合金の温度分布を利用した丸鋸の腰入れ*

坂東 慎之介^{*1}, 日野 順市^{*2}
岩田 弘^{*3}, 橋本 浩二^{*4}The Tensioning for a Tipped Saw Using the Temperature
Distribution on Its Base MetalShinnosuke BANDO^{*5}, Junichi HINO,
Hiromu IWATA and Koji HASHIMOTO^{*5} Kagawa Pref. Industrial Technology Center,
587-1 Goto-cho, Takamatsu-shi, Kagawa, 761-8031 Japan

In this paper, we considered a new tensioning method by the temperature distribution on the base metal of tipped saw. First, the relationship of the temperature distribution on the base metal and the tensioning effect (i. e. transitions of natural frequency) was examined by calculation using a disk model. As the results, when the temperature θ_c at inner circumference of the disk was higher than the temperature θ_a at outer circumference, the natural frequency of the two or higher nodal diameters mode increased. And the increments of the natural frequencies were proportional to the temperature difference $\theta_c - \theta_a$. Furthermore, the tangential residual stress σ_θ at outer of disk had positive value denoted as tensile stress. These results coincided with the effects of the traditional tensioning method so called 'Roll Tensioning'. Then, the validity of the calculation results by experiment using disk was verified. The transition of the natural frequency by the experiments indicated similar tendency to the calculation results.

Key Words: Vibration of Continuous System, Modal Analysis, Natural Frequency, Tipped Saw, Tensioning Effect, Temperature Distribution, Thermal Stress, Disk

1. 結 言

丸鋸(図1⁽¹⁾)は、非鉄金属、木材、鉄鋼材料など、各種素形材の切断に幅広く用いられる工具である。丸鋸は、薄板回転円板であることから、空転時及び切断作業中に、面外方向への振動が生じやすい構造となっている。特に、合金の固有振動数と主軸回転数が共振を生じる危険回転数においては、大振幅の振動が生じるため、その対策が必須となっている。

丸鋸の面外振動や危険回転数への対策のうち、代表的な方法にローラ腰入れ⁽²⁾がある(図2)。この方法は、低速で回転する丸鋸の台金に対し、その表裏両面からローラを押し付け、かつローラを台金の半径方向に移動させることにより、台金に広く残留応力を付与する塑性加工である。この処理により、台金の剛性を変化させ、実用回転数領域で問題となりやすい(0, n)

次モード(節円数0, 節直径数 n , $n \geq 2$)の固有振動数を増大させることができる。

一般に、腰入れにおけるローラ圧力の調整は、手作

Fig. 1 Tipped saw⁽¹⁾

Fig. 2 Roll tensioning

* 原稿受付 2010年7月26日。

^{*1} 正員, 香川県産業技術センター(☎761-8031 高松市郷東町587-1)。^{*2} 正員, 徳島大学大学院ソシオテクノサイエンス研究部(☎770-8506 徳島市南常三島町2-1)。^{*3} 正員, 香川高等専門学校機械工学科(☎761-8058 高松市勅使町355)。^{*4} 橋本特殊工業(株)(☎760-0064 高松市朝日新町30-8)。

E-mail: bando@itc.pref.kagawa.jp

業によって行われる。このため、ローラ腰入れの結果は、作業者の熟練度合いに依存する。ローラ圧力が大きすぎる場合には、合金が皿型〔(0,0)次モード形状〕に座屈するといった欠点もある⁽²⁾。

ところで、近年、切屑排出量の低減を目的として、丸鋸の薄型化への要望が高くなっている。しかし、薄型化した合金にローラ腰入れを行う場合、ローラ圧力の調整は更に困難となる。

このことに対し、これまでにも、塑性加工を伴わない腰入れとして、CO₂レーザによる残留応力付与⁽³⁾、熱処理過程で残留応力を付与する方法⁽⁴⁾などが提案されている。ただし、いずれも合金金属の局所的な金属組織の変質を伴う方法であり、熱影響部を起点とする割れの発生が懸念されるなど、課題が残されている。

そこで本研究では、丸鋸の合金に、温度分布に伴う熱応力を生じさせることによって、腰入れ効果を付与する方法について検討した。具体的には、円板モデルを用いて、内外周温度差に起因する熱応力と丸鋸の固有振動数の関係について、解析的に求めた。また解析方法の妥当性については、実験に基づき評価した。

