四輪独立操舵車両における横力と制駆動力の動的最適配分* (タイヤ力配分パターンと最適性規準法)

西 原

修^{*1}

Dynamic Optimum Distributions of Lateral and Longitudinal Tire Forces in Four-Wheel Independent Steering Vehicles (Tire Force Distribution Patterns and Optimality Criteria Method)

Osamu NISHIHARA^{*2}

^{*2} Department of Systems Science, Graduate School of Informatics, Kyoto University,
Yoshida-honmachi, Sakyo-ku, Kyoto-shi, Kyoto, 606-8501 Japan

Real-time optimizations of the lateral and longitudinal tire force distributions based on tire workloads are investigated. In previous studies, the authors realized minimax optimizations for several configurations of independent steering vehicles; these were realized by employing numerically robust combinations of an algebraic approach, the bisection method, and the golden section method. The purposes of this study are to investigate the applicability of optimality condition approach to minimax optimization and to consider the exploitation of complementarities between lateral forces and longitudinal forces in yaw-moment generation to further reduce the objective function. The problem for independent four-wheel steering is introduced, and the assumption of equivalent tire workload leads to a simple equation as the first optimality condition. Complementarities between the lateral and longitudinal forces provide another degree of freedom. A similar formulation and an additional optimality conditions provide stable convergence by the Newton-Raphson method. The exact optimum solution to the basic problem is obtainable by the enumeration of nine possible tire force distribution patterns.

Key Words: Automobile, Maneuverability, Vehicle Dynamics Control, Active Steering, Real-Time Optimization, Newton-Raphson Method

1. 諸 言

アクティブセーフティの観点からいうと、車両運動制御は外乱の影響や路面状況、車両特性の変動を制御の作用で緩和することにより、ドライバーが操舵や制駆力の運転操作を行ったときの挙動をメンタルモデルから乖離させないことを目的の一つとして発達してきているようである。モデル追従制御において従来車両の動特性を規範モデルとしている場合、ドライバーのメンタルモデルとの深い関連性も推察される。何れにせよ、規範モデルの選択によりドライバにとっての操縦性が大きく影響されることは確かである。

アクティブ操舵は以前に予想されていたより速やかに浸透してきている。ステアリングホイールと操舵輪の機械的結合を取り払うステアバイワイヤによると、ドライバーからの入力値により車両制御器を動作させるという側面は忠実に実装できる。しかし、ドライバへの反力提示が新たな課題となり、安全性と信頼性の観点からも一般車両での実用化は困難と見られている。

すなわち、ステアバイワイヤを乗用車に採用するには、故障時にステアリングコラムをラック・アンド・ピニオンなどのステアリング・ギヤ側に直結するクラッチや予備の駆動モータなどの複雑なバックアップ機構が必要とみられ⁽¹⁾、保安基準による規制も課されるから、現状ではコンセプトカーに見られるに留まる。その一方で、遊星歯車や駆動モータをステアリングコラムに内蔵させる機構などにより、バイワイヤ技術を回避する形でアクティブ操舵の実用化が始まっており、四輪アクティブ操舵が制駆動力配分(DYC)を備えた市販車に実装された例もある⁽²⁾。このような制御技術により、外乱や動特性の変動が吸収されることで、ドライバーにとって応答性の変動が低減して、それが運動しやすさにつながるものと推察される。

制御系の性能向上により限界領域での操舵安定性を向上させようとしても、タイヤ力による限界は厳然として存在しており、二輪モデルのような単純なモデルによる一般的な車両制御系設計での対処は難しい。本論文で取り上げる四輪独立操舵車両は、すべての車輪の操舵がアクティブ制御されることを仮定しており、操縦安定性の観点からは、いまのところ何れもシミュレーションだけで取り扱われているようである。左右輪の独立操舵は、バイワイヤ技術も不可欠となるよう

* 原稿受付 2008年1月18日。改訂原稿受付日 2010年9月28日。

^{*1} 正員、京都大学大学院情報科学研究科(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)。

E-mail: nishihara@i.kyoto-u.ac.jp

な水準の未来的な機能であり、インホイールモータなどによる直接駆動まで視野にいれながら四輪独立制駆動力配分との統合が模索され、このような視点からの研究例が多い^{(3)~(11)}。ここでは、タイヤ力配分の自由度が高いという特長を生かして、左右輪がほぼ等角に操舵される既存の前輪操舵車両、四輪操舵車両と比較した運動性能の限界向上が確かめられている。既報では、このような独立操舵車両の統合制御に関連して、タイヤ摩擦円による各車輪のタイヤ力の限界を考慮したタイヤ力配分の最適化を取り上げたが^{(3)~(6)}、本論文では、最適配分を算出するアルゴリズムの効率と精度について検討する⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

2. 四輪独立操舵車両

2.1 車両制御器の構成 本論文では図1に示すようにすべての車輪の操舵角と制駆動力 δ_i , X_i ($i=1, \dots, 4$) が独立な入力変数になると仮定する。前輪軸は車体重心から l_f 、後輪軸は l_r の距離にあり、トレッドは前後輪とも l_r とする。操舵角 δ_i と制駆動力の調整により所定の運動を実現するようなタイヤ力配分のなかで、特定のタイヤにワークロードが集中しないように配分の最適化を指向する。例えば、四輪のワークロードについて最大値を最小化する最適化問題を反復して解くなどの方法を前提として考察を進める。

操舵によりタイヤ横力や制駆動力の方向が車体の前後方向、左右方向と相違することになるが、本論文では議論を簡単にするため、タイヤのワークロードが高く、タイヤ力の配分が効果を示すような走行状態では操舵角が数度以内になり、タイヤの制駆動力 X_i 、横力 Y_i は車体固定の x_0 軸、 y_0 軸の方向に作用すると仮定する。後述するシミュレーションにおいても、操舵角 δ_i は横力 Y_i の配分値によって決める。

