特集への序文：あたらしい数理論理学の揺籃

証明論的な順序数と集合論的な順序数

藤 田 博 司*

Preface to the Special Section: New Developments in Logic
Proof-Theoretic Ordinals and Set-Theoretic Ordinals

Hiroshi FUJITA*

2011年6月に愛媛大学において開催された科学基礎論学会総会と講演会において、『あたらしい数理論理学の揺籃』と題したワークショップを開いた。秋吉亮太氏、薄葉季路氏という、数理論理学の将来を嘱望される二人の若い研究者に、ご自身の研究の報告をお願いし、それらに、中山康雄氏、淵野昌氏という、科学哲学と数理論理学の分野でそれぞれ重要な仕事をなさっている二人の研究者がコメントするという形でディスカッションをおこなった。

秋吉氏は証明論の分野で、高階算術の部分体系の詳細な解析を通じてヒルベルトのプログラムの再評価をも射程に入れた研究を推進しておられる。薄葉氏は、集合論の中心的な話題である巨大基数の組合せ論的構造の研究の最前線に立っておられる。この両分野に関するかぎり好意的素人にすぎぬオーガナイザーの目には、秋吉氏と薄葉氏の研究は、表層では没交渉と見えながら、奇しくも《どれだけ多くの順序数が存在するか。またいかにしてそれを知るか》なる問いを共通の重心とし、その周囲を巡る二つの天体のように映る。そこで、『証明論的な順序数と集合論的な順序数』という副題を付させていただいた。

当ワークショップでは、多数の巨大基数を擁する集合論的宇宙 (set-theoretic universe) V の意味をめぐる議論がなされた。なかでも、強制法以後の集合論の動向からの必然的な帰結とも見られる集合論的多宇宙 (Set-Theoretic Multiverse) の理論をどう受けとめるか、という問題が、あらためて提起されたように思う。このことは、計画段階ではまったく予想していなかった

展開であった。

今回、このワークショップのアウトカムと言うべき三編の論文を掲載する。藤田と薄葉氏の共著論文では、集合論における巨大基数の理論を概説し、とくにそれがいかなる意義をもつものであるかを述べた。秋吉氏の論文は近年の証明論の新しい動きを秋吉氏自身の業績も含めて紹介しつつ、従来の順序解析に代わる方法論にも触れている。また、近年の数理論理学の発展を数学の哲学へと取り入れるべく、中山氏はご自身の多元的言語論にもとづいて科学理論を評価する方法論的考察を展開してくださった。

藤田が薄葉氏とともに、巨大基数公理の強さという形にあらわされた集合論的命題の無矛盾性の階層に注目したことは、秋吉氏がゲンツェン流の順序解析を《順序数の道具立てによって PA の形式体系としての強さを無矛盾性の観点から分析できることを発見した》と評していることと正しく符合する。この一致は決して偶然ではない。順序数の方法から離れて別の道具立てを紹介する秋吉氏の見解が、一見すると数学の基礎における順序数の意義を否定するように映るとしても、そうしたあたらしい証明論は、いずれ順序数の理論に新たな光を当てるに至るだろう。当初は巨大基数公理と拮抗するかのように見えた内部モデルの理論の発展が、近年では改めて巨大基数のもつ意味あいを明らかにしているのを目のあたりにしている集合論研究者はそう予感している。

最後になるが、不慣れな藤田の代わりにディスカッションを牽引してくださったパネラーの淵野氏と、ワークショップ参加者のみなさんに、この場を借りて謝辞を述べさせていただきたい。

* 愛媛大学

E-mail: fujita.hiroshi.mh@ehime-u.ac.jp