2. 解 析

2.1 円板の固有振動数⁽²⁾⁽⁵⁾ 本研究においては、丸鋸を円板モデルに置き換えて解析を行い、固有振動数の推移を検討する。円板の諸元をに表1に示す。

半径 r 、円周角 θ とする円柱座標系において、円板の自由振動を表す運動方程式は、次式のように表すことができる。

$$D\nabla^4 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 D は円板の曲げ剛性、 ∇^2 は円柱座標系でのラプラス演算子であり、以下のように表される。

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

また ρ 、 E 、 ν は、それぞれ円板の密度、ヤング率、ポ

アソン比である。

式(1)において、 (m, n) 次モードの円板のたわみ曲線 w_{mn} を、半径 r 、円周角 θ 、時間 t の関数として、以下のように仮定する。

$$w_{mn}(r, \theta, t) = R_{mn}(r) \cdot \sin(n\theta) \cdot \sin(\omega_{mn}t) \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 ω_{mn} は、 (m, n) 次モードの固有角振動数である。式(1)、(2)を用い、半径 r について整理すると、ベッセル型の微分方程式となり、 $R_{mn}(r)$ の一般解が得られる。

$$R_{mn}(r) = \alpha_{mn} J_n(\kappa_{mn}r) + \beta_{mn} Y_n(\kappa_{mn}r) + \gamma_{mn} I_n(\kappa_{mn}r) + \delta_{mn} K_n(\kappa_{mn}r) \dots\dots\dots (3)$$

$J_n(\kappa_{mn}r)$ 、 $Y_n(\kappa_{mn}r)$ は n 次ベッセル関数、 $I_n(\kappa_{mn}r)$ 、 $K_n(\kappa_{mn}r)$ は n 次変形ベッセル関数であり、 α_{mn} 、 β_{mn} 、 γ_{mn} 、 δ_{mn} は (m, n) 次の振動モード固有の係数、 $\kappa_{mn}^4 = \rho h \omega_{mn}^2 / D$ である。

境界条件は、フランジ部($r=c$)において完全固定(たわみ及びたわみ角がゼロ)、外周部($r=a$)において自由端(曲げモーメント及びせん断力がゼロ)の条件とした。これらの境界条件に対し、式(2)、(3)で表される一般解を代入、整理することによって得られる行列式から、円板の固有振動数を求めることができる。

一方、円板に面内応力が生じる場合には、解析においても、その影響を考慮する必要がある。そこで、面内応力がある場合の歪みエネルギーの変化量を求める。面外方向へ (m, n) 次モードで振動している円板の運動エネルギー T_{mn} は、

$$T_{mn} = \frac{\rho h}{2} \int_c^a \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{\partial w_{mn}}{\partial t} \right)^2 r dr d\theta \dots\dots\dots (4)$$

と表せる。また面外振動に起因する歪エネルギー U_{mn} は、

$$U_{mn} = \int_c^a \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2} D \left\{ (\nabla^2 w_{mn})^2 - 2(1-\nu) \frac{\partial^2 w_{mn}}{\partial r^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_{mn}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_{mn}}{\partial \theta^2} \right) + 2(1-\nu) \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_{mn}}{\partial \theta} \right) \right] \right\} r dr d\theta \dots\dots (5)$$

で表される。更に、円板面内に応力が分布している場合、面外振動変位が生じる際の歪エネルギーには、次式で示すようなエネルギー変化が生じる。

$$\Delta U_{mn} = \frac{h}{2} \int_c^a \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \sigma_r \left(\frac{\partial w_{mn}}{\partial r} \right)^2 + \sigma_{\theta} \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial w_{mn}}{\partial \theta} \right) \right]^2 \right\} r dr d\theta \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 σ_r は半径方向応力、 σ_{θ} は接線方向応力である。式(4)～(6)によって得られた各エネルギーの間には、エネルギー保存則に基づき、

Table 1 Specifications of the disk for experiment

Material (Young modulus E [Pa]) (Density ρ [kg/m ³]) (Poisson ratio ν)	SKS5 (2.1×10^{11}) (7850) (0.3)
Outer diameter $2a$ [mm]	305
Inner diameter $2b$ [mm]	32
Flange's diameter $2c$ [mm]	78
Thickness h [mm]	1.1

$$T_{mn}|_{\max} = (U_{mn} + \Delta U_{mn})|_{\max} \quad \dots\dots\dots (7)$$

が成立する。

式(6)より、面内応力 σ_r , σ_θ の符号及びその分布によって、 ΔU_{mn} の符号も変化することが分かる。式(7)と併せて考えると、 ΔU_{mn} が正の値を示すモードにおいては、固有振動数が増大し、負の値を示すモードにおいては、固有振動数が減少することが分かる。これらのことを利用して、円板に面内応力が生じている場合の固有振動数を求めることができる。