Fig. 1 Four-wheel independent steering vehicle

図2に示すように、ドライバーの操縦意図は総制駆動力 X_t と旋回時の横加速度に相当する指令値 D^* で表現されると仮定する。ドライバーはステアリングホイールやアクセル、ブレーキペダルに相当する操作端から操縦意図を入力することになるが、本論文ではこれらが平面運動を決める指令値 X_t , D^* に何らかの方法で変換されるものとして、変換過程について特に言及はしない。この D^* は旋回状態を表現する $D^* = da_y + (1-d)v\gamma$ の指令値であり、 a_y は車両の横加速度、 v , γ は車速とヨーレートとする。さらに、 d ($0 \leq d \leq 1$) は加重係数であり、 d の調節により D^* 制御系にはヨーレート制御や横加速度制御に相当する特性を持たせることができる。後述するシミュレーションでは、 D^* は操縦動作をモデル化するドライバモデルにより、前方注視点誤差の関数として計算している。

車両制御器の構成については既報と重複するため概略を記しておく⁽³⁾。通常のアクティブ操舵と同様に二輪モデルにより上流側の車両制御器を設計する。モデル追従 D^* 制御器は、ドライバーの操縦意図と車両状態フィードバックにより、二輪モデルの前後輪について操舵角 u_f , u_r と制駆動力配分による直接ヨーモーメントの指令値 M_r を出力する。非線形タイヤモデルにタイヤ横滑り角や輪荷重を入力することで前後輪の平均横力に変換して、指令値 Y_f , Y_r とする。このため、図2では車両制御器 (Vehicle Dynamics Controller) の出力を X_t , Y_f , Y_r , M_r としている。このような出力に変換できれば、下流側の配分アルゴリズムは入力値に依存せずに動作可能となるから、車両制御器の設計にはかなり任意性が残されており、もちろんモデル追従制御以外を採用しても構わない。

シミュレーションは汎用ソフトウェア CarSim を利用して実行する。CarSim は車両運動解析のために開発されたソフトウェアであり、27 自由度のフルビー

Fig. 2 Cascade configuration of vehicle controller

クルモデルや非線形タイヤモデルを備えており、現実的な車両モデルの挙動をパソコン上で再現することができる。図2のような、上流側の車両制御器や下流側のタイヤ力配分などのブロックはSimulinkにより実装して、Simulinkの環境からCarSimを実行する。操舵制御器の非線形タイヤモデルはCarSimのタイヤ特性を近似するように設定する。

2.2 タイヤ力配分 本論文では、図2のForce Distributorに相当する機能に焦点を合わせて考察していく。CarSimにより独立操舵車両のシミュレーションを実行する際は、このタイヤ力配分のブロックは車両制御器と同期して実行されることになる。もちろん、実車への搭載ということになればリアルタイム処理であり、CarSimによってドライビングシミュレータの計算処理を実行する場合も、要求される機能に本質的な差はない。

ステップごとに並進力とヨーモーメントの指令値が車両制御器から出力され、タイヤ力配分は各ステップについて静的な最適化問題を反復して解くことで、指令値や輪荷重の変動に対処するための動的な処理を実現しなければならない。サンプリング周期ごとの求解ができれば十分であるが、単純な定係数フィードバック制御と同期した動作となるため、後述するシミュレーションでは周期が2msとしている。このため、リアルタイム処理のための課題は、求解が高速であること、さらに一定の計算量があれば相応の精度で解が出力されるロバスト性である。

決定された横力 Y_i は舵角指令値に変換され、さらに操舵サーボ系により実舵角 δ_i が制御されることになる。非線形タイヤモデルによる取り扱いには既報にも記しているため⁽³⁾、本論文では省略するが、路面摩擦係数の推定値が必要となるなど、検討課題が残されている。これらの操舵制御のブロックを図2ではSteering Controllerで表現している。なお、制駆動力 X_i についても、駆動モータによりタイヤの回転を制御するための指令値となる。データの流れとしては車両制御器が上流側にあり、タイヤ力に至る下流側の要素がこれに同期して動作する直列構造とみなせる。

本論文はこのような条件設定で、次章で詳述するようにタイヤ・ワークロードのMinimax最適化を課題として、ヨーモーメント生成における相補性や最適性規準の活用などを取り上げ、タイヤ力配分や走行シミュレーションの数値例を示すことにする。ここでのタイヤ力配分は、特定のタイヤについて輪荷重と比して過大なタイヤ力が要請されないように、つまり、ワークロードを分散させる方向で作用する。既報では、輪

荷重 Z_i は水平面内の車体並進加速度から推定可能としたが⁽³⁾、この方法では路面の凹凸には追従できない。本論文のシミュレーションでは既報と同様に水平面上の運動に限定するため、推定手法はあえて変更しない。実装においては、車体の上下加速度による推定や、サスペンションに作用する荷重計測などを検討すべきであろう。本論文では、横力と制駆動力の実現と輪荷重の推定などについては既報の方法を用い、配分最適化問題のリアルタイム処理に焦点を合わせることにする。

3. タイヤ・ワークロード

3.1 タイヤ力の最適配分 車両の平面運動は並進二自由度とヨーイングであり、理論上は、面内力とヨーモーメントが等しい限り、タイヤから車体への作用は同じである。独立操舵車両では、四輪がすべて独立に操舵できると仮定しており、さらにインホイールモータなどによる独立制駆動力配分を前提にすると、タイヤ摩擦円の範囲で各輪の制駆動力と横力が使えることになる。入力変数は8変数となり、冗長性を生かす方が統合制御の課題となる。

