と定在波成分を伴う振動場におけるVIの有用性 ここでは、進行波成分と定在波成分が同時に存在する場合のVIの有用性について考察を行う。まず、69.739Hzにおいて、進行波成分の変位の振幅 A_{pw} と定在波成分の変位の振幅 A_{sw} の振幅比 A_{pw}/A_{sw} をVIの有用性評価のためのパラメータとした。

図10に、振幅比 A_{pw}/A_{sw} の変化に対する、全項によるVIと非クロス項によるVIの方向角度誤差 θ_{DAE} の推移を示す。なお、この θ_{DAE} は、定在波成分と進行波成分を伴う平板において、実際に算出されるVIと本来のエネルギー伝搬の方向の差異を表す。

ここで、 θ_{DAE} の値とVIの有用性の関係について、言及しておく。本来のエネルギー流れとVIベクトルの間に θ_{DAE} の角度誤差がある場合、本来のエネルギー流れ方向のVIベクトルの成分は、VIベクトルの大きさを1とすると、 $\cos(\theta_{DAE})$ となる。対して、本来のエネルギー流れ方向と直角を成し、本来のエネルギー流れを表すことを阻害する成分は $\sin(\theta_{DAE})$ となる。これら $\sin(\theta_{DAE})$ と $\cos(\theta_{DAE})$ の比 $\tan(\theta_{DAE})$ が1/2以下、すなわち、 θ_{DAE} が26度以下のときには、本来のエネルギー流れを表す成分が主流であると考えられる。これより、本研究では、 $\theta_{DAE} < 26$ 度をVIの有用性の判断基準として用いる。

また、図11に、振幅比 A_{pw}/A_{sw} の変化に対する、クロス項 VI_{cross} と非クロス項 $VI_{noncross}$ の比 $VI_{cross}/VI_{noncross}$ の推移を示す。ここで、 VI_{cross} および $VI_{noncross}$ はVIベクトルの大きさを表す。なお、図10, 11は、 F_{sw} を $1 \times 10^{-7} \sim 1 \times 10^{-2}$ Nの範囲で変化させた

場合での解析領域内における全VI算出点での値を示す。

図10, 11より、 A_{pw}/A_{sw} が小さくなり0に近づくほど、ほとんどの点で θ_{DAE} と $VI_{cross}/VI_{noncross}$ はともに増加している。 A_{pw}/A_{sw} が5以上においては、ほとんどの点で θ_{DAE} が26度以下となっており、VIが本来のエネルギー伝搬を捉えていると考えられる。また、 A_{pw}/A_{sw} が5以上においては、ほとんどの点で本来のエネルギー流れを表す非クロス項がクロス項より大きくなっている。しかし、 A_{pw}/A_{sw} が5以下においては、 $VI_{cross}/VI_{noncross}$ が1を超える点が増加し、VIの信頼性を低下させている。

4. 結 言

完全な定在波成分に進行波成分が別途付加された振動場におけるVIに関する検討より、以下の知見が得られた。

- (1) 周波数の等しい複数の波動が同時に存在する場合には、VIの算出式中に存在するが振動エネルギー伝搬の評価に介在しないクロス項の影響が

Fig. 10 Direction angle error θ_{DAE} between VI by all terms and VI by non-cross terms vs. amplitude ratio A_{pw}/A_{sw}

Fig. 11 Ratio of cross terms to non-cross terms $VI_{cross}/VI_{noncross}$ vs. amplitude ratio A_{pw}/A_{sw}

顕在化し, VI と本来のエネルギー流れの間に差異が生じる場合があることがわかった.

- (2) 定在波成分は非伝搬成分であるため, 振動エネルギーの伝搬成分を捉える VI に影響を与えないことが予想されるが, クロス項を介して定在波成分の有無により VI が変化することがわかった.
- (3) 進行波成分と定在波成分の変位の振幅比が 5 以上の場合には, クロス項と比較して, 非クロス項が大きく, 本来のエネルギー流れを VI により捉えることができることを示した.
- (4) VI における湾曲したエネルギー流れの形成要因の 1 つとして, クロス項の影響が挙げられることがわかった.

文 献

- (1) Noiseux, D. U., *Journal of Acoustical Society of America*, 47-1, (1970), pp. 238-247.
- (2) Pavic, G., *Journal of Sound and Vibration*, 49-2, (1976), pp. 221-230.
- (3) Kojima, N., et al., *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, Vol. 57, No. 533, C (1991), pp. 130-134. (in Japanese)
- (4) Ebita, Y., et al., *Proceeding Jpn. Soc. Mech. Eng.*, Vol. 2003, No. 41, C (2003), pp. 325-326. (in Japanese)
- (5) Kojima, N., et al., *SAE 1997 Transactions (Journal of English)*, SAE Paper 972035, (1997), pp. 1289-1295.
- (6) Kojima, N., et al., *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, Vol. 55, No. 518, C (1989), pp. 2519-2526. (in Japanese)
- (7) Tanaka, N., et al., *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, Vol. 59, No. 566, C (1993), pp. 3086-3094. (in Japanese)
- (8) Tanaka, N., et al., *Jpn. Soc. Mech. Eng. international Journal*, vol. 37, No. 3, C (1994), pp. 588-594.
- (9) Yahara, M., et al., *Proceedings of 14th International Congress on Sound and Vibration*, (2007), No.413
- (10) Honda, S., et al., *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, Vol. 60, No. 574, C (1994), pp. 1933-1940. (in Japanese)