2.2 熱応力の定義

円板の半径方向に温度分布が生じた場合の面内熱応力が、固有振動数に及ぼす影響について検討した。具体的には、半径方向の温度分布を、次式のとおき、定常熱伝導状態と仮定した。ここでは、問題の簡単化のため、円板表面から外部空気への熱伝達は省略して取り扱うこととした。

$$\frac{\theta_c - \theta(r)}{\theta_c - \theta_a} = \frac{\ln(r/c)}{\ln(a/c)}$$

$$\rightarrow \theta(r) = \frac{\theta_c \ln(a/r) + \theta_a \ln(r/c)}{\ln(c/a)} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $\theta(r)$ は円板における半径方向温度分布、 θ_c は内周(フランジ部、 $r=c$)における温度、 θ_a は外周($r=a$)における温度を表している。熱応力は、初期温度 θ_0 に対する温度変化量に基づき発生する。ここでは、温度変化量の半径方向への分布を $\Delta\theta(r)$ とし、また式(8)を変形して、次式のように定義する。

$$\Delta\theta(r) = \theta(r) - \theta_0$$

$$= \frac{\theta_c \ln(a/r) + \theta_a \ln(r/c)}{\ln(c/a)} - \theta_0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

最終的に、式(9)を以下の式に代入することにより、熱応力を求めることができる。

$$\sigma_r = -\frac{\alpha E}{r^2} \int_c^a \Delta\theta(r) \cdot r \cdot dr$$

$$+ \frac{E}{1-\nu^2} \left[C_1(1+\nu) - C_2(1-\nu) \frac{1}{r^2} \right] \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\alpha E}{r^2} \int_{-\pi}^{\pi} \Delta\theta(r) \cdot r \cdot dr - \alpha \cdot E \cdot \Delta\theta(r)$$

$$+ \frac{E}{1-\nu^2} \left[C_1(1+\nu) + C_2(1-\nu) \frac{1}{r^2} \right] \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし、 C_1 , C_2 はそれぞれ、

$$C_1 = -\frac{\alpha(1-\nu^2) \int_c^a \Delta\theta(r) \cdot r \cdot dr}{(1+\nu)a^2 + (1-\nu)c^2}, \quad C_2 = -c^2 \cdot C_1$$

であり、 α は線膨張係数である。

以上より、式(9)~(11)を用いて熱応力を求めた後、式(4)~(7)を解くことによって、熱応力が生じる円板の固有振動数を求めた。

2.3 熱応力の腰入れ効果(解析結果)

前節までに示した解析を実施することにより、円板の固有振動数の変化を求めた。解析においては、初期温度 $\theta_0 =$

25°C(室温)、また円板外周温度 $\theta_a = 28^\circ\text{C}$ (一定)に設定した。フランジ部に相当する内周側温度 θ_c を変化させることにより、内外周温度差を与えた。固有振動数の推移を求めた結果を図3に示す。ここでは、内周側温度と外周側温度の差を横軸にとっており、 $\theta_c - \theta_a > 0$ の範囲は内周側が高温、 $\theta_c - \theta_a < 0$ の範囲は外周側が高温となる状態にそれぞれ対応している。

図3から、 $\theta_c - \theta_a > 0$ の範囲では、内外周温度差が大きくなるにつれて、(0,0)次、(0,1)次モードの固有振動数が下がり、逆に(0,2)次以上の高次モードの固有振動数が高くなる傾向が得られた。この傾向は、ローラ腰入れにおける付加応力の増大に対する固有振動数変化の関係⁽²⁾と同じ結果である。

一方、 $\theta_c - \theta_a < 0$ の範囲では、内外周温度差が大きくなるにつれて、(0,0)次、(0,1)次の固有振動数が高くなり、(0,2)次以上の高次モードの固有振動数が下がることが確認できた。木材の切断においては、被削材による鋸身(合金)の挟み込みによって、刃先近傍の温度が上昇しやすく、熱座屈を生じやすいことが知られている⁽⁷⁾。 $\theta_c - \theta_a < 0$ の範囲における(0,2)次以上の高次モードの固有振動数低下は、切断中の熱座屈に対応すると考えられる。