制駆動力が独立に決められるとすると、前輪操舵車両でも5変数、四輪操舵なら6変数であり、独立操舵に限らず自由度の活用余地がある。車体に作用する力を制御する方法は、意図的かどうかは別として、操舵や制駆動によりタイヤ力を各輪に配分することで行われている。力学的な制約を取り除いて、これが自由に配分できるとすると、選択した評価基準のもとで最適な配分を議論できるようになる。

3.2 タイヤ・ワークロード タイヤ i ($i=1, \dots, 4$) (この順で左前, 右前, 左後, 右後のタイヤとする) のワークロードを制駆動力 X_i , 横力 Y_i , 輪荷重 Z_i により次式で定義する。

$$\mu_i = \frac{\sqrt{X_i^2 + Y_i^2}}{Z_i} \dots\dots\dots (1)$$

タイヤ摩擦円の基本的な概念によると、タイヤ・ワークロード μ_i の上限は路面摩擦係数 μ になるとされている。路面摩擦係数がほぼ一定の路面とすると、タイヤ力の飽和を防ぐには

$$\mu_{\max} = \max_i \mu_i \dots\dots\dots (2)$$

とにおいて、 $\mu_{\max}$ が最小になるようにタイヤ力を配分すればよく、輪荷重 Z_i さえ推定できれば最適配分が確定する。

3.3 μ 利用率 路面摩擦係数が不均一な μ スプリット路などに対処するためには、セルフアライニングトルクの計測などにより、各タイヤの接地部につい

て路面摩擦係数を推定し、摩擦円の直径 F_i ($i=1, \dots, 4$) に換算すれば同様に扱える^{(7)~(10)}。セルフアライニングトルクは、接地中心まわりにタイヤ横滑り角を減少させる方向に作用するモーメントである。路面摩擦係数の推定原理の一つは、この値をタイヤ横力の計測値によりニューマチックトレールに変換すると、ブラシモデルの仮定によりグリップマージンに換算できるという関係に基づいている。さらに、制駆動力、輪荷重などの計測値、あるいは推定値により路面摩擦係数が計算できる。

摩擦円モデルによれば、 μ 利用率の最大値

$$\gamma_{\max} = \max_i \frac{\sqrt{X_i^2 + Y_i^2}}{F_i} \dots\dots\dots (3)$$

が 1 以上になるとタイヤ力飽和により指令したタイヤ力は得られなくなるから、 $\gamma_{\max}$ を最小化しなければならない^{(7)~(10)}。これは摩擦円直径の推定値を等価輪荷重とみなして、式(1)の分母を F_i に置き換えたことになる。摩擦円の荷重依存係数を用いて F_i を輪荷重の二次関数として定義しても⁽⁸⁾、両者の差は摩擦円の決定過程だけである。配分問題としては式(2)、(3)の間に本質的な相違はないため、本論文ではタイヤ・ワークロードによる式(2)によって議論を進める。

4. タイヤ力配分問題

4.1 配分問題の定式化 ここでは、四輪独立操舵車両についてのタイヤ力配分について議論する。前提とするのはアクティブ操舵車両であり、四輪が独立に操舵でき、制駆動力についても同様とする。独立操舵車両の構造と制御器の構成については 2 章でも述べたため、細部は繰り返さないが、車両制御器を含めた上流側から、ドライバーの加減速と操舵意図を実現するために必要な総制駆動力 X_t 、前後輪の平均横力 Y_f , Y_r 、制駆動力配分による直接ヨーモーメント M_r が出力される。この値を実現するため、タイヤ力 $X_1, \dots, X_4$, $Y_1, \dots, Y_4$ について次の最適化問題を車両制御器のサンプリング周期ごとに解くことになる。輪荷重 $Z_1, \dots, Z_4$ は車体のロールやピッチ、路面の凹凸の影響で変動し、配分アルゴリズムとしてはこれらを反映するようなタイヤ力の最適配分に対処できる。ただし、既述のように、本論文のシミュレーションでは水平面内の並進加速度から輪荷重を推定するため、基本的にはロールとピッチの大きさに応じた配分となる。式(5)では、図 1 に示すトレッド t_r の値を用いて、所定の直接モーメント M_r となるように制駆動力 X_i の配分条件が記述されている。

$$\text{minimize } \mu_{\max} \dots\dots\dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{s.t. } \mu_{\max} &\geq \frac{\sqrt{X_i^2 + Y_i^2}}{Z_i} \\ X_1 + X_3 &= \frac{X_t}{2} - \frac{M_r}{t_r} \\ X_2 + X_4 &= \frac{X_t}{2} + \frac{M_r}{t_r} \\ Y_1 + Y_2 &= 2Y_f \\ Y_3 + Y_4 &= 2Y_r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

4.2 等角操舵車両における最適配分 式(5)に含まれる不等式の両辺を二乗すると、二次式からなる等式、不等式制約となり、式(4)、(5)は凸計画問題になることが分かる。既報で示したように、このような独立操舵車両のタイヤ力配分は、従来車両に関する最適解に基づいて取り扱える^{(3)~(6)}。

従来の前輪操舵/四輪操舵のアクティブ操舵車両の場合、左右の舵角は車両制御器の出力で決まり、操舵角は前後輪ごとに等角と仮定することもできる。タイヤ力配分の対象は制駆動力 X_i だけになり、左右の 1/2 車体についての独立な部分問題に分割される。式(5)にあるように左右の制駆動力は $X_1 + X_3 = X_L$, $X_2 + X_4 = X_R$ とするとき

$$\left. \begin{aligned} X_L &= \frac{X_t}{2} - \frac{M_r}{t_r} \\ X_R &= \frac{X_t}{2} + \frac{M_r}{t_r} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

で決まるから、それぞれ X_1 , X_2 を独立変数として扱える。いままでは輪荷重に比例した配分などが使われてきたが、既報で示したように、タイヤ・ワークロードの最大値を最小化する解は場合分けで代数的に解ける⁽³⁾。左側の配分問題を例にすると

$$F_L(X_1) = \mu_1^2 - \mu_3^2 \dots\dots\dots (7)$$

は X_1 についての二次式である。手順としては $F_L(X_L) \leq 0$ を確認して、成立していれば $X_1 = X_L$, $X_3 = 0$ とする(Fモード)。不成立なら次に $F_L(0) \geq 0$ を調べて、成立していれば $X_1 = 0$, $X_3 = X_L$ とする(Rモード)。Fモードでは前輪、Rモードでは後輪に制駆動力を集中させるとタイヤ・ワークロードの最大値が最小になる。残りがCモードであり、前後輪のタイヤ・ワークロードを一致させる。配分量は $F_L(X_1) = 0$ を二次方程式として解いて適当な分枝で決定する。前後輪の輪荷重がほぼ一致するときは零割を防ぐために二次項を除外して

$$X_1 = \frac{X_L^2 - Y_f^2 + Y_r^2}{2X_L} \dots\dots\dots (8)$$

とする。

4.3 四輪独立操舵車両 前節の配分手続きにより、横力 Y_i が与えられたときの制駆動力 X_i が最適

化できる。この方法を四輪独立操舵車両に拡張するために、前後輪についての横力配分比を r_f, r_r ($0 \leq r_f, r_r \leq 1$) とおく。

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= 2(1-r_f)Y_f, & Y_2 &= 2r_fY_f \\ Y_3 &= 2(1-r_r)Y_r, & Y_4 &= 2r_rY_r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

このとき、左右のタイヤ・ワークロード最大値を $\mu_L(r_f, r_r), \mu_R(r_f, r_r)$ とおくと、 $\mu_{\max} = \max(\mu_L, \mu_R)$ であり、 r_f, r_r の関数として $\mu_{\max}(r_f, r_r)$ とみなすと、もとの問題の性質から凸関数になっていることが確認できる。この目的関数の最小化は二変数に帰着されているため実現しやすいが、目的関数の微係数が不連続となることもある。既報では勾配法を用いる代わりにロバスト性を優先して、内側ループで左右の目的関数を一致させる方向で r_f について二分探索を行い、外側で r_r について黄金分割法を実行する二重ループの探索法を用いた⁽³⁾。収束性は $\mu_{\max}(r_f, r_r)$ の凸性から保障されており、実用的な精度なら、数百回程度、目的関数を評価すれば十分である。目的関数値の評価は前節の方法で左右の 1/2 車体で制駆動力を最適配分することでできるが、制御ループに組み込んでリアルタイムシミュレータに実装するには実行速度が不足する傾向になり、近似解法などで効率を上げる必要があった。

5. 最適性規準法

式(4)、(5)の Minimax 問題において、式(5)の不等式を等式で置き換えると、すべてのタイヤのワークロードが等しいタイヤ・ワークロード均等化解を仮定したことになる。実際に均等化解が不等式制約のもとでの最適解になるときも多いが、一般的にいうと制約が追加されたことで解は劣化する傾向である。次式のように独立な制約式数が8で、決定変数の個数は9とみなせるから、等式を一つ追加できると、多変数代数方程式として解ける可能性が生じる。

$$\text{minimize } \mu_{\max} \dots\dots\dots (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{s.t. } & \frac{X_i^2 + Y_i^2}{Z_i^2} = \mu_{\max}^2 \\ & X_1 + X_3 = \frac{X_t}{2} - \frac{M_r}{t_r} \\ & X_2 + X_4 = \frac{X_t}{2} + \frac{M_r}{t_r} \\ & Y_1 + Y_2 = 2Y_f \\ & Y_3 + Y_4 = 2Y_r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

式(11)を $x = (X_1, \dots, Y_4, Y_1, \dots, Y_4)^t$ についてのベクトル関数 $f(x)$ により $f(x) = 0$ とおき、関数行列 $J_{ij} = \partial f_i / \partial x_j$ が非正則となる縮退条件を調べると

$$X_1 Y_2 Y_3 X_4 - Y_1 X_2 X_3 Y_4 = 0 \dots\dots\dots (12)$$

のように整理できる。物理的な関係からいうと、最適解においてタイヤ力の相対角だけが微小変動しても車体に作用する力とモーメントに一次の変動が生じない組み合わせの存在を意味している。代数方程式としてみると、 x の要素に上下限の制約は不用であり、実根条件のもとでの $\mu_{\max}$ 最小化になる。代数方程式の解の連続性から、判別式が零になる重根条件が対応することになり、これを関数行列式で表現すると式(12)が導かれる。

式(12)は次のようにして導くこともできる。タイヤ力ベクトルの相対角を $\theta_i = \tan^{-1} Y_i / X_i$ とおく。すべての車輪についてタイヤ・ワークロードが一定値に保たれたままで相対角 θ_i が微小変動するとして、式(11)の制約条件の後半4式が影響を受けない条件を整理する。これは、左右の制駆動力和、前後の横力和がそれぞれ一定値になる条件である。

$$\begin{pmatrix} \sin \theta_1 & 0 & \sin \theta_3 & 0 \\ 0 & \sin \theta_2 & 0 & \sin \theta_4 \\ \cos \theta_1 & \cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta_3 & \cos \theta_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1 d\theta_1 \\ Z_2 d\theta_2 \\ Z_3 d\theta_3 \\ Z_4 d\theta_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (13)$$

これが自明でない解を持つとすると係数行列は特異であり、行列式の値が零になる。行列式を書き換えると

$$\begin{vmatrix} Y_1 & 0 & Y_3 & 0 \\ 0 & Y_2 & 0 & Y_4 \\ X_1 & X_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_3 & X_4 \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (14)$$