以上の解析結果から、合金に対して $\theta_c - \theta_a > 0$ の条件を満たす温度分布を与えることにより、ローラ腰入れと同様の効果が得られるものと考えられる。

次に、面内熱応力の例として、内周側温度 $\theta_c = 48^\circ\text{C}$ 、外周側温度 $\theta_a = 28^\circ\text{C}$ 、初期温度 $\theta_0 = 25^\circ\text{C}$ における半径方向の面内応力分布を図4に、またこのときの半径方向温度分布 $\theta(r)$ を図5に示す。図4より、面内熱応力のうち、接線方向応力 σ_θ が、外周(刃先)近傍において引張の値を示すことがわかった。図示していないが、 $\theta_c - \theta_a > 0$ の条件を満たす温度分布を与えた場合、全ての条件において、外周近傍の σ_θ が引張の値を示した。

Fig. 3 Transition of natural frequency of disk

Fig. 4 Thermal stress on disk

Fig. 5 Temperature distribution on disk

ローラ腰入れにおいては、接線方向面内応力が、外周近傍において引張となる特徴がある。実際の切断作業時には、刃先に対して圧縮の切断抵抗が作用するが、接線方向の引張応力が残留するというローラ腰入れの特徴により、座屈が生じにくくなる利点がある。本研究のように、 $\theta_c - \theta_a > 0$ となる温度分布を与えることで、面内応力分布の観点からも、ローラ腰入れと同等の効果が得られることが確認できた。

3. 実験

3.1 実験装置及び実験方法 前章までの解析結果の妥当性を検証するため、円板モデルによる実験を行った。実験装置の模式図を図6に示す。実験においても、表1に示した円板を用いた。また、実際の切断機において、丸鋸の内周側を加熱することができる方法として、モータ回転軸の発熱を利用することとした。まず円板をモータ主軸に取り付け、回転数を1500, 3000, 5000 rpmに設定し、最長120分間空転させた。この方法により加熱された円板の温度分布の推移を計測し、定常状態に達するまでの時間を確認した。円板の温度分布測定においては、赤外線熱画像計測装置(ニコン, LAIRD 3)を用いた。

また、円板上の温度分布が定常状態に達した後、腰

Fig. 6 Schematic diagram of experiment

Fig. 7 Transition of the temperature on rotational disk

入れ効果の確認のため、打撃加振試験を行った。打撃加振では、加振点から $\theta = 180^\circ$ 離れた点での変位応答を渦電流式変位センサ(新川電機(株)VS-15040 L)で計測した。FFTアナライザ(ヒューレットパッカード, HP-35670 A)によって変位応答スペクトルを求め、各振動モードの固有振動数を求めた。

3.2 回転円板上の温度分布 モータの回転時間に対する円板の温度分布の推移を図7に示す。図7から、本実験の方法により、内周(フランジ端部)が高温、外周が低温という温度分布を再現できることを確認した。また、モータの回転数の違いによって、温度変化の様子に大きな差が生じないことを、併せて確認した。

以上の結果に基づき、図7のうち1500 rpmのデータを代表として取り上げ、円板の内外周温差に換算した。結果を図8に示す。本実験の範囲では、モータの運転時間が90分以上経過すると、内外周温度差が一定値(約5°C)に収束した。この結果から、本実験においては、回転時間90分を経過した時点で、内外周温度差は定常に達すると判断した。

3.3 固有振動数の変化 円板の温度分布が定常状態に達した後モータを停止し、打撃試験を行った。得られた変位応答スペクトルを図9に示す。前章

Fig. 8 Transition of the range of temperature between inner and outer of disk

Fig. 9 Natural frequency of the disk

Fig. 10 Temperature distribution of rotating disk

までの解析から推定したとおり、(0,0)、(0,1)次モードの固有振動数が低下し、(0,2)次以上の固有振動数が増大する結果が得られた。このことから、 $\Theta_e - \Theta_a > 0$ の条件を満たす温度分布により、ローラ腰入れと同等の効果が得られることを実験的にも確認できた。

3.4 解析式の妥当性検証 実験において、温度分布が定常状態に達したとき(1500 rpm, 90 min)の熱画像計測画面を図10に、また、このときの半径方向温度分布を図11にそれぞれ示す。図11では、温度分布の計測結果に対する近似曲線も併せて示した。

Table 2 Comparing natural frequency of disk (compare experiment with calculation)