これを展開すると直ちに式(12)が得られる。

式(12)を追加すると、最適化問題が単なる多変数代数方程式の求解に帰着され、Newton-Raphson 法が適用できるようになる。初期値の選択には注意する必要があるが、式(12)の追加後は最適解においても関数行列の正則性は損なわれない。

6. 厳密な最適化

前章の最適性規準法ではタイヤ・ワークロード均等化解を仮定したが、式(4)、(5)の原問題では、タイヤ・ワークロード最大値の最小化だけが要請されており、厳密な最適解が得られるとは限らない。そこで、隣接する車輪のタイヤ力とタイヤ・ワークロードの関係から、最適解としての必要条件を整理すると、厳密解で生じる可能性のあるタイヤ・ワークロードの分布

パターンが明らかになる。タイヤ・ワークロードが最大となる車輪の個数で分類すると、II型、III型と均等化解のIV型に分類される。

さらに、実際に最大値をとる車輪により、具体的なパターンを示すと、II型については、1-2, 1-3, 2-4, 3-4の4通りであり、1-4, 2-3は生じない。ここで、1-2は前輪軸のタイヤ1, 2でタイヤ・ワークロードが最大値をとることとする。III型については、1-2-3, 1-2-4, 1-3-4, 2-3-4の組み合わせがすべて生じる可能性がある。問題が小規模なため、均等化解のIV型を含めて合計9通りの解しか存在しないから、可能な組み合わせを列挙して、値が最小のパターンを選択する方法が現実的な選択肢となる。

例えば、III型でタイヤ・ワークロードの低くなる車輪をタイヤ4として、パターン1-2-3を仮定してみる。この場合は、最適解の性質からタイヤ4の輪荷重 Z_4 が高いために、タイヤ2には制駆動力が配分されずに $X_2=0$ となり、同様にタイヤ3の横力も $Y_3=0$ となる。最大タイヤ・ワークロードを含めて実質的な変数と方程式の数が5となって一致するから、方程式表現が直ちに得られることになる。パターン1-2-3について具体的な条件式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{X_1^2 + Y_1^2}{Z_1^2} &= \mu_{\max}^2 \\ \frac{Y_2^2}{Z_2^2} &= \mu_{\max}^2 \\ \frac{X_3^2}{Z_3^2} &= \mu_{\max}^2 \\ X_1 + X_3 &= \frac{X_t}{2} - \frac{M_r}{t_r} \\ Y_1 + Y_2 &= 2Y_f \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

式(15)の $\mu_{\max}$ はタイヤ1-3に共通するタイヤ・ワークロードであるが、タイヤ4との関係からこれが最適解のときは同時に

$$\left. \begin{aligned} \mu_{\max} &> \frac{\sqrt{X_R^2 + 4Y_f^2}}{Z_4} \\ X_R &= \frac{X_t}{2} + \frac{M_r}{t_r} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

が成立する。

次にII型の解についてパターン1-2を例にとると、 $X_1=X_2=0$ となって前輪には制駆動力が配分されない。後輪側のタイヤ・ワークロード最大値を最小化する解は既述の前輪/四輪操舵車両の1/2車体についての最適解を応用して決定できる。その値を μ_r とすると、パターン1-2が最適解なら、式(16)と同様に

$$\mu_{\max} = \frac{2|Y_f|}{Z_1 + Z_2} > \mu_r \dots\dots\dots (17)$$

が条件となる。

このようにしてII型、III型の計8通りの可能性を確認できる。式(16)、(17)の不等号が成立しないため、最適解の候補として実行可能でないと判定される場合もあるが、いずれにせよ、8通りのなかで最小の $\mu_{\max}$ を与えるものと、式(11)、(12)による均等化解を比較すると、すべての配分パターンを列挙したことに相当する。現実的な手段としては、式(16)、(17)で下限値を知るだけで十分なこともある。問題が小規模なため、このような列挙による方法が現実的な手段となる。

7. 横力再配分によるヨーモーメント生成

平面運動に関する限り、タイヤから車体への作用は並進力とヨーモーメントで代表される。総モーメントの値は次式のように表現され、すべての車輪の横力と制駆動力の寄与がある。

$$M_t = (Y_1 + Y_2)l_f - (Y_3 + Y_4)l_r + \frac{t_r}{2}(X_2 - X_1 + X_4 - X_3) \dots\dots\dots (18)$$

後半が制駆動力配分による直接ヨーモーメントであり、式(6)では、これが所定のモーメント M_r に等しくなる条件から左右の制駆動力 X_L , X_R を算出していた。

横力と制駆動力による寄与の和がヨーモーメントになるという意味で、横力と制駆動力の配分は互いに相補的な関係にある。この性質から、横力再配分も活用して追加モーメントを生成することになると、式(4)、(5)の場合よりタイヤ力配分の自由度が高くなる。5章と同様にタイヤ・ワークロード均等化解を前提として表現すると次のようになる。

$$\text{minimize } \mu_{\max} \dots\dots\dots (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{s.t. } \frac{X_i^2 + Y_i^2}{Z_i^2} &= \mu_{\max}^2 \\ X_1 + X_3 &= \frac{X_t}{2} - \frac{r}{t_r}(M_r + 2Y_f l_f - 2Y_r l_r) \\ X_2 + X_4 &= \frac{X_t}{2} + \frac{r}{t_r}(M_r + 2Y_f l_f - 2Y_r l_r) \\ Y_1 + Y_2 &= \frac{1-r}{l_f + l_r} M_r + 2Y_f \\ &\quad - \frac{2r}{l_f + l_r} (Y_f l_f - Y_r l_r) \\ Y_3 + Y_4 &= -\frac{1-r}{l_f + l_r} M_r + 2Y_r \\ &\quad + \frac{2r}{l_f + l_r} (Y_f l_f - Y_r l_r) \\ X_1 Y_2 Y_3 X_4 - Y_1 X_2 X_3 Y_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 r は総モーメント M_t に対する直接ヨーモ

ーメントの比率を表現する決定変数であり、 $r=0$ なら制駆動力は左右で等しく、直接ヨーモーメントは生じない。一方、 $r=1$ なら、すべてのヨーモーメントが制駆動力から発生して、横力の配分はヨーモーメントを生じないように調整される。ここで、 $0 \leq r \leq 1$ が成立しないと制駆動力と横力によるモーメントの符号が逆になる。両者の符号が一致するという仮定は常識的であり、探索により最適化する場合、 $0 \leq r \leq 1$ を対象区間に限定しても特に支障はないが、厳密な最適解では両者が異符号となる場合があり、この範囲に探索を限定すると厳密な最適解が得られない可能性もある。

定式化(19)、(20)の問題を最適性規準法で扱うとすると、 r が追加されて等式が一つ不足している。式(20)において r を固定すると、式(11)において前後輪の横力に相当する右辺が定数になり、定式化としては自然に拡張されていることが分かる。追加すべき等式は r についての重根条件である。

式(20)を $x=(X_1, \dots, X_4, Y_1, \dots, Y_4, r)^T$ についてのベクトル関数により $f(x)=0$ と表現すると、5章と同様に、 $f(x)$ の関数行列 $J_{ij}=\partial f_i/\partial x_j$ を用いて $|J(x)|=0$ が条件となり、整理すると必要な等式制約条件が得られる。式(12)と同様で、これは r が微小変動したとしても、 $\mu_{\max}$ が影響されないという一種の極値条件になっている。しかし、式(12)のように簡潔な表現にはならないためここでは省略する。

式(19)、(20)として定式化した問題は横力配分との相補的な関係を利用しているが、式(10)、(11)では制駆動力だけを配分の対象としたので、今後は単純配分として区別する。本章の相補的配分について、4・3節で示した探索による単純配分をベースにして厳密解法を構成することもできる。配分比を r とするとき、 $\mu_{\max}(r)$ は凸関数になるから、黄金分割法などで最小値を探索すると、確実に真値に収束していくことになる。しかし、二重ループの外側にさらにループを設けるから、計算効率の低下は避けられない。配分比 r を $0 \leq r \leq 1$ に制約したことで最適解に到達できない場合は、最良解が $r=0$ あるいは $r=1$ となり、 $\mu_{\max}(r)$ の形状からもそのような状況が明らかになる。

8. 数 値 計 算

8・1 タイヤ・ワークロード均等化解 本論文の配分方法について、ある瞬間の計算条件を仮定して、そのときの最大タイヤ・ワークロードを計算した例を図示する。基本的な計算条件は車重が1707 kgの四輪独立操舵車両が平均横力 $Y_f=2500$ N、 $Y_r=500$ N で左旋回しながら、総制駆動力 $X_t=-6000$ N で急減

速を行う瞬間で、輪荷重は $Z_1=4185$ N、 $Z_2=5580$ N、 $Z_3=2790$ N、 $Z_4=4185$ N とする。横力が前輪側に偏在しているため、車体には3508 Nmのヨーモーメントが旋回方向に作用する。後輪横力の不足によるオーバーステア傾向を打ち消すためには時計まわりの追加ヨーモーメントが必要であり、急減速の追加により、タイヤ・ワークロードが高くなりやすい状況となっている。走行上このような状況が頻繁に発生するとは限らないが、タイヤ力配分アルゴリズムとしての特性を示すために意図的に設定している。

図3の横軸は追加モーメントの絶対値であり、いまの記号の定義でもとの符号はすべて負である。図では実線で横力配分を援用する7章の相補的配分、破線で制駆動力配分に限定する5章の単純配分を示している。相補的配分によると、同じ追加モーメントに対して最大タイヤ・ワークロードがかなり軽減される。さらに、追加モーメントなしの原点位置よりかえって最大タイヤ・ワークロードが低下している部分があるが、これは追加分により総モーメントが零に近づくところであり、結果的には横力の配分が平均化されて、タイヤ・ワークロードが低下する現象が生じる。

図中で1 kNm ほどの点は探索による厳密解法で記入しており、この計算例に関しては、最適性規準法は横力配分の有無を問わずに十分な精度となっており、解法としての実用性が示唆される。相補的配分では11 kNm 以上について最適点からのわずかな乖離が生じており、これが均等化解の仮定による影響である。単純配分では、3 kNm から7 kNm の最適点について破線がわずかに上を通っており、これらの最適解が均等配分によらないことを反映している。

Newton-Raphson 法の計算過程は、この計算例に関する限り、単純配分のみなら10ステップ以下、相補

Fig. 3 Relation between maximum tire workload and additional yaw-moment (i) with complementarities (—), (ii) without complementarities (---)

的配分を含めても大多数の点において 30 ステップ以下で収束している。相補的配分を記述する式(19)、(20)の凸計画問題は、先行研究において逐次二次計画法の概念に基づいて解かれていた問題と等価と推察されるが^{(7)~(10)}、Newton-Raphson 法の二次収束性から、同等以上の計算効果になると思われる。単純配分なら簡潔な数式表現も得られており、計算効率の優位性はほぼ確実であるが、図 3 のように横力配分を含めないとタイヤ・ワークロードが高くなる傾向も否めない。これらの計算例などの実行においては、初期値の選択で Newton-Raphson 法の収束性が影響を受けたため、タイヤ・ワークロードの二乗和最小化などによるヒューリスティックな方法を援用しているが、初期値設定の計算負荷はわずかである。