Mode		Natural frequency [Hz]	
		Normal disk	Tensioned disk
(0,0)	Experiment	71.18	67.78
	Calculation	70.20	61.90
(0,1)	Experiment	65.78	64.76
	Calculation	66.30	55.90
(0,2)	Experiment	81.97	87.28
	Calculation	87.50	95.25
(0,3)	Experiment	148.72	157.76
	Calculation	158.00	170.75
(0,4)	Experiment	256.30	267.12
	Calculation	265.50	279.75

Fig. 11 Temperature distribution of the disk

実験による温度分布は、解析で仮定した定常熱伝導の曲線では近似できず、指数関数を仮定した場合に良い一致を示した。具体的には、式(12)で表されるような温度分布であった。この違いは、解析では考慮しなかった円板表面から外部空気への熱伝達が、実験において生じていることに起因するものと考えられる。

$$\Theta(r) = 27.96 + 14.95 \exp\left(-\frac{r}{47.79}\right) \quad \cdots \cdots (12)$$

図7において、1500 rpmで回転させた円板の初期温度 Θ_0 は26°Cであった。従って、式(9)に基づき半径方向の温度変化量分布 $\Delta\Theta(r)$ は、次式のように求まる。

$$\begin{aligned} \Delta\Theta(r) &= \Theta(r) - \Theta_0 \\ &= 1.96 + 14.95 \exp\left(-\frac{r}{47.79}\right) \quad \cdots \cdots (13) \end{aligned}$$

式(13)を式(10)、(11)に代入し、解析方法の妥当性を検証した。得られた固有振動数の変化を、実験結果と併せて表2に示す。

固有振動数の変化量は、実験結果に比べて、解析結果の方が大きくなる傾向が見られた。熱応力は、半径方向の温度勾配にも依存する。表2における実験と解析の値の差は、式(13)による近似曲線と実験から得ら

れる曲線との傾きの誤差に起因するものと考えられる。ただし、固有振動数の増減の傾向は、よく一致した。このことから、解析に用いた基礎式は、固有振動数の増減の傾向を、解析的に求めるのに妥当な式であることが確認できた。

4. 結 言

近年、薄型化が進む丸鋸において、ローラ腰入れに代わる腰入れ方法として、台金の温度分布を利用する方法について、円板モデルを用いて解析及び実験により検討した。得られた知見を以下に示す。

(1) 円板の温度分布を、定常熱伝導状態と仮定した解析の結果、内周側：高温、外周側：低温とした場合、温度差 $\theta_c - \theta_a (> 0)$ が大きくなるのに従い、(0,0)、(0,1)次モードの固有振動数が低下し、(0,2)次以上の高次モードの固有振動数が増大する傾向が得られた。この結果は、ローラ腰入れによる付加応力の大きさと固有振動数変化の関係と同じ特徴であった。

(2) 内径側：高温、外形側：低温となる温度分布を与えた場合、円板の面内熱応力分布は、外周近傍において接線方向に引張応力を生じることがわかった。このこともローラ腰入れと同じ特徴であり、切断抵抗による座屈を防ぐ効果を有するものと考えられる。

(3) 丸鋸の内径側を加熱する方法のひとつとして、モータ主軸の発熱を利用する方法を示し、実験によって解析の妥当性を確認した。

文 献

- (1) Sakai, H., Tipped Saw, (1974), p. 28, Makishoten, (in Japanese).
- (2) Iwata, H. and Yoshida, Y., A Basic Study of Tensioning Effect on Rotating Disk Vibration, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 58, No. 547 (1992), pp. 684-689.
- (3) Munz, U. V. and Thiessen, B., STRAIGHTENING AND TENSIONING OF HIGH HAEDNESS CIRCULAR SAW BLADES BY LASER BEAM, *Proceedings of the 16th International Wood Machining Seminar, Part 1* (2003), pp. 234-247.
- (4) Noguchi, M. and Umetsu, J., The New Tensioning for Tipped Saw, *Journal of the Society of Materials Science*, Vol. 37, No. 413 (1988), pp. 240-241.
- (5) Bowman, F. (Translated by Hirano, T.), *Introduction to Bessel Functions*, (1963), Nisshinsyuppan, (in Japanese).
- (6) The Japan Society of Mechanical Engineers ed., *JSME Mechanical Engineer's Handbook Fundamentals α3 : Materials and Mechanics*, (2005), p. 62.
- (7) Iwata, H. and Yoshida, Y., Basic Study of Tensioning Effect on Thermally Stressed Disk Vibration, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 59, No. 563 (1993), pp. 2015-2019.