図 4 は、図 3 の相補性配分について、配分比 r をプロットしたもので、やはり、点は厳密解法の結果である。実線で示した結果は、定式化により均等化解となるから、やはり、11 kNm 以上について最適点とは厳密には一致しないが、それ以外の点では配分比率は最適点を通り、全般に見ても均等化仮定により配分比は高精度に計算できている。ここで、 $0 \leq r \leq 1$ の区間は制駆動力配分と横力配分が同符号のモーメントを発生する常識的な解に対応する。前述のように $r=1$ では、モーメントが制駆動力だけで生じ、 $r=0$ では横力配分のみとなる。さらに、 $r>1$ 、 $r<0$ の領域では制駆動力と横力が異符号のモーメントを生じて、モーメントの一部は互いに打ち消すことになるが、図 4 から明らかなように最大タイヤ・ワークロードを目的関数とするとこのような解が生じる場合もある。

図 5 に時計まわりに強い追加ヨーモーメント $M_r = -10$ kNm が発生した瞬間を示す。総モーメントとしても符号は負になる。単純配分では(a)に示すように、最大タイヤ・ワークロードがほぼ 1 となるが ($\mu_{\max}=0.9816$)、(b)の相補的配分ではタイヤ力は摩

Fig. 4 Optimum distribution ratio r for various values of additional yaw-moment

擦円のかかなり内側であり、最大タイヤ・ワークロードは $\mu_{\max}=0.5956$ である。単純配分なしでは追加モーメントは制駆動力に頼ることになり、左側後輪が駆動側になっているが、横力配分を援用すると左側も弱い制動になり、この効果で右側の制動力が節約できているという見方もできる。

8.2 厳密解 図 6 の横軸は図 3 と同様に追加モーメント M_r の絶対値であり、いまの記号の定義で符号は負である。図では実線でタイヤ・ワークロード均等化解を示しているが、探索による厳密解法で求めた最適点と比較すると 3 kNm から 7 kNm では実線が上を通っており、8 kNm でほぼ一致する。ここではパターン 1-2-4 の III 型が最適解となっている。破線はこの III 型解を式(15)と類似の定式化で求めた結果であり、点線は式(16)により下限を評価したものである。点線が破線より上ということは、タイヤ 3 のワークロードがその他の車輪のタイヤ・ワークロードより高く、配分パターン 1-2-4 としての仮定に適合しない。その他のパターンについては、対応する下限値などの曲線が上方になり、何れも除外される。図が煩雑にな

(a) Without complementarities (b) With complementarities

Fig. 5 Tire force vectors of two distribution methods displayed with friction circles for $\mu=1.0$

Fig. 6 Solution pattern 1-2-3-4 (—) and 1-2-4 (---) displayed with optimum points determined by search algorithm

るためこれらは省略している。

8・3 数値シミュレーション これらの配分方法が Simulink で実装して, CarSim の多自由度モデルによるシミュレーションで検証した結果の一部を示す。前述のように, CarSim は車両運動解析のために開発された専用ソフトウェアであり, 27 自由度のフルベークルモデルや非線形タイヤモデルを備えており, 所定の運動条件と環境条件の下での動的挙動を Simulink で記述した制御系やドライバモデルのもとで精密にシミュレーションできる。

シミュレーションでは, 車体の D^* を指令値とするモデル追従 D^* 制御系と運転者の動作を表現するためのドライバモデルを組み合わせている。つまり, 定常円旋回においては, ドライバの前方注視点と目標軌道円の距離に比例した曲率指令値により車体位置の定常偏差を零に収束させることができるから, この関係を用いて, 注視点誤差と横加速度に相当する D^* の目標値を比例させる関係式をドライバモデルとしている。

図 7 は路面摩擦係数 $\mu=0.5$ の平面上を $v=30$ m/s で 3.5 m のダブルレーンチェンジを行ったときの車両重心軌跡である。車両モデルは標準的な Big Car であり, 同一のモデル追従 D^* 制御系としている。通常の四輪アクティブ操舵やタイヤ・ワークロードの二乗和最小化では車体がスピン状態になるが, 相補的配分によりタイヤ・ワークロードを Minimax 最適化した場合は, オーバーシュートを発生しながらもほぼレーンに追従できる。ここでは示していないが, 同条件で単純配分に変更しても Minimax 最適化を行えばほぼ同様に走行が可能であるが, オーバーシュートが大きくなり, 車線復帰も遅れる。

Fig. 7 Trajectories of double lane changes with complementarities (i) Conventional 4WS (.....), (ii) Independent 4WS and minimization of square sum (---), (iii) Independent 4WS and minimax optimization on equivalence assumption (—)

図 8 はこの四輪独立操舵車両の相補的配分について推定タイヤ・ワークロードを示したものである。7 章のようにタイヤ・ワークロード均等化解を仮定して Newton-Raphson 法を適用する際は, 収束性を確実にするために次のような手順で初期値を設定した。タイヤ・ワークロードの二乗和最小化を Lagrange の未定乗数法により解いた結果が (i) であり, タイヤ・ワークロードの最大値は 0.684 である。この配分結果により, 左右の 1/2 車体の制駆動力和, 前後輪の横力 and を求めて, これらを輪荷重に比例させて再配分すると (ii) になる。タイヤ・ワークロードの最大値は 0.594 まで下がる。これを初期値として Newton-Raphson 法を実行すると (iii) になり, タイヤ・ワークロード均等化の仮定において最適化される。タイヤ・ワークロードの最大値は 0.486 となり, ようやく路面摩擦係数 0.5 の範囲に入る。

実際のタイヤ・ワークロードは図 9 に示すようになる。四輪独立操舵によると, タイヤ・ワークロードが路面摩擦係数の 0.5 を越えない範囲でタイヤ力指令値が決定されており, シミュレーション上のタイヤ・ワークロードもほぼ常に路面摩擦係数の範囲に収まっている。四輪操舵で Minimax 最適化を行っても, 激しいスリップが発生するため, シミュレーション開始後 4 秒を過ぎたあたりからタイヤ・ワークロードが小刻みに変動を始める。タイヤ力が飽和してしまうためワークロードとして極端に大きな値が生じることはない。図 8 のタイヤ・ワークロードの推定値はタイヤ力の指令値と推定された輪荷重から簡単に計算できるが, 舵角決定に使う非線形タイヤモデルの近似誤差や輪荷重の推定誤差により, CarSim の計算上のタイ

Fig. 8 Estimated maximum tire workload of independent 4WS with complementarities (i) Square sum minimization (.....), (ii) Simple reallocation applied to the results in (i) (---), (iii) Minimax optimizations using the initial values in (ii) (—)

Fig.9 Simulated values of tire workload with complementarities (i) Conventional 4WS (.....), (ii) Independent 4WS and minimization of square sum (---), (iii) Independent 4WS and minimax optimization (—)

ヤ・ワークロードとは値が相違する。図8, 9により両者が同様の傾向にあることが認められるが、同時に推定誤差の存在も明らかである。

本論文では詳述しないが、前輪独立操舵ならMinimax最適化も計算負荷が軽いので、RT-Linux版のCarSimを用いてドライビングシミュレータに実装し、既に被験者実験まで行っている⁽⁶⁾。Minimax最適化により、タイヤ力指令値がより忠実に実現される傾向となり、限界走行状態における走りやすさの向上を確認している。

9. 結 言

独立操舵車両の統合制御では、剛体平面運動の三自由度に対して入力タイヤの横力と制駆動力の8変数となり、冗長性の活用により従来の四輪操舵などと比してタイヤ・ワークロードの低減が可能である。基本的なアプローチは、摩擦円による制約に対する最適化であり、Minimax最適化としての厳密解法、タイヤ・ワークロード均等化解を仮定した近似解法などを紹介してきた。単純に制駆動力でヨーモーメントを発生させるばかりでなく、前後輪間の横力の再調整による相補的タイヤ力配分を用いると自由度が高くなり、負荷低減の効果がさらに向上する。単純な制駆動力配分については、配分パターンの列挙により厳密な最適化も可能なことが明らかとなった。類似のアプローチは、動的システムの制御全般に应用可能と予想されるが、サンプリングごとの静的最適化によって動的な制御問題を扱うことから、計算効率の確保が優先課題である。ここで示した例についても、タイヤ力配分の自由度を高めてワークロードを軽減しようとするほど最

適化問題としては複雑となり、計算負荷が増大する傾向が見られた。

本稿の一部は科学研究費補助金(課題番号 16560209, 18560230)の助成を受けた内容である。数値シミュレーションの実行においては、京都大学大学院情報学研究所修士課程に在学中の北野弘明氏(平成19年3月卒業)の協力を得た。

文 献

- (1) Zuo, G., Kumamoto, H., Nishihara, O., Hayama, R. and Nakano, S., Quantification of Reliability of Fault-Tolerant Steer-By-Wire System, *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, Vol. 70, No. 10 (2004), pp. 1306-1310.
- (2) Katayama, T., Yasuno, Y., Oida, T., Imamura, M., Seki, N. and Sato, Y., Development of 4 Wheel Active Steer, *JSAE Annual Congress Proceedings*, No. 11-07 (2007), pp. 7-12.
- (3) Nishihara, O., Hiraoka, T. and Kumamoto, H., Optimization of Lateral and Driving/Braking Force Distribution of Independent Steering Vehicle (Minimax Optimization of Tire Workload), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 72, No. 714 (2006), pp. 537-544.
- (4) Nishihara, O. and Kumamoto, H., Minimax Optimizations of Tire Workload Exploiting Complementarities between Independent Steering and Traction/Braking Force Distributions, *Proceedings of AVEC '06 8th International Symposium on Advanced Vehicle Control*, (2006-8), pp. 713-718.
- (5) Nishihara, O., Hiraoka, T. and Kumamoto, H., Exact Minimax Optimizations of Tire Workload for Independent Steering Vehicles, *Proceedings of FISITA World Automotive Congress*, (2006-10), F 2006 V 217.
- (6) Tsuji, M., Nishihara, O., Hiraoka, T. and Kumamoto, H., Realtime Simulation of Front Wheel Independent Steer Vehicle, *Proceedings of 9th MOVIC*, No. 05-15 (2005-8), pp. 233-238.
- (7) Ono, E., Hattori, Y., Aizawa, H., Kato, H., Tagawa, S. and Niwa, S., Clarification and Achievement of Theoretical Limitation in Vehicle Dynamics Integrated Management, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 73, No. 729 (2007-5), pp. 1425-1432.
- (8) Ono, E., Hattori, Y. and Monzaki, S., Improvement in Safety and Comfort by Active Four Wheel Steering, *JSAE Annual Congress Proceedings*, No. 11-07 (2007-5), pp. 1-6.
- (9) Ono, E., Vehicle Dynamics and Integrated Control, Systems, *Control and Information*, Vol. 49, No. 6 (2005), pp. 205-210.
- (10) Ono, E., Hattori, Y., Muragishi, Y. and Koibuchi, K., Vehicle Dynamics Control Based on Tire Grip Margin, *Proceedings of AVEC '04 7th International Symposium on Advanced Vehicle Control*, (2004-8), pp. 531-536.
- (11) Mokhiamar, O. and Abe, M., Effects of an Optimum Cooperative Chassis Control from the View Points of Tire Workload, *JSME Annual Congress Proceedings*, No. 33-03 (2003), pp. 15